

# 非平衡气流与化学激光的 增益饱和效应\*

范 安 辅

四川大学光电科学与技术系, 成都 610064

高 智

中国科学院力学研究所, 北京 100080

1992 年 3 月 19 日收到

提出气流与化学激光的“对流-非平衡交叉弛豫”的理论。对于气流介质的湍流和层流混合两类流动模型, 分别导出了增益系数和饱和增益谱的表示式; 得到了一些新的饱和规律; 非饱和增益和饱和增益均与流向距离有关。具有 Doppler 加宽的饱和放大器的增益线形, 呈现非均匀和均匀加宽并存的“反常”现象。本理论与实验结果相符合。

PACC: 4260H; 3380; 3390

## 一、引 言

早在 1971 年, 人们就注意到低气压  $\text{CO}_2$  分子激光的增益线形呈现非均匀和均匀加宽并存的现象<sup>[1]</sup>。近年来, 对超声速扩散 CW HF/DF 化学激光的实验研究<sup>[2,3]</sup>进展很快, 理论研究也很活跃<sup>[4-10]</sup>。CW HF/DF 化学激光的工作气压一般为 1—10 Torr, 在这个压力水平下, 增益介质应是非均匀加宽的, 但实验结果<sup>[3]</sup>却并非如此。在谱线中心频率处的饱和增益, 既不遵循  $(1 + I)^{-1/2}$  规律, 也不遵循  $(1 + I)^{-1}$  规律。饱和放大器的增益线形呈现“烧孔”和均匀加宽并存的现象。

为了阐明气流与化学激光的性能, 人们曾作了各种理论尝试, 诸如转动非平衡模型<sup>[4]</sup>, 平动非平衡模型<sup>[5,6]</sup>, 以及转动和平动非平衡的三能级振动模型<sup>[7]</sup>。这些理论模型均未能解释实验结果, 特别是增益饱和规律和增益线形。后来, 文献[8]和[9]分别对“对流”效应和转动、平动非平衡效应进行了研究, 得到了有意义的结果。本文发展了气流与化学激光的增益饱和理论, 提出了“对流-非平衡交叉弛豫”的增益饱和理论, 并分别对湍流和层流混合两类流动模型, 导出了增益系数和饱和增益谱的普遍关系。文献[8]的理论是本理论在  $R_t \gg R_p$ ,  $R_t$  条件下的特例; 文献[9]的理论是本理论在  $R_t \gg R_p$ ,  $R_t, R_r \gg 1$  条件下的特例。本理论与实验结果相符合。本工作的部分结果已在文献[10]发表。

\* 国家自然科学基金资助的课题。

## 二、理论分析

在横向流动气体激光器和超声速扩散 CW HF/DF 化学激光器中,介质流动方向与激光辐射方向是相互垂直的。假设气体介质以宏观匀速度  $u$  沿  $x$  方向流动,激光辐射沿  $y$  方向,激光作用区在  $x$  方向上的长度为  $L$ ,  $\tau = L/u$  为流动特征时间,即气流通过激光作用区所需要的时间。

用下标 2 和 1 标记介质的激光上下能级,设  $n_i(\nu')$  ( $i = 2, 1$ ) 为单位频率间隔内的能级粒子数密度;  $s(x)$  为对激光上能级抽运的抽运率,  $\tau_p$  为抽运时间;  $\tau_c$  为激光上能级碰撞消激发时间。可以认为,在气流与化学激光中,介质的粒子是处于非平衡状态(包括平动非平衡和转动非平衡),并假设既存在对流效应,亦存在非平衡交叉弛豫效应( $\tau_r^{-1}$  为交叉弛豫速率),且该效应引起的激光能级上的粒子数的变化与能级上分子的非平衡分布与相应的平衡分布的偏差量成正比。于是,气流介质与激光辐射的相互作用的基本方程可写为

$$\frac{\partial n_2(\nu')}{\partial t} + u \frac{\partial n_2(\nu')}{\partial x} = s(x)g(\nu', \nu_0) - \tau_c^{-1}n_2(\nu') + \tau_r^{-1}[n_2^0(\nu') - n_2(\nu')] - \sigma(\nu', \nu)[n_2(\nu') - n_1(\nu')]\varphi(\nu), \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_1(\nu')}{\partial t} + u \frac{\partial n_1(\nu')}{\partial x} = \tau_c^{-1}n_2(\nu') + \tau_r^{-1}[n_1^0(\nu') - n_1(\nu')] + \sigma(\nu', \nu)[n_2(\nu') - n_1(\nu')]\varphi(\nu), \quad (2)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi(\nu)}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(\nu)}{\partial y} = \varphi(\nu) \int_0^\infty \sigma(\nu', \nu)[n_2(\nu') - n_1(\nu')]d\nu'. \quad (3)$$

方程组中

$$g(\nu', \nu_0) = \frac{1}{\Delta\nu_D} \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \exp\left[-4 \ln 2 \left(\frac{\nu' - \nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2\right], \quad (4a)$$

$$n_i^0(\nu') = n_i g(\nu', \nu_0), \quad (4b)$$

$$\sigma(\nu', \nu) = \sigma_0 L(\nu', \nu), \quad (5a)$$

$$L(\nu', \nu) = \left[1 + 4 \left(\frac{\nu' - \nu}{\Delta\nu_h}\right)^2\right]^{-1}. \quad (5b)$$

式中  $\nu_0$ ,  $\nu'$  和  $\nu$  分别为介质谱线的中心频率、热运动粒子的 Doppler 表现频率和激光频率;  $\Delta\nu_h$  和  $\Delta\nu_D$  分别为均匀线宽和 Doppler 线宽。

引入下列无量纲参量:

$$R_f = \tau_c/\tau, \quad R_p = \tau_c/\tau_p, \quad R_r = \tau_c/\tau_r; \quad (6a)$$

$$\zeta = x/u\tau_c = x'/R_f, \quad x' = x/L (0 \leq x' \leq 1). \quad (6b)$$

显然,  $R_f$ ,  $R_p$  和  $R_r$  分别为以碰撞消激发速率为比较标准的对流效应强度、抽运效应强度和交叉弛豫效应强度;  $\zeta$  为无量纲流向距离。

在稳态条件下,由方程(1)和(2),可得

$$\Delta n(\nu') = \Delta n g(\nu', \nu_0) \exp[-(1 + R_f)\zeta] \cdot \exp[-2\sigma_0\tau_c\varphi L(\nu', \nu)\zeta]$$

$$\begin{aligned}
& - (N - R_r \Delta n) g(\nu', \nu_0) [1 + R_r + 2\sigma_0 \tau_c \varphi L(\nu', \nu)]^{-1} \\
& + (N - R_r \Delta n) \exp[-(1 + R_r)\zeta] \cdot g(\nu', \nu) \exp[-2\sigma_0 \tau_c \varphi L(\nu', \nu)\zeta] \\
& \cdot [1 + R_r + 2\sigma_0 \tau_c \varphi L(\nu', \nu)]^{-1} \\
& + \exp[-(1 + R_r)\zeta] \cdot g(\nu', \nu) \exp[-2\sigma_0 \tau_c \varphi L(\nu', \nu)\zeta] \\
& \cdot \int_0^\zeta \frac{\partial N}{\partial \zeta'} \exp\{[1 + R_r + 2\sigma_0 \tau_c \varphi L(\nu', \nu)]\zeta'\} d\zeta', \quad (7)
\end{aligned}$$

式中

$$\Delta n(\nu') = n_2(\nu') - n_1(\nu'), \quad \Delta n = \int_0^\infty \Delta n(\nu') d\nu', \quad (8)$$

$$N(\nu') = n_2(\nu') + n_1(\nu'), \quad N = \int_0^\infty N(\nu') d\nu', \quad (9)$$

关于  $\Delta n$  和  $N$  的方程为

$$R_t \frac{\partial}{\partial x'} \Delta n = s(x') \tau_c - N - [1 + 2\sigma_0 \tau_c \varphi(\nu) p(\nu)] \Delta n, \quad (10)$$

$$R_t \frac{\partial N}{\partial x'} = s(x') \tau_c, \quad (11)$$

其中

$$p(\nu) = \frac{1}{\Delta n} \int_0^\infty L(\nu', \nu) \Delta n(\nu') d\nu'. \quad (12)$$

由(3)和(7)式, 可导出频率为  $\nu$  的激光的稳态增益系数的普遍关系式

$$\begin{aligned}
G(\nu) &= \frac{1}{\varphi(\nu)} \frac{\partial \varphi(\nu)}{\partial y} = \sigma_0 \int_0^\infty L(\nu', \nu) \Delta n(\nu') d\nu' \\
&= \Delta n \sigma_0 \exp[-(1 + R_r)\zeta] \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 \exp(-t^2)}{(\xi - t)^2 + \eta^2} \exp\left[-\frac{\eta^2 I_t}{(\xi - t)^2 + \eta^2}\right] dt \\
&= \sigma_0 (N - R_r \Delta n) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 \exp(-t^2)}{(1 + R_r)(\xi - t)^2 + (1 + R_r + I_c)\eta^2} dt \\
&+ \sigma_0 (N - R_r \Delta n) \exp[-(1 + R_r)\zeta] \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 \exp(-t^2)}{(1 + R_r)(\xi - t)^2 + (1 + R_r + I_c)\eta^2} \exp\left[-\frac{\eta^2 I_t}{(\xi - t)^2 + \eta^2}\right] dt \\
&+ \sigma_0 \exp[-(1 + R_r)\zeta] \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\eta^2 \exp(-t^2)}{(\xi - t)^2 + \eta^2} \exp\left[-\frac{\eta^2 I_t}{(\xi - t)^2 + \eta^2}\right] \right. \\
&\left. \cdot \int_0^\zeta \frac{\partial N}{\partial \zeta'} \exp\left[\zeta' \left(1 + R_r + \frac{\eta^2 I_c}{(\xi - t)^2 + \eta^2}\right)\right] d\zeta' \right\} dt, \quad (13)
\end{aligned}$$

式中

$$I_c = 2\sigma_0 \tau_c \varphi = J/J_{c0}, \quad J = \varphi h\nu, \quad J_{c0} = h\nu/2\sigma_0 \tau_c, \quad (14)$$

$$I_t = 2\sigma_0 \tau_c \varphi \zeta = J/J_{t0}, \quad J_{t0} = h\nu/2\sigma_0 \tau_c \zeta, \quad (15)$$

$$\xi = \sqrt{4 \ln 2} \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_D}, \quad t = \sqrt{4 \ln 2} \frac{\nu' - \nu_0}{\Delta \nu_D}, \quad \eta = \sqrt{\ln 2} \frac{\Delta \nu_H}{\Delta \nu_D}, \quad (16)$$

其中  $J_{c0}$  和  $J_{t0}$  分别为碰撞加宽和对流加宽饱和强度和  $I_c$  和  $I_t$  为无量纲辐射强度,  $\xi$  为调

谱参数,  $\eta$  为加宽参数. (13) 式中的  $\Delta n$  可由求解方程(10)和(11)得到. 为此, 讨论具有实际意义的两类流动模型:

流动模型 I: 假设  $s(x') = n_p/\tau_p$ , 即抽运效应与流向距离无关. 放电抽运、气流介质湍流混合化学反应抽运等属于这种情况. 此时, 方程(11)的解为

$$N = n_p R_p \zeta. \quad (17)$$

即抽运生成的总粒子数与流向距离成正比.

流动模型 II: 假设  $s(x') = \frac{1}{2} (n_p/\tau_p) \zeta^{-1/2}$ , 则方程(11)的解为

$$N = n_p R_p \zeta^{1/2}. \quad (18)$$

即抽运生成的总粒子数与流向距离的  $1/2$  次方成正比. 该模型表示气流介质层流混合化学反应抽运和后湿式  $\text{CO}_2$  气流激光层流混合等情况.

这里研究两种典型情况.

1.  $R_t \gg R_p, R_s$ . 这时(13)式简化为

$$G(\nu) = \Delta n \sigma_0 \exp(-\zeta) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 \exp(-t^2)}{(\xi - t)^2 + \eta^2} \exp\left[-\frac{\eta^2 I_t}{(\xi - t)^2 + \eta^2}\right] dt. \quad (19)$$

将(17)和(18)式代入方程(10), 求得  $\Delta n$ , 从而对两类流动模型, 分别得到

$$\begin{aligned} [G_t(\nu)]_I &= n_p R_p \sigma_0 \exp(-\zeta) (1 + S_t)^{-2} \\ &\quad \cdot \{(2 + S_t)[1 - \exp(-(1 + S_t)\zeta)] \\ &\quad - (1 + S_t)\zeta\} F_t(\xi, \eta, I_t), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} [G_t(\nu)]_{II} &= n_p R_p \sigma_0 \exp(-\zeta) (1 + S_t)^{-3/2} \\ &\quad \cdot [(2 + S_t)D(\sqrt{(1 + S_t)\zeta}) - \sqrt{(1 + S_t)\zeta}] F_t(\xi, \eta, I_t), \end{aligned} \quad (21)$$

式中  $D(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(t^2) dt$  为 Dawson 积分<sup>[11]</sup>,  $S_t = I_t p_t(\nu)/\zeta$ ,  $p_t(\nu) = \exp(-\zeta) F_t(\xi, \eta, I_t)$ ,

$$F_t(\xi, \eta, I_t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 \exp(-t^2)}{(\xi - t)^2 + \eta^2} \exp\left[-\frac{\eta^2 I_t}{(\xi - t)^2 + \eta^2}\right] dt. \quad (22)$$

对于低气压介质 ( $\eta \ll 1$ ) 和高气压介质 ( $\eta \gg 1$ ), (22) 式分别化为

$$F_t(\xi, \eta, I_t) \approx \eta \sqrt{\pi} \exp(-\xi^2) E(I_t), \quad (\eta \ll 1), \quad (23)$$

$$E(I_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} I_t^k; \quad (24)$$

$$F_t(\xi, \eta, I_t) \approx \exp(-I_t) \frac{\eta^2}{\eta^2 + (1 - I_t)\xi^2} \quad (\eta \gg 1). \quad (25)$$

2.  $R_t \gg R_p, R_t$ , 且  $R_t \gg 1$ . 略去(13)式中与  $R_t^{-1}$  和  $\exp(-R_t \zeta)$  有关的项, 得

$$G_t(\nu) = \Delta n \sigma_0 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 \exp(-t^2)}{(\xi - t)^2 + (1 + I_t)\eta^2} dt, \quad (26)$$

式中  $I_t = 2J_0 \tau_p \rho = J/J_s$ ,  $J_s = h\nu/2\sigma_0 \tau_s$ . 对两类流动模型, 分别得到

$$\begin{aligned} [G_t(\nu)]_I &= n_p R_p \sigma_0 (1 + S_t)^{-2} \cdot \{(2 + S_t)[1 - \exp(-(1 + S_t)\zeta)] \\ &\quad - (1 + S_t)\zeta\} F_t(\xi, \eta, I_t) \end{aligned} \quad (27)$$

$$[G_r(\nu)]_{II} = n_p R_p \sigma_0 (1 + S_r)^{-3/2} \cdot \{(2 + S_r)D(\sqrt{(1 + S_r)\zeta}) - \sqrt{(1 + S_r)\zeta}\} F_r(\xi, \eta, I_r), \quad (28)$$

式中  $S_r = R_r I_r P_r(\nu)$ ,  $P_r(\nu) = F_r(\xi, \eta, I_r)$ ,

$$F_r(\xi, \eta, I_r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 \exp(-t^2)}{(\xi - t)^2 + (1 + I_r)\eta^2} dt. \quad (29)$$

对于低气压和高气压两类气流介质, (29)式分别化为

$$F_r(\xi, \eta, I_r) \approx \eta \sqrt{\pi} (1 + I_r)^{-1/2} \{ \exp(-\xi^2) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \eta \sqrt{(1 + I_r)} [1 - 2\xi D(\xi)] + O[(1 + I_r)\eta^2] \}, \quad (\eta \ll 1) \quad (30)$$

$$F_r(\xi, \eta, I_r) \approx \frac{\eta^2}{\xi^2 + (1 + I_r)\eta^2} \quad (\eta \gg 1). \quad (31)$$

### 三、非饱和增益系数

在(20), (21), (27)和(28)式中, 令  $\varphi \rightarrow 0$ , 从而得到非饱和增益系数

$$[G_r^0(\nu, \zeta)]_I = G^0(\nu) \exp(-\zeta) \{ 2[1 - \exp(-\zeta)] - \zeta \}, \quad (32)$$

$$[G_r^0(\nu, \zeta)]_{II} = G^0(\nu) \exp(-\zeta) [2D(\sqrt{\zeta}) - \sqrt{\zeta}]; \quad (33)$$

$$[G^0(\nu, \zeta)]_I = G^0(\nu) \{ 2[1 - \exp(-\zeta)] - \zeta \}, \quad (34)$$

$$[G_r^0(\nu, \zeta)]_{II} = G^0(\nu) [2D(\sqrt{\zeta}) - \sqrt{\zeta}], \quad (35)$$

式中

$$G^0(\nu) = G_D^0(\nu) = n_p R_p \sigma_0 \eta \sqrt{\pi} \exp(-\xi^2), \quad (\eta \ll 1), \quad (36)$$

$$G^0(\nu) = G_H^0(\nu) = n_p R_p \sigma_0 \eta^2 / (\xi^2 + \eta^2), \quad (\eta \gg 1) \quad (37)$$

分别为无宏观流动的非均匀和均匀加宽介质的非饱和增益系数。可以看到, 气流介质的非饱和增益系数与流向距离有关。在对流效应为主的情形, 由(32)和(33)式, 可求得非饱和增益系数为最大值的流向距离  $\zeta_D$  (称为特征流向距离) 所满足的方程为

$$\zeta_D = 3 - 4 \exp(-\zeta_D), \quad (\text{I类}); \quad (38)$$

$$D(\sqrt{\zeta_D}) = \frac{1}{4} \left( \sqrt{\zeta_D} + \frac{1}{2} \sqrt{\zeta_D} \right) \quad (\text{II类}). \quad (39)$$

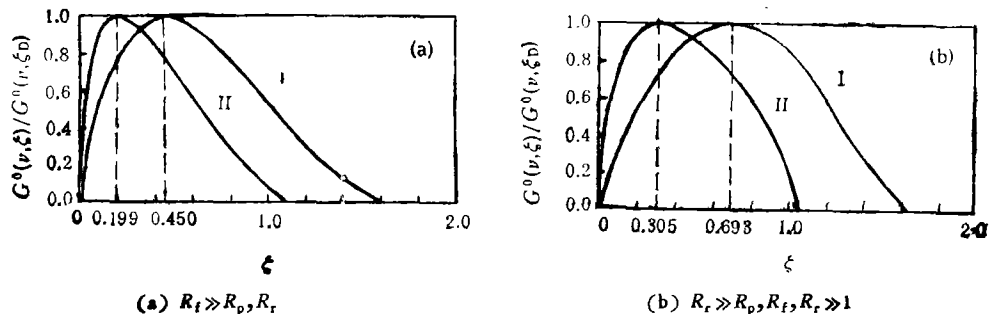


图1 非饱和增益系数与流向距离的关系

以上两个方程的解分别为  $\zeta_D = 0.450$  和  $0.199$ 。在非平衡交叉弛豫效应为主的情形,由(34)和(35)式可求得该情形的特征流向距离所满足的方程为

$$\zeta_D = \ln 2 = 0.693, \quad (\text{I类}), \quad (40)$$

$$D(\zeta_D) = \frac{1}{4} \sqrt{\zeta_D} \quad (\text{II类}). \quad (41)$$

方程(41)的解为  $\zeta_D = 0.305$ 。气流介质的非饱和增益系数与流向距离  $\zeta$  的关系如图 1 所示。

#### 四、增益饱和特性

1.  $R_i \gg R_p, R_r$  的情形。由(20)和(21)式,得到谱线中心频率  $\nu_0$  处的增益系数为

$$[G_i(\nu_0)/G_i^0(\nu_0)]_I \approx \begin{cases} Q_{i1}(I_i, \zeta)E(I_i), & (\eta \ll 1); \\ Q_{i1}(I_i, \zeta)\exp(-I_i), & (\eta \gg 1), \end{cases} \quad (42)$$

$$[G_i(\nu_0)/G_i^0(\nu_0)]_{II} \approx \begin{cases} Q_{i2}(I_i, \zeta)E(I_i), & (\eta \ll 1); \\ Q_{i2}(I_i, \zeta)\exp(-I_i), & (\eta \gg 1), \end{cases} \quad (43)$$

式中

$$Q_{i1}(I_i, \zeta) = \frac{(2 + S_i)\{1 - \exp[1 - (1 + S_i)\zeta] - (1 + S_i)\zeta\}}{(1 + S_i)^2\{2[1 - \exp(-\zeta)] - \zeta\}}, \quad (44)$$

$$Q_{i2}(I_i, \zeta) = \frac{(2 + S_i)(D\sqrt{(1 + S_i)\zeta}) - \sqrt{(1 + S_i)\zeta}}{(1 + S_i)^{3/2}[2D(\sqrt{\zeta}) - \sqrt{\zeta}]}. \quad (45)$$

2.  $R_i \gg R_p, R_r$ , 且  $R_r \gg 1$  的情形。由(27)和(28)式得

$$[G_r(\nu_0)/G_r^0(\nu_0)]_I \approx \begin{cases} Q_{r1}(I_r, \zeta)(1 + I_r)^{-1/2}, & (\eta \ll 1); \\ Q_{r1}(I_r, \zeta)(1 + I_r)^{-1}, & (\eta \gg 1), \end{cases} \quad (46)$$

$$[G_r(\nu_0)/G_r^0(\nu_0)]_{II} \approx \begin{cases} Q_{r2}(I_r, \zeta)(1 + I_r)^{-1/2}, & (\eta \ll 1); \\ Q_{r2}(I_r, \zeta)(1 + I_r)^{-1}, & (\eta \gg 1), \end{cases} \quad (47)$$

式中

$$Q_{r1}(I_r, \zeta) = \frac{(2 + S_r)\{1 - \exp[-(1 + S_r)\zeta] - (1 + S_r)\zeta\}}{(1 + S_r)^2\{2[1 - \exp(-\zeta)] - \zeta\}}, \quad (48)$$

$$Q_{r2}(I_r, \zeta) = \frac{(2 + S_r)D(\sqrt{(1 + S_r)\zeta}) - \sqrt{(1 + S_r)\zeta}}{(1 + S_r)^{3/2}[2D(\sqrt{\zeta}) - \sqrt{\zeta}]}. \quad (49)$$

众所周知,气体无宏观流动时,低气压 ( $\eta \ll 1$ ) 时为非均匀加宽谱线,线中心频率处的增益以  $(1 + I)^{-1/2}$  的方式饱和;高气压 ( $\eta \gg 1$ ) 时为均匀加宽谱线,线中心频率处的增益以  $(1 + I)^{-1}$  的方式饱和。对于气流介质而言,按照本理论的结果,当对流效应为主时,低气压和高气压情形的线中心频率处的增益分别以  $Q_{ti}E(I_i)$  和  $Q_{ti}\exp(-I_i)$  ( $i = 1, 2$ ) 的方式饱和;当非平衡交叉弛豫效应为主时,低气压和高气压情形,分别以  $Q_{ri}(1 + I_r)^{-1/2}$  和  $Q_{ri}(1 + I_r)^{-1}$  ( $i = 1, 2$ ) 的方式饱和。概言之,气流介质的饱和行为不仅与饱和光的强度有关,还与流向距离有关。

根据(42)~(49)式计算的线中心频率处的增益曲线示于图2。理论计算与文献[3]的实验测量的比较示于图3中。实验条件是: 超声速扩散 CW HF 化学激光, 气流速度

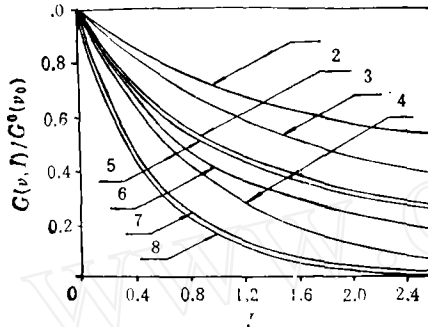


图2 增益饱和和特性曲线

曲线1为  $\nu = 0, \eta \ll 1, G/G^0 = (1+I)^{-1/2}$ ;  
 曲线2为  $\nu = 0, \eta \gg 1, G/G^0 = (1+I)^{-1}$ ;  
 曲线3为  $R_f \gg R_p, R_f, \eta \ll 1, G/G^0 = Q_f E(I)$ ;  
 曲线4为  $R_f \gg R_p, R_f, \eta \gg 1, G/G^0 = Q_f \exp(-I)$ ;  
 曲线5到曲线8为  $R_f \gg R_p, R_f, R_p \gg 1$ ,  
 其中曲线5为  $\eta \ll 1, G/G^0 = Q_{r1}(1+I)^{-1/2}$ ;  
 曲线6为  $\eta \ll 1, G/G^0 = Q_{r2}(1+I)^{-1/2}$ ;  
 曲线7为  $\eta \gg 1, G/G^0 = Q_{r1}(1+I)^{-1}$ ;  
 曲线8为  $\eta \gg 1, G/G^0 = Q_{r2}(1+I)^{-1}$

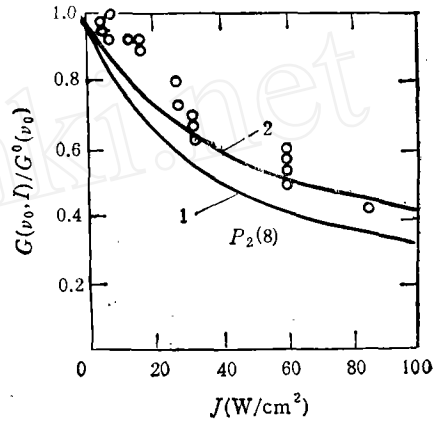


图3 增益的理论计算与实验结果的比较——  
 为本文的理论结果; 0 为文献[3]的实验结果;

曲线1为  $R_f \gg R_p, R_f, R_p = 100, N \sim \xi$ ;  
 曲线2为  $R_f \gg R_p, R_f, R_p = 100, N \sim \sqrt{\xi}$ ;  
 $x = 0.4 \text{ cm}; P = 6 \text{ Torr}; J_s = 80 \text{ W/cm}^2$

4 马赫 (Mach number), 在 36 个狭缝喷咀出口的下游  $x = 0.4 \text{ cm}$  处 (相当于  $\zeta_D = 0.305$ ), 激光垂直通过气流增益区, 气压 6 Torr  $P(8)$  支单模饱和, 饱和强度  $J_s = 80 \text{ W/cm}^2$ . 在这种试验条件下,  $\tau_c \approx 10^{-7} \text{ s}$ ,  $\tau \approx 3 \times 10^{-6} \text{ s}$ ,  $R_f = 3.3$ . 由于对超声速扩散的 HF 化学激光介质而言, 转动非平衡的弛豫速率非常大, 平动非平衡的弛豫速率  $R_t \approx 10^2$  数量级, 因而只考虑平动非平衡交叉弛豫效应, 取  $R_r \approx R_t = 100$ . 图3中理论计算的增益曲线1和2分别相应于流动模型 I 和 II. 从图3中看到, 理论与实验相符合, 尤其是将超声速扩散 CW HF 化学激光介质视为层流混合的情况, 更与实验相一致. 究竟气流介质是湍流混合或层流混合, 与超声喷咀和流道的设计, 以及加工工艺关系极大.

## 五、饱和谱线形

现在研究低气压气流激光放大器的饱和谱. 设饱和激光具有给定的频率  $\nu_j$ , 光子数为  $\varphi(\nu_j)$ ; 同时, 在流向区  $\zeta_D$  处, 在与气流垂直的方向上入射一束频率  $\nu$  可调, 强度很弱 ( $\varphi(\nu) \ll \varphi(\nu_j)$ ) 的探测激光, 那么, 探测光的增益就表征了强光引起的饱和效应的频率特性. 探测激光的增益系数可由下式计算:

$$G(\nu, I_j) = \int_0^{\infty} \sigma(\nu, \nu') \Delta n(\nu', I_j) d\nu', \quad (50)$$

式中  $\Delta n(\nu', I_j)$  为(7)式中  $\nu = \nu_j$  的值.

1. 当  $R_t \gg R_p, R_r$  时, 对低气压  $\eta \ll 1$  情形, 利用 Poisson 定理<sup>[2]</sup>, 得到

$$[G_t(\nu, I_{jj})/G_t^0(\nu_0)]_1 = Q_{t1}(I_{jj}, \zeta_D) \exp(-\xi^2) \exp\left[-\frac{\eta^2 I_{jj}}{(\xi - \xi_j)^2 + \eta^2}\right], \quad (51)$$

$$[G_i(\nu, I_{ij})/G_i^0(\nu_0)]_{II} = Q_{i2}(I_{ij}, \zeta_D) \exp(-\xi^2) \exp\left[-\frac{\eta^2 I_{ij}}{(\xi - \xi_j)^2 + \eta^2}\right], \quad (52)$$

式中  $I_{ij} = 2\sigma_0 \tau_c \varphi(\nu_j) \zeta_D$ ,  $S_{ij} = I_{ij} p(\nu_j) / \zeta_D$ ,

$$Q_{i1}(I_{ij}, \zeta_D) = \{2[1 - \exp(\zeta_D)] - \zeta_D\}^{-1} (1 + S_{ij})^{-2} \cdot \{(2 + S_{ij})[1 - \exp(-(1 + S_{ij})\zeta_D)] - (1 + S_{ij})\zeta_D\}, \quad (53)$$

$$Q_{i2}(I_{ij}, \zeta_D) = [2D(\sqrt{\zeta_D}) - \sqrt{\zeta_D}]^{-1} (1 + S_{ij})^{-3/2} \cdot \{(2 + S_{ij})D(\sqrt{(1 + S_{ij})\zeta_D}) - \sqrt{(1 + S_{ij})\zeta_D}\}, \quad (54)$$

$$p_i(\nu_j) = \eta \sqrt{\pi} \exp(-\zeta_D) \exp(-\xi_j^2) E(I_{ij}), \quad (55)$$

$E(I_{ij})$  为(24)式中  $I_i = I_{ij}$  的值.

2. 当  $R_r \gg R_p, R_f$ , 且  $R_r \gg 1$  时, 对于  $\eta \ll 1$  得

$$[G_r(\nu, I_{ij})/G_r^0(\nu_0)]_I = Q_{r1}(I_{ij}, \zeta_D) \exp(-\xi^2) \frac{(\xi - \xi_j)^2 + \eta^2}{(\xi - \xi_j)^2 + (1 + I_{ij})\eta^2}, \quad (56)$$

$$[G_r(\nu, I_{ij})/G_r^0(\nu_0)]_{II} = Q_{r2}(I_{ij}, \zeta_D) \exp(-\xi^2) \frac{(\xi - \xi_j)^2 + \eta^2}{(\xi - \xi_j)^2 + (1 + I_{ij})\eta^2}, \quad (57)$$

式中  $I_{ij} = 2\sigma_0 \tau_c \varphi(\nu_j)$ ,  $S_{ij} = R_r I_{ij} P_r(\nu_j)$ ,

$$Q_{r1}(I_{ij}, \zeta_D) = \{2[1 - \exp(-\zeta_D)] - \zeta_D\}^{-1} (1 + S_{ij})^{-2} \cdot \{(2 + S_{ij})[1 - \exp(-(1 + S_{ij})\zeta_D)] - (1 + S_{ij})\zeta_D\}, \quad (58)$$

$$Q_{r2}(I_{ij}, \zeta_D) = [2D(\sqrt{\zeta_D}) - \sqrt{\zeta_D}]^{-1} (1 + S_{ij})^{-3/2} \cdot \{(2 + S_{ij})D(\sqrt{(1 + S_{ij})\zeta_D}) - \sqrt{(1 + S_{ij})\zeta_D}\}, \quad (59)$$

$$P_r(\nu_j) = \eta \sqrt{\pi} (1 + I_{ij})^{-1/2} \{ \exp(-\xi_j^2) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \eta \sqrt{(1 + I_{ij})} [1 - 2\xi_j D(\xi_j)] + O[(1 + I_{ij})\eta^2] \}, \quad (60)$$

$\xi_j$  为(16)式中的参量  $\xi$  取  $\nu = \nu_j$  的值,  $D(\xi_j) = \exp(-\xi_j^2) \int_0^{\xi_j} \exp(t^2) dt$ .

当对流效应为主时, 按照流动模型 II 计算的增益线形示于图 4. 可以看到饱和增益线形的特点是: 烧孔现象仍很明显, 但整个增益曲线表现出某种均匀加宽的特征, 且增益

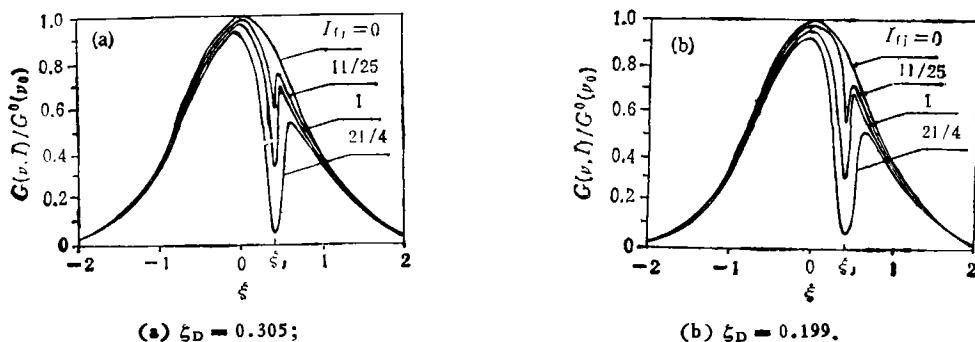


图 4 对流效应为主的增益线形  
( $\eta = 0.04$ ;  $\xi_j = 0.4$ ;  $N \sim \xi^2$ )



的最大值随饱和光强的增大从中心频率  $\nu_0$  移向  $\nu < \nu_0$  区。在特征流向距离 ( $\zeta_D = 0.199$ ) 得到的增益线形(图 4(b))其“均匀化”特征更明显一些。

以非平衡交叉弛豫为主的增益线形示于图 5。可以看到, Doppler 加宽的气流介质的增益线形呈现的“反常”现象更为明显。增益线形是非均匀和均匀加宽线形的“混合”, 明显地表现某种“均匀”加宽线形的特征。图 4 还表明, 在不同的流向距离处计算的增益线形是不相同的, 对某种流动模型而言, 在它的特征流向距离处计算的增益线形, 其“均匀化”特征更为明显。

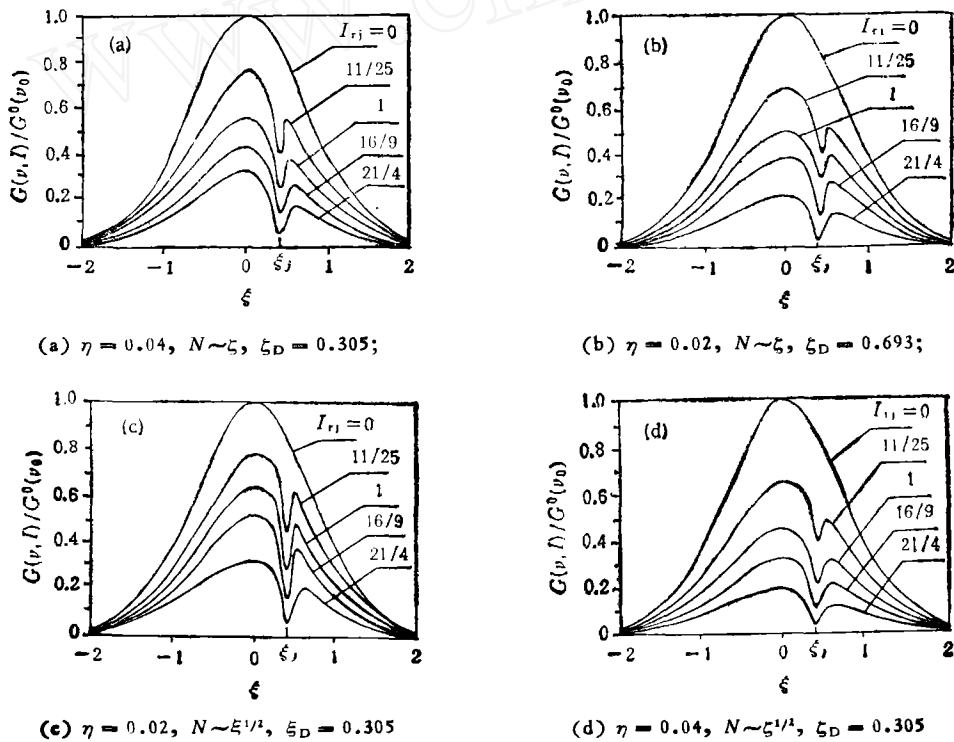


图 5 非平衡交叉弛豫效应为主的增益线形 ( $R_1 = 100$ ),  $\xi_j = 0.4$

图 6 为文献[3]的实验测量的结果, 可以看到, 图 5(d) 与图 6 符合得很好。可见, 在文献[3]的实验条件下, 气流介质基本上是层流混合的。

## 六、结 语

气流与化学激光的增益, 不仅与光强、加宽参数和激光频率有关, 而且还与流向距离有关。对于两种典型的效应和两类流动模型, 得到 4 个特征流向距离, 即  $\zeta_D = 0.450, 0.199, 0.693$  和  $0.305$ 。

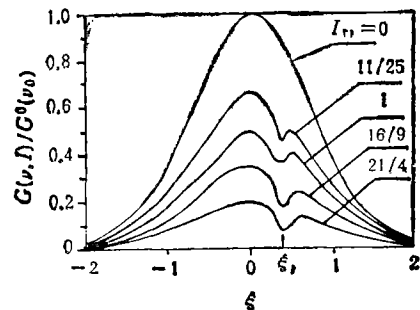


图 6 文献[3]的实验曲线(实验条件与图 3 的情形相同) 文献[3]的实验测量是在  $\zeta_D = 0.305$  处进行

的,这正是我们理论中层流混合流动模型的特征流向距离。

气流与化学激光的增益饱和行为与无宏观流动的气体激光的差异甚大,增益线形呈现非均匀和均匀加宽并存的“反常”现象,非平衡交叉弛豫效应所显示的增益线形的“均匀化”特征,强于对流效应。

- [1] T. Kan and G. J. Wotga, *IEEE J.*, **QE-7**(1971), 141.  
 [2] R. W. F. Cross *et al.*, *IEEE J.*, **QE-16**(1980), 795.  
 [3] R. W. F. Cross and J. G. Coffey, “Saturation Processes in Doppler-Broadened HF Vibrational Transition” in *Gas Flow and Chemical Lasers*, edited by M. Onorato (Plenum, New York, 1984, pp. 127—139).  
 [4] R. J. Hall, *IEEE J.*, **QE-12**(1976), 453.  
 [5] H. Mirels, *Appl. Opt.*, **20**(1981), 362.  
 [6] H. Mirels, *Appl. Opt.*, **20**(1981), 2379.  
 [7] D. L. Bullock, *J. de physique*, **C9**(1980), 37.  
 [8] Gao Zhi, *Scientia Sinica (A)*, **28**(1985), 201.  
 [9] H. Mirels, *Appl. Opt.*, **27**(1988), 89.  
 [10] Fan Anfu and Gao Zhi, *Chinese Physics Letters*, **8**(1991), 566.  
 [11] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, AMS 55 (National Bureau of Standards) (Washington, 1964), p. 298; 319.  
 [12] B. Van Der Pol and H. Bremmer, *Operational Calculus* (Cambridge at the University Press, Cambridge, U. K. 1955, p. 63).

## GAIN SATURATION EFFECTS IN NONEQUILIBRIUM GAS FLOW AND CHEMICAL LASERS

FAN AN-FU

*Department of Opto-electric Science and Technique, Sichuan University, Chengdu 610064*

GAO ZHI

*Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing 100080*

(Received 19 March 1992)

### ABSTRACT

In this paper a “convection-nonequilibrium cross relaxation” theory is presented for a gas flow and chemical lasers: The expressions of gain coefficient and saturated gain spectrum are derived for the two-type flow models of a gas flow medium with turbulent or laminar flow mixture respectively. Some new gain saturation laws are obtained. The unsaturated and saturated gain are dependent on the streamwise distance. The numerical results show that the gain profiles of a saturated amplifier with Doppler-broadening presents some “anomalous” phenomena with a mixture of inhomogeneous and homogeneous profiles. The present theoretical results agree with the measured results.

**PACC:**4260H; 3380; 3390