

圆柱近尾迹流动转换特征的 数值研究*

凌国灿

中国科学院力学研究所, 非线性力学开放实验室, 北京 100080

牛家玉

中国科学院力学研究所, 空气动力研究部, 北京 100080

Allen T. Chwang

香港大学机械工程系, 香港

摘要 本文用区域分解、杂交数值模拟方法研究 $Re = 3000$ 圆柱绕流近尾迹中旋涡脱落及转换波这两类不稳定性的时空发展与相互作用。速度功率谱分析所得的无量纲转换波频率比 f_c/f , 符合 $Re^{0.87}$ 关系, 与 Wei & Smith 实验结果一致, 而与 Braza 等的数值预计的 ($Re^{0.5}$) 不同。分析计算了两种独立频率 (f_1, f_2) 的强非线性相互作用及由此产生的频谱拓宽并形成 $mf_1, \pm nf_2$ 多级频带, 表征流动的转换特性。首次在理论上预计了转换波与耦合频率强度沿尾迹下游的变化规律。

关键词 近尾迹; 转换; 圆柱; 数值分析

中图分类号 V211.3

0 引言

圆柱近尾迹中的转换现象过去已有许多实验研究^[1~4], 近期的有 Wei & Smith^[5], Kourta et al^[6]等, 这些研究结果都指出这种转换过程主要是由起源于尾迹的大尺度交替涡与剪切层中的小涡这两类旋涡相互作用控制着, 由独立频率间相互作用产生频率拓宽所表征。转换过程起始是二维的, 但不同实验给出转换波频率与雷诺数的依赖关系不同, 还没有一致结论。转换波及转换过程的空间变化, 如相位调制、能量分配变化等还没见到有充分的研究报导。关于这种转换的理论数值研究很少, Braza et al.^[7]首次在 $2000 < Re < 10000$ 用二维 N-S 方程数值解预计了圆柱近尾迹中的转换波现象, 证实了近尾迹流动在三维演化前存在着一个二维不稳定性发展过程并形成 Small eddy。计算所得的转换波频率比即 f_c/f , 接近于 $Re^{0.5}$ 关系与 Bloor^[4] 实验结果比较相符。此外还得到了两类旋涡相互作用产生的类似于 $mf_1, \pm nf_2$ 的频率拓宽结构。但他们没有研究转换波的

* 国家自然科学基金资助项目。

本文于1996年5月6日收到, 8月5日收到修改稿。

空间变化及强非线性相互作用在尾迹中发展的不同阶段, 这是考察流动转换行为的重要组成部分。由于计算 CPU 及内存的限制其计算网格较粗, 在一个圆柱半径的距离上平均只有 1.5 个网格节点, 频谱分辨率只有 0.0195, 这将影响到频域中对应不同特征结构的峰值的正确估计。因此作更深入的数值研究, 对比不同的实验结果, 澄清对转捩波基本特征的认识, 研究流动转换及非线性作用的空间变化是很有意义的。本文针对 $Re=3000$ 的圆柱绕流从流动结构演化的数值显示及速度频谱分析两个方面研究尾迹流动的转换特征。

1 数值方法

1.1 数值模型

为了对流动结构演化及转换特征作精确数值分析, 需要提供近尾迹流场高分辨精确解, 这包括要有尾迹下游不同位置上经历了多个旋涡脱落周期、充分长时间过程内的速度或压力信息, 而且要有相当充分的信息样本数以提高谱分辨率。为此, 作 N-S 方程数值解时就要有足够精细的网格系统以反映小尺度流动结构及非线性相互作用性态。要用不同大小的时间步长反映起始流与长时间流动的不同特征, 并对不同 Re 数来流作长时间计算, 需要很大的 CPU 时间和内存。例如 Braza 的计算在 CRAY-IS 上进行, 当 $Re=3000$ 时, 在 114 倍圆柱半径的计算域上网格点为 122×86 , 时间步长为 0.01, 当算到无量纲时间 130 时, 所需 CPU 为 3.4 小时, 即使如此所得结果仍为初步估算, 有相当近似性。考虑到所要详细研究的流动现象主要发生在柱后几倍半径范围的旋涡形成区内, 而且当 Re 数增加时涡形成区缩小。混合层不稳定性的起始位置往上游移动^[6]。因此为减少高 Re 数长时间计算、大计算量大内存需要带来的困难, 可以对圆柱近尾迹中靠近柱体的小区域给予着重描述, 将 N-S 方程数值求解域局限在这一较小的区域并用很精细的网格系统进行求解, 而对下游较大范围内的流动及流动总体特性用适当的涡方法求解, 建立两区流动关系, 仔细确定求解内区的边界条件, 如此两区流动可以联立求解。

基于上述想法, 本文利用作者原已提出的区域分解、N-S 方程有限差分与旋涡法杂交的数值方法进行数值模拟^[8]。据此, 将整个流动分解为近圆柱、量级大小为 $O(R)$ 的内区 (R 为圆柱半径) 和其余的外区。为简单起见假设两区间有一交界面, 内区是粘性流, 流动经受转换、有不同尺度结构间的强非线性作用。区域大小可根据流动参数不同, 详细了解流动区域大小不同, 和计算量的限制而调正。内区流动用非定常涡量方程和流函数 Poisson 方程求解。外区流动, 作为初步近似可假设为无粘位流。外区中的涡量由内区跨过交界面的涡流量决定, 成为外区新生涡。在较高 Re 数下, 涡的对流运动可用离散涡模型及 VIC 方程计算, 并在全场适用的粗网格中计算。涡的运动速度由全场涡量分布通过求解 Poisson 方程并满足柱面及无穷远边界条件而获得。为确定内区流动求解涡量方程, 在交界面上的涡量边界条件 $\omega_I(i, j)$ 可用交界面附近涡量分布用插值方法给出, 即

$$\omega_I(i, j) = \sum_{k=I-N}^{I+N} \Delta \omega_k(i, j) \quad (1)$$

其中 $\Delta\omega_k$ 是位于界面两边附近的第 k 层格点上的离散涡经过一个时间步长后对界面位置上的插值分量。 N 为正整数。为提高计算 ω_k 精度, N 应大于1。交界面上的流函数值 ψ_k 也可由邻近的流函数值插值给出。本计算方法的要点是在一个时间步长内先精确计算内区流动然后用全场的粗网格系统和控制方程计算外区涡运动;构造为下一时刻计算内区所需的界面边界条件进行下一步同样的计算。

1.2 内外区流动数值解法

内区流动的控制方程为涡量方程及关于流函数的 Poisson 方程。涡量方程中的对流部分用二阶中心差分格式,并结合应用隐-显交叉方向计算方法(A.D.I)求解。时间步长 Δt 分解为两个相继半步长,使其具有二阶精度,而总体精度为 $O[(\Delta\xi)^2, (\Delta\eta)^2, (\Delta t)]$ 。Poisson方程用快速Fourier转换,即FFT方法求解。

外区旋涡运动,用Stansby & Dixon^[9]给出的 Lagrange-Euler-Vortex in Cell 方法计算。进入外区的新生涡强度可由单位时间内跨过界面单位弧长上的涡流量给出,在对应计算平面的网格系统 ij 中设它为 $\Delta\Gamma_i$,则可近似地估计为

$$\Delta\Gamma_i = \int_i \omega U_n d\eta \Delta t = \frac{1}{4}(\omega_i + \omega_{i+1})(U_i + U_{i+1})\Delta\eta\Delta t \quad (2)$$

其中 U_n 为交界面上法向速度, $\Delta\Gamma_i$ 已为 $1/2\rho U_\infty^2$ 无量纲化。假设初生涡是以速度 U, V 在每个弧的中心流出, U, V 可由临近网格点上速度计算,即 $U = 1/2(U_i + U_{i+1})$, $V = 1/2(V_i + V_{i+1})$ 。经过 Δt 后其位置将在

$$\begin{aligned} \xi(t + \Delta t) &= \xi(t) + \delta\xi \\ \eta(t + \Delta t) &= \eta\left(t, j + \frac{1}{2}\right) + \delta\eta \end{aligned} \quad (3)$$

而

$$\begin{aligned} \delta\xi &= \frac{1}{2}U \cdot \Delta t / E \\ \delta\eta &= \frac{1}{2}V \cdot \Delta t / E \end{aligned}$$

已在外区的涡用一阶Euler格式预计涡点的运动。VIC方法中的涡点速度用邻近网格点上速度,用面积权重分配方法计算。强度为 Γ 的涡点在到达一个新位置时,它对网格点涡量的分解也是按面积权重比例给出^[9]。上述公式中速度、时间已分别用来流速度 U_∞ 及 R/U_∞ 无量纲化, R 为圆柱半径, $E = 4\pi^2 \exp(4\pi\xi)$ 。

2 近尾迹旋涡相互作用及转捩波特征的数值显示

对于 $Re = 3000$ 的圆柱绕流,计算参数为:内区大小 $r_i/R = 4.81$,细网格为 $i \times j = 128 \times 512$,全场计算域 $r_o/R = 23.14$ 。全场粗网格为 $i_o \times j_o = 128 \times 256$,无量纲时间步长为0.01,计算的无量纲流动时间为250。为了考察参数对计算结果影响,在 $r_i/R = 2.0$,

$i \times j = 44 \times 300$, $r_{\infty}/R = 23.14$, $i_c \times j_c = 100 \times 300$, $\Delta t = 0.01$, 这些参数下也作了长时间的计算模拟。

2.1 起始流模拟

作为对所用方法的精确性与适用性的考察, 本文详细计算了近尾迹的初期发展。在流动图像、速度分布与分离点等随时间的变化方面与实验及前人计算进行对比。起始流尾涡发展计算结果显示它是典型的 α 型流动结构, 即在分离区附近有一对较为稳定的二次涡结构。它与 Bouard & Coutanceau^[10] 的实验显示在时间和空间上都是相符的。柱后对称轴上径向速度随时间变化的计算结果与实验测量及 Ta Phuoc Loc^[11] 的结果相符, 它用四阶紧致格式求解, 流函数 Poisson 方程用二阶格式求解涡量方程。比较表明本文用内区细网格及通常的二阶精度格式解也获得了很满意的结果。分离角随时间变化的计算结果与比较表明在相同的全场计算域及网格总数, 用相同计算精度格式时本文方法与通常的全场 N-S 方程解两者差别可以忽略不计。在上述两组参数算例中, 虽然内区大小和网格不同, 但计算结果也只有较小差别。当柱体表面附近用更细网格计算时, 分离角计算值比另一组大 1° 左右。更接近于 C. C. Chang^[12] 的数值解。

2.2 旋涡相互作用与转捩波特征的数值显示

本文长时间流动计算将详细报告在实验中难以清楚观察到的近壁流动特征, 它们是分离与局部二次分离产生的不同尺度旋涡间的合并、成对、分叉等强烈的相互作用。可以看到旋涡脱落过程实际上是多个涡间, 以及与剪切层相互作用的结果。速度场计算可清楚看出剪切层中小涡发展, 转捩波现象, 以及交替涡与剪切层涡的相互作用。图 1、2 是近尾迹流动随时间发展的流谱图和脉线图例子, 可看出近壁和剪切层中多个不同尺度旋涡的生成, 相互作用与发展。给出了旋涡脱落与剪切层小涡这两类不稳定性随时间的发展与相互作用的详细图像。在剪切层中跟随着小涡 TSE1, 又出现具有相同转向的

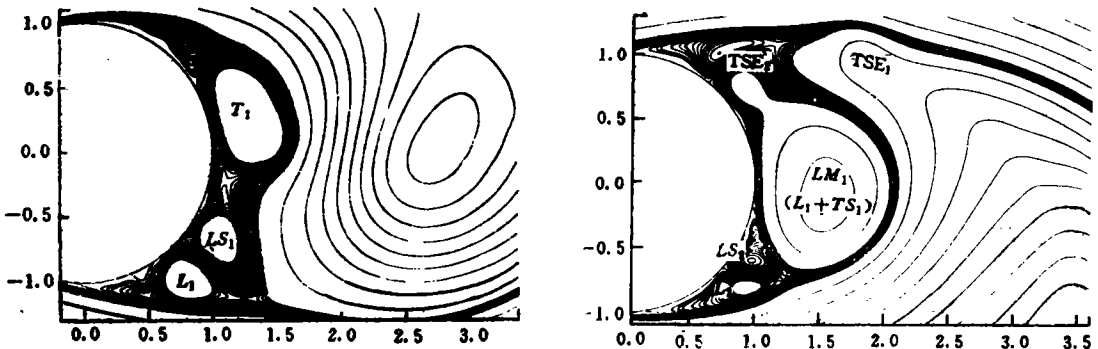


图 1 $Re = 3000$ 近尾迹流谱图
Fig. 1 Near wake flow structures at $Re = 3000$

第二个小涡 TSE2 还可在图 2(b) 的脉线图上清楚地显示出来。图 3 是 $t = 53.5$ 及 55.5 两个时刻的流动速度场。在 $t = 53.5$ 可以看到在分离涡 TS_1 的上方有剪切层小涡 TSE1, 而后它在邻近涡的相互作用下在剪切层中往下游移动, 达到分离涡稍后的上方, 在 $t = 55.5$ 时

这TSE1涡已长大并到更远的下游，而在分离区附近又开始显露出第二个相同向小涡，即TSE2。同样，计算结果还显示出下半圆柱近壁处及剪切层中的旋涡相互作用和变化过程。

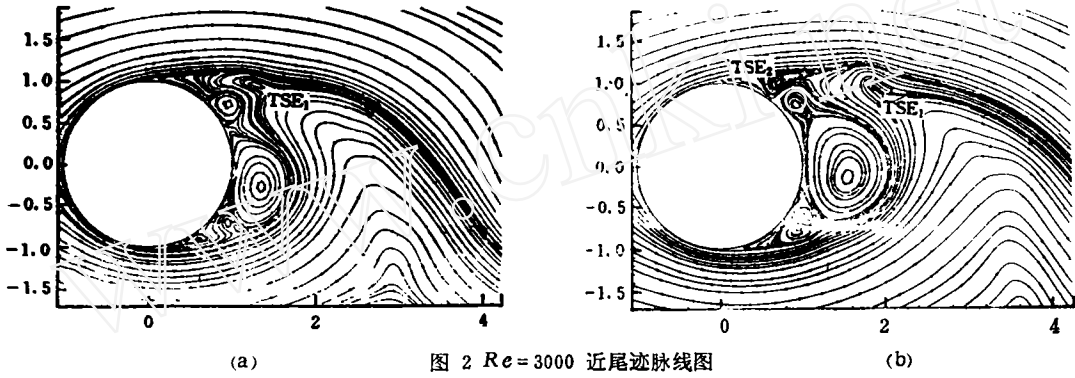


图 2 $Re=3000$ 近尾迹脉线图
Fig. 2 Strike-line maps of near wake flow at $Re=3000$

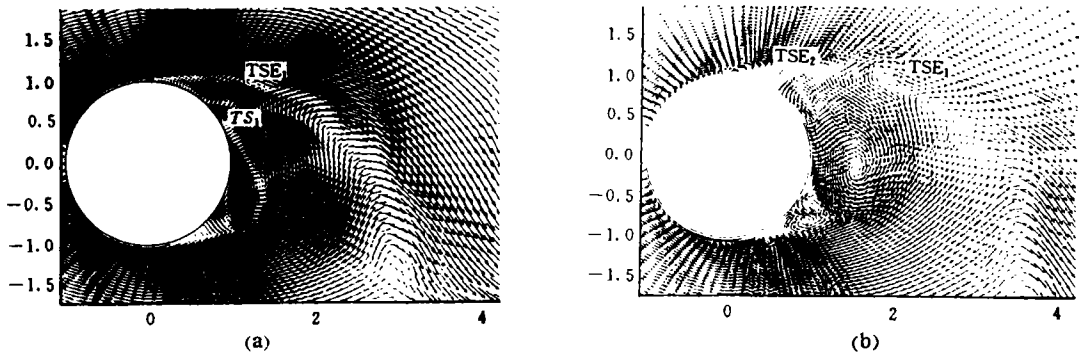


图 3 $Re=3000$ 近尾迹速度图
Fig. 3 Velocity fields of near wake flow at $Re=3000$

3 近尾迹中流动的转捩特征和非线性作用数值分析

本文对所计算的流场速度分量 u, v ，用快速富里哀变换(FFT)方法作功率谱计算，分析转捩波。为详细研究转捩特征与非线性相互作用在下游的变化，在涡形成区中对剪切层附近与下游12个不同位置上的速度时间序列作高分辨率的频谱分析。少数点在柱后对称轴上以考察不同特征。采样的样本数为 $N=2048$ ，无量纲采样时间间隔为 $\Delta T=0.1$ 。为比较，也取了采样数 $N=4096, \Delta T=0.05$ 。它们对应的谱分辨率 $\Delta f=0.0049$ 。此外，我们还选择了其它较多的不同样本数与采样间隔，对不同谱分辨率结果作了讨论。为减少旁瓣泄漏，谱分析中进行了窗函数修正。图4(a)~(c)是沿尾迹下游不同位置上的速度分量功率谱计算结果。图中 $N=2048, \Delta T=0.1, \Delta f=0.0049$ 。它们都十分清楚地显示出占主的基频 f_s ，它对应于旋涡脱落无量纲频率，即 $St_s=0.22$ 。另一个独立频率是转捩波频率 f_t 。此外有它们各自的倍频 mf_s, nf_t ，以及表征两种频率耦合产生的 $mf_s \pm nf_t$ 。计算表明，除了在对称轴上点及后驻点转捩波峰值很不明显外，转捩波频率比值

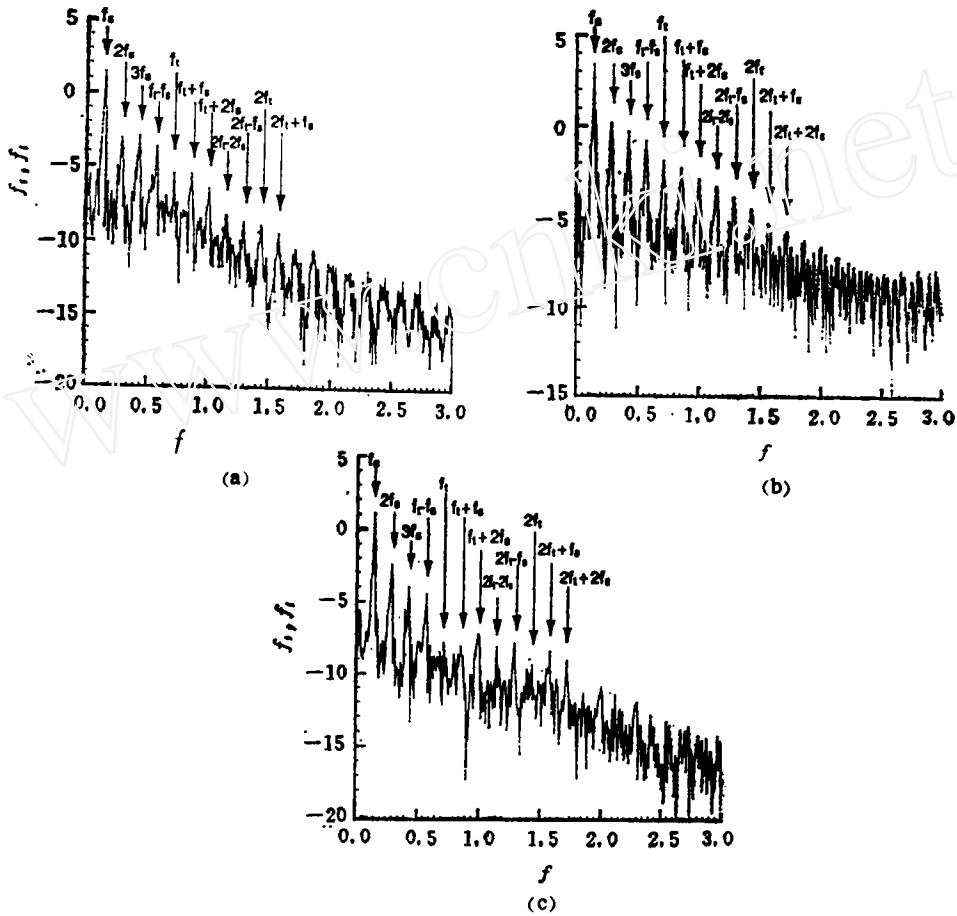


图 4 速度 v 功率谱 ($Re=3000$)
 Fig. 4 The v component spectra ($Re=3000$)

f_1/f_0 几乎都相等并等于 5.03, 无论从 u 或 v 分量的分析都可得到这个相近的值, 误差在一个 Δf 以内。用 $N=4096, \Delta T=0.05$, 本文计算获得了相同的频谱和无量纲频率比 f_1/f_0 。这个计算值与 Wei & Smith 的实验测量给出的关系 $f_1/f_0 = (Red/470)^{0.87}$ 所预计的值 5.02 符合得十分好, 如图 5 所示。与 Braza 的理论计算值 5.75 不同也低于 Bloor 等 0.5 幂次律给出的结果 5.88。我们的计算表明用较低的谱分辨率计算时, 如 $\Delta f=0.0195$, 只能获得少数有限的几个特征频率, 如基频、它的倍频及转换波频率。计算值 $f_1/f_0=4.67$, 比实际值低。增加分辨后, 当 $\Delta f=0.0098$ 时, 可以分辨出

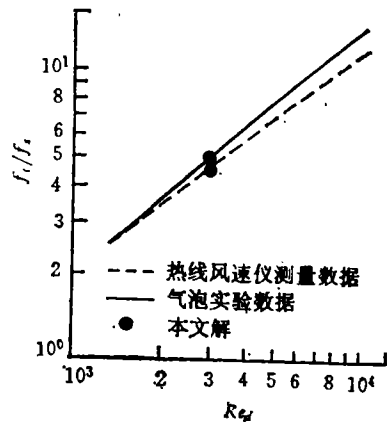


图 5 转换波频率比
 Fig. 5 Comparison of the frequency ratio of the transition wave

耦合频率 $f, \pm f$ 所对应的峰值, 但难以认辨更高阶耦合分量。因此谱分辨率的精细将影响对转换特征的正确预计。

我们再仔细分析在不同位置上的频谱特征, 了解流动转换与非线性相互作用的空间演化。考察图4中 v 分量的频谱, 在分离区附近的下游点, 如点 $(x/R = -0.8, y/R = 1.1)$

(图4a)上, 频谱显出占主的基频 f 和它的高阶谐波频率 $2f, 3f$ 。同时还有转换波频率 f_t 。由于处于剪切层不稳定性开始阶段, f_t 的强度比 f 小得多。又由于这种不稳定性的发展一开始就在旋涡脱落频率作为外界因素干扰下发展的, 因此几乎与 f_t 的出现同时就产生了 f 与 f_t 两个频率的相互作用 $f, \pm f_t$ 。但强度较低, 其中差频 $f_t - f$ 的强度又大于 f_t 。再往下游, 特别是在点 $(x/R = -3.0, y/R = 1.1)$ 附近除了基频及其谐波频率外, 转换波 f_t 及耦合频率 $f, \pm f_t$ 的强度达到很大值, 而且明显地表现有 $f_t + 2f$ 以及围绕着转换波倍频 $2f_t$ 的多重频谱结构 $2f_t, \pm f_t, 2f_t + 2f$ 。表现出小尺度涡的相互作用 ($2f_t$) 及小尺度涡与交替涡的具有多种不同模式的强相互作用。再往下游, 在 $x/R = -5.5, y/R = 1.1$ 处, 除了基频外, 转换波及它与基频的耦合频率

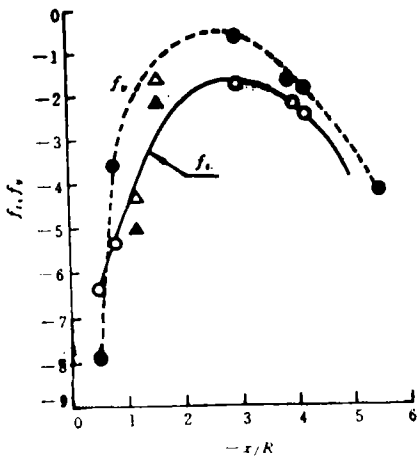


图6 转换波频率 f_t 及差频 $f_t - f$ 强度沿下游变化 ($Re = 3000, y/R = 1.1$)

Fig. 6 The longitudinal variations of power of the transition wave frequency f_t and difference frequency $f_t - f$ ($Re = 3000, y/R = 1.1$)

$m f_t, \pm n f_t$ 又回到较低的能量状况。将上述相同横向位置 ($y/R = 1.1$) 而不同纵向位置上的计算结果列于图6并用插值方法联成曲线(其中少数点稍为偏离 $y/R = 1.1$ 位置也列在图上作为参考), 可以得到下述关于纵向演化的初步定量描述: 从分离点往下游到 $x/R = -1.5$ 左右, 转换波频率 f_t 及其差频 $f_t - f$ 的强度随下游距离有一个很快的指数增长发展。随后继续增长, 在大约 $x/R = -2.5$ 左右达到最大值而后再较快衰减。从强度来看转换波这种不稳定性以及强相互作用主要表现在圆柱下游4倍半径以内的地区。这与只在涡形成区有转换波发展这一概念是相符的。计算表明的差

频 $f_t - f$ 的指数增长率比 f_t 还快, 它的能量在尾迹中高于转换波的强度, 而二倍频 $2f_t$ 的差频 $2f_t - 2f$ 的开始增长率也比 $2f_t$ 的变化来得快。我们从 u 分量的频谱分析中也获得了与上述性态相同的结果。尾迹转换中由两个独立主频 f, f_t 的非线性作用产生的多重频带现象与 Miksad et al.^[13] 关于机翼尾迹转换中由二个基本扰动频率非线性作用产生的多重频带结构十分类似, 它预示着会产生振幅和相位的调制, 是流动转换的一个重要特征。上述理论计算结果是与 Kourta et al. 相应的实验结果可比较的, 那里给出了 $Re = 2660$ 圆柱近尾迹中 f, f_t 及差频 $f_t - f$ 等的纵向变化的测量结果, 随着下游距离 f_t 与 $f_t - f$ 强度在起始时有指数增长, 并在 $x/R = -2.4$ 时达到最大后又较快衰减。

旋涡脱落与转换波这两种不稳定性 and 功率谱的横向变化 (cross-stream variation) 可从对比两组计算结果中看出, 在趋向尾迹中心区时剪切层中小涡间的相互作用的强度都变弱。在圆柱对称轴上, 转换波及由它产生的频带结构的峰值几乎难以认辨。在尾迹

中心区域所感受的主要是基频和它的倍频信息。从对应的流谱流动结构来看, 频谱主要显示了大涡及近壁旋涡间的合并及它们的相互作用。

4 结 论

本文用区域分解杂交数值方法研究了 $Re=3000$ 圆柱近尾迹中流动转换特征以及旋涡脱落与剪切层转换波这两类不稳定性的时空发展与相互作用。高分辨数值解显示了这些复杂现象的图像。计算所得的无量纲转换波频率比 f_1/f_2 首次证实了它符合 $Re^{0.87}$ 关系, 与 Wei & Smith 的实验结果一致, 而与 Braza 等人的计算值及 $Re^{0.5}$ 的实验结果不同。本文数值分析给出了两个独立频率, f_1, f_2 强非线性相互作用及形成的频谱拓宽现象, 揭示了流动的转换性态, 给出了它们的强度在尾迹下游的变化规律。这些新的理论结果为了了解流动在三维演化前的转换行为特征提供了详细的信息。

本文流场数值解在香港大学机械工程系完成, 对该系的支持和帮助表示感谢。本工作还得到国家非线性科学项目及非线性力学开放实验室的支持, 作者一并致谢。文中功率分析程序由港大机械系博士后王冬姣提供, 王冬姣和常勇帮助作图, 作者谨致谢意。

参 考 文 献

- 1 Crausse E. These de Docteur es-sciences, Universite de Toulouse, 1936.
- 2 Roshko A. NACA T.N. 2913, 1953.
- 3 Gerrard J H. Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A. 1978, 288, 358
- 4 Bloor M S. *J. Fluid Mech.*, 1964, 19, 290
- 5 Wei T, Smith C R. *J. Fluid Mech.*, 1986, 169, 513
- 6 Kourta A, Boisson H C, Chassaing P, et al *J. Fluid Mech.*, 1987, 181, 141
- 7 Braza M, Chassaing P, Ming H Ha. *Phys. Fluid A*, 1990, 2(8)
- 8 凌国灿, 凌国平, 王运平. 中国科学 A. 1992, (1): 70
- 9 Stansby P K, Dixon A G. *Applied Ocean Research*, 1983, 5, 167
- 10 Bouard R, Coutanceau M. *J. Fluid Mech.*, 1980, 101(3), 583
- 11 Ta Phuoc Loc *J. Fluid Mech.*, 1980, 100(1), 111
- 12 Chang C C, Chern R L. *J. Fluid Mech.*, 1991.
- 13 Miksad M J, Jones F L, Powers E J et al. *J. Fluid Mech.*, 1982, 123(1)

Numerical Prediction of Transition Features in Near Wake of a Circular Cylinder

Ling Guocan

(Laboratory for Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Niu Jiayu

(Department of Aerodynamics and Aerophysics, Institute of
Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Allen T. Chwang

(Department of Mechanical Engineering, The University of Hong Kong, Hong Kong)

Abstract By means of a domain decomposition hybrid method transition features of the near wake flow behind a circular cylinder at $Re=3000$ are studied in detail. The frequency ratio of the transition wave f_s/f_i is obtained by spectral analyses on velocities at various spatial positions downstream. The present result is first shown very good agreement with the 0.87 power law of Reynolds number given by experimental study of Wei & Smith, rather than the law of $Re^{0.5}$ and Braza's prediction. Development and the nonlinear interaction of two kinds of instabilities f_s, f_i leading to spectral broadening and generation of new predominant frequencies of $mf_i, \pm nf_i$ are analyzed, showing the behaviours of flow transition. Longitudinal variation of the transition wave and the nonlinear interaction are predicted.

Key words near wake flow; transition; circular cylinder; numerical analysis