

# 后向台阶横向喷流干扰流场的数值研究

周伟江 马汉东 (北京空气动力研究所, 8室, 北京, 100074)

马延文 (中国科学院力学研究所, 北京, 100080)

## NUMERICAL STUDY OF SUPERSONIC FLOW OVER A BACKWARD STEP WITH TRANSVERSE INJECTION

Zhou Wei-jiang, Ma Han-dong

(Beijing Institute of Aerodynamics, Beijing, 100074)

Ma Yan-wen

(Institute of Mechanics Academia Sinica, Beijing, 100080)

**摘要** 用有限差分法求解层流全 N-S 方程, 对超音速后向台阶绕流与台阶后横向喷流干扰流场进行了数值模拟。不带喷流的超音速后向台阶绕流数值模拟结果与实验及其他计算结果吻合较好。最后给出横向喷流压力比  $p_1/p_\infty = 3.033 \sim 7.033$  和喷口宽度  $w = 0.1h \sim 0.2h$  ( $h$  为台阶高度) 时的数值模拟结果。得到了合理的流场结构; 并可看到喷流压力比和喷口宽度对流场特性有显著影响。在计算参数范围内, 底部压力与系数  $Q(Q = wp_1/hp_\infty)$  几乎成线性关系。

**关键词** 喷流, 数值模拟, N-S 方程, 分离流动

**Abstract** The interaction between a supersonic flow around a backward step and transverse injectors ( $Ma_1 = 1.05$ ) located on the downstream of the step is simulated with finite difference method by solving the N-S equations numerically. First, the supersonic flows over a backward step without an injector are computed, and the results are compared with the experiment and other calculations. Then the injector is added, with the pressure ratio  $p_1/p_\infty$  varying from 3.033 to 7.033 and the injector width  $w$  equal to  $0.1h$  or  $0.2h$  ( $h$ —step height). The reasonable structures of vortices and waves are presented, and the effects of  $p_1/p_\infty$  and  $w$  on flow properties are researched. Within the present parameters region, the calculations also show that the pressure at the step bottom is almost linearly related to the factor  $Q(Q = wp_1/hp_\infty)$ .

**Key words** jet, numerical simulation, N-S equations, separation flow

70年代中期以后, NASA Langley 研究中心开展了一系列关于组合冲压发动机方面的研究<sup>[1,2]</sup>。在超燃冲压发动机中, 燃料通过垂直和平行于发动机主流两个方向的喷嘴注入, 以适应整个运行范围的需要。在不太高的  $Ma$  数范围, 大量的垂直方向注入可能导致发动机热堵塞; 平行方向注入可延缓这种现象发生, 扩大反应区域。在较高的  $Ma$  数范围, 垂直注入可加速燃料与空气的混合和反应, 提高燃烧效率。此时垂直注入占主导, 并影响发动机内部流场和性能。因此有必要对其干扰流场进行研究。

该问题最简单的物理模型为平板上垂直喷流与平行于平板的外流之间的干扰。<sup>[3,4]</sup>

1991年12月2日收到, 1992年6月20日收到修改稿

国家青年自然科学基金资助课题

更接近实际发动机内部结构的物理模型为绕过后向台阶的超音速主流与台阶下游的垂直喷流的干扰<sup>[2]</sup> (图 1)。该流场既包含超音速区又包含亚音速区; 台阶下游和垂直喷口处还有旋涡运动及复杂的波系结构。喷流条件和喷口宽度对流场有极大影响。

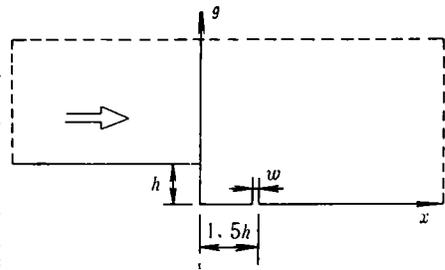


图 1 物理模型

采用有限差分法, 通过一个单步二阶精度差分格式<sup>[5]</sup>求解层流全 N-S 方程, 对干扰流场进行数值模拟, 以研究其机理。为简单起见, 设主流和喷流同为空气, 不考虑化学反应。

## 1 数学方法

### 1.1 控制方程

采用层流全 N-S 方程

$$\partial \tilde{U} / \partial t + \partial f_1 / \partial x + \partial f_2 / \partial y = \tilde{F}_{vis} \quad (1)$$

其中

$$\tilde{U} = [\rho, \rho u, \rho v, e]^T, \quad f_1 = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (e + \rho)u]^T$$

$$f_2 = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (e + p)v]^T, \quad e = \rho [C_v T + (u^2 + v^2) / 2]$$

$$\tilde{F}_{vis} = [0 \partial \sigma_{11} / \partial x + \partial \sigma_{12} / \partial y, \partial \sigma_{21} / \partial x + \partial \sigma_{22} / \partial y, \partial A / \partial x + \partial B / \partial y]^T$$

$$A = [u \sigma_{11} + v \sigma_{12} + (C_p / Pr Re) \mu \partial T / \partial x], \quad B = [u \sigma_{21} + v \sigma_{22} + (C_p / Pr Re) \mu \partial T / \partial y]$$

$$\sigma_{11} = (2\mu / Re) [(\partial u / \partial x) - \cdot \vec{V} / 3], \quad \sigma_{12} = \sigma_{21} = (\mu / Re) [(\partial u / \partial y) + (\partial v / \partial x)],$$

$$\sigma_{22} = (2\mu / Re) [(\partial v / \partial y) - \cdot \vec{V} / 3]. \quad \vec{V} \text{ 为合速度向量。}$$

### 1.2 差分格式

物理域的网格线分别平行于  $x$  轴和  $y$  轴 (图 1), 在拐角、物面及喷口附近加密。坐标变换关系为

$$\xi = \xi(x), \quad \eta = \eta(y) \quad (2)$$

经坐标变换后, 在计算域新坐标系  $(\xi, \eta)$  下方程 (1) 改写为

$$\partial U / \partial t + (1 / \eta_y) (\partial f_1 / \partial \xi) + (1 / \xi_x) (\partial f_2 / \partial \eta) = F_{vis} \quad (3)$$

$F_{vis}$  为坐标变换后的粘性项。采用系数矩阵分裂法并因式分解得<sup>[5]</sup>

$$\left. \begin{aligned} & (I + \alpha_1 \delta_\xi^- \tilde{A}_1^+ \cdot) (I + \alpha_1 \delta_\xi^+ \tilde{A}_1^- \cdot) (I + \alpha_2 \delta_\eta^- \tilde{A}_2^+ \cdot) (I + \alpha_2 \delta_\eta^+ \tilde{A}_2^- \cdot) \delta_t U_{ij}^{n+1} = \Delta U_{i,j}^n \\ & \Delta U_{i,j}^n = \Delta t (F_{vis})_{ij}^n - \alpha_1 \delta_\xi^0 (f_1)_{ij}^n - \alpha_2 \delta_\eta^0 (f_2)_{ij}^n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中  $\alpha_1 = \xi_x \Delta t / 2\Delta \xi$ ,  $\alpha_2 = \eta_y \Delta t / 2\Delta \eta$ ,  $A_l = D(f_l) / D(U)$ , ( $l = 1, 2$ ) 为通量 Jacobi 矩阵。  $\tilde{A}_l^\pm = A_l^\pm \pm \beta_l I$ ,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  为  $x$  和  $y$  方向为加强稳定性所加的修正因子, 取值

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \max\{0, (2\gamma\mu / PrRe\Delta t)^{1/2} - \Delta\xi / \Delta t\} \\ \beta_2 &= \max\{0, (2\gamma\mu / PrRe\Delta t)^{1/2} - \Delta\xi / \Delta t\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

经通量特殊分裂方法, (5) 式可通过显式形式给出  $\delta_i U_{ij}^{n+1}$ , 细节参见文献[5]。

### 1.3 边界条件

上游边界给定自由来流值。物面上有无滑移条件和  $\partial p / \partial n = \partial T / \partial n = 0$ 。外边界采用单波条件, 下游出口边界值沿流向流动元梯度为零的条件给出。喷口处给定喷口条件 ( $p_i / p_\infty$ 、 $T_j / T_\infty$  和  $Ma_j$ )。

## 2 结果与讨论

### 2.1 超音速后向台阶绕流

图2给出  $Ma_\infty = 2.5$ ,  $Re_h = 1.4 \times 10^5$ ,  $T_\infty = 288.15K$  情况下计算得到的等压线和速度

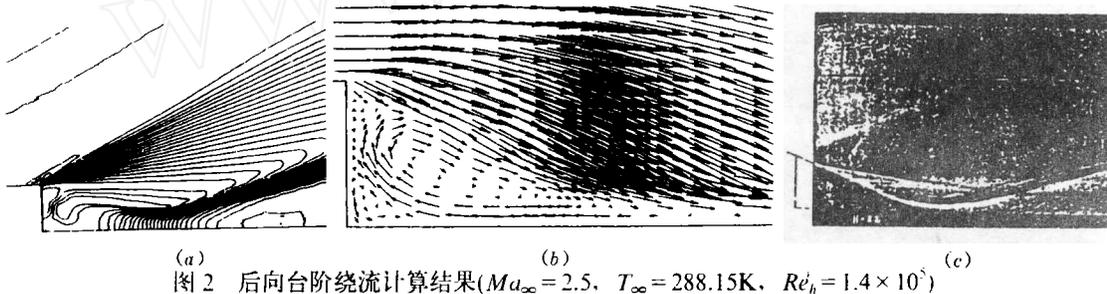


图2 后向台阶绕流计算结果 ( $Ma_\infty = 2.5$ ,  $T_\infty = 288.15K$ ,  $Re_h = 1.4 \times 10^5$ )

(a) 等压线 (b) 速度场 (c) 纹影照片<sup>[6]</sup>

场。图2 (a) 与文献[6]的纹影照片 (图2(c)) 比较, 两者基本相符。计算得到的底部压力系数  $p_b / p_\infty = 0.253$ , 实验值约为 0.23; 台阶后分离区长度计算值为  $2.4h$ , 实验值约为  $2.5h$  ( $h$  为台阶高度,  $Re_h$  为基于台阶高度的来流  $Re$  数)。由图2 (b) 可看到台阶后主分离涡和反向二次涡。图3给出  $Ma_\infty = 3.0$ ,  $Re_h = 550$  时台阶后物面压力分布的计算结果,

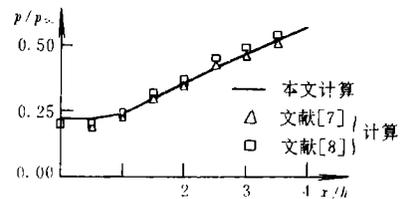


图3 台阶后物面压力分布  
( $Ma_\infty = 3.0$ ,  $Re_h = 550$ )

与文献[7,8]的计算结果相符。由此说明计算方法和程序是正确的。

### 2.2 超音速后向台阶绕流与垂直喷流的干扰

来流条件为:  $Ma_\infty = 2.19$ ,  $Re_h = 1.4 \times 10^5$ ,  $T_\infty = 288.15K$ 。喷口中心位于台阶下游  $1.5h$  处, 喷流出口静压比  $p_j / p_\infty$  分别取 3.033、5.033 和 7.033, 喷流温度  $T_j / T_\infty = 0.33$ , 喷流出口 Mach 数  $Ma_j = 1.05$ , 喷口宽度  $w = 0.1h$  和  $0.2h$ 。

图4~图6分别给出各种计算情况的速度场、等压线和等温线。无喷流时超音速来流绕过台阶后产生剧烈膨胀, 在底部形成一个较大的回流区, 主分离涡下方同时存在一个反向二次涡。喷流改变了底部流动 (图4), 在底部和喷流之间形成一种类似于流过二维空穴的流动, 喷流与主流干扰在喷口前产生一反向二次涡, 无喷流时的主分离涡被挤到台阶拐角附近, 尺度明显变小; 二次分离涡在喷流作用下消失 (准确地说是在变得很小, 以至在

现在的网格尺度下无法模拟)。随喷流出口静压增大(喷口宽度相同)喷口前二次涡逐渐增大;主分离涡变小。当  $p_j/p_\infty = 7.033$  时(图 4(c))主分离涡消失,在“空穴”区形成单一旋涡(喷流反向二次涡)。从等温线(图 6)中温度剪切层的变化也可看出主分离涡变小到消失的过程。另外,由图 4 还可看到喷口后明显的分离区和分离涡。随喷流出口静压增大,喷口后分离区无本质变化,只是分离涡略有增大再附点后移。

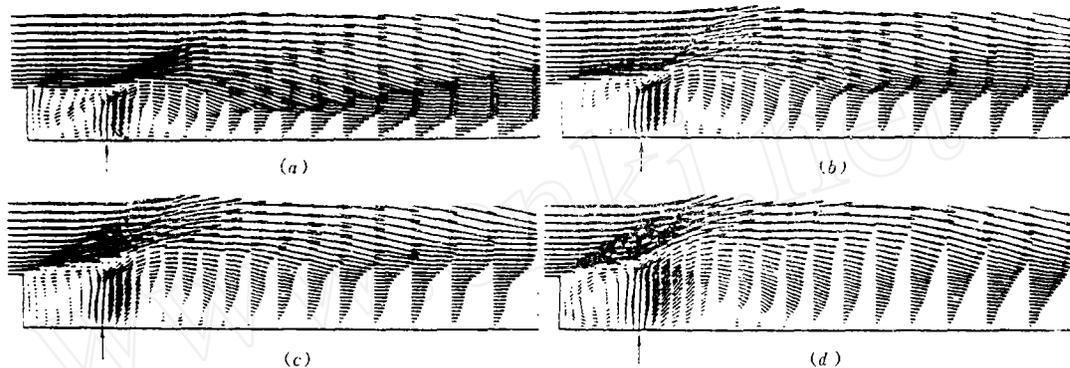


图 4 速度场计算结果 ( $Ma_\infty = 2.19$ ,  $Re_h = 1.4 \times 10^5$ ) (a)  $p_j/p_\infty = 3.033$ ,  $w = 0.1h$   
(b)  $p_j/p_\infty = 5.033$ ,  $w = 0.1h$  (c)  $p_j/p_\infty = 7.033$ ,  $w = 0.1h$  (d)  $p_j/p_\infty = 5.033$ ,  $w = 0.2h$

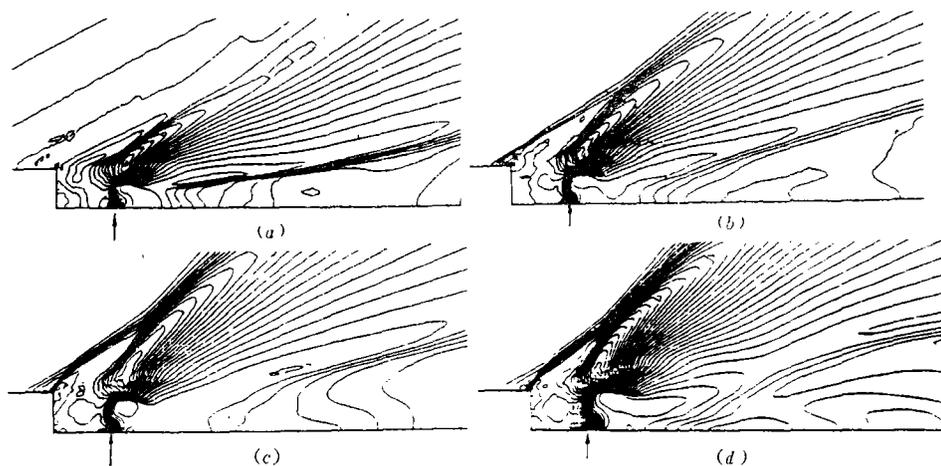


图 5 等压线计算结果 ( $Ma_\infty = 2.19$ ,  $Re_h = 1.4 \times 10^7$ ) (a)  $p_j/p_\infty = 3.033$ ,  $w = 0.1h$   
(b)  $p_j/p_\infty = 5.033$ ,  $w = 0.1h$  (c)  $p_j/p_\infty = 7.033$ ,  $w = 0.1h$  (d)  $p_j/p_\infty = 5.033$ ,  $w = 0.2h$

喷流出口静压变化对流场波系结构的影响较为明显(图 5)。 $p_j/p_\infty = 3.033$  时主流绕过台阶拐角时仍有微弱膨胀,然后在接近喷口时产生较大的压缩,在喷口前形成弓形激波。主流绕过喷流后产生很大膨胀,形成扇形膨胀区;膨胀后的气流冲向物面,再附时出现尾激波。高压喷流在喷口附近产生剧烈膨胀,然后以一道 Mach 盘(Mach Disk, 漂浮在空间的激波面)调整到主流压力, Mach 盘在主流冲击下向流动方向倾斜。随喷流出口静压增大,喷流的影响不断扩大,  $p_j/p_\infty = 5.033$  时主流在拐角处已不再膨胀(图 5(b)), 反而开始压缩。随  $p_j/p_\infty$  进一步增大, 这组压缩波逐渐演化为分离激波, 并与喷口前弓形

激波相交形成  $\lambda$  激波 (图 5(c))。这时波系和平板横向喷流干扰流场类似。

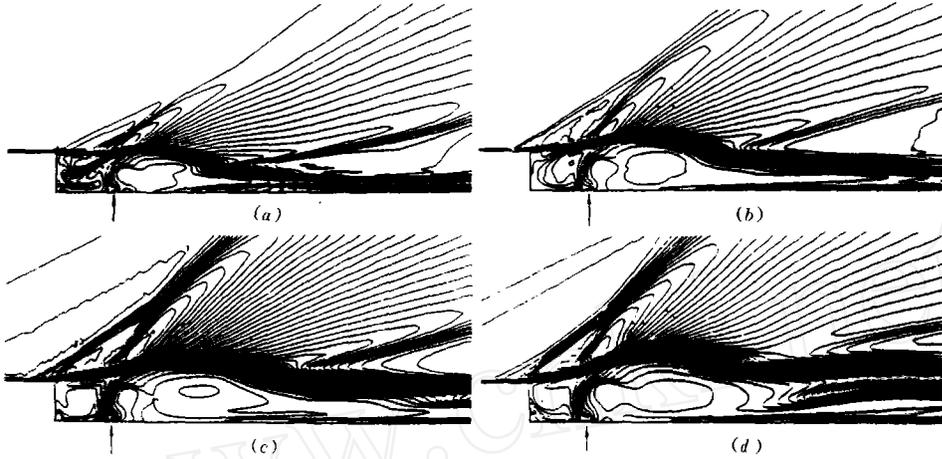


图 6 等压线计算结果 ( $Ma_\infty = 2.19, Re_\tau = 1.4 \times 10^5$ ) (a)  $p_1/p_\infty = 3.033, w = 0.1h$ , (b)  $p_1/p_\infty = 5.033, w = 0.1h$ , (c)  $p_1/p_\infty = 7.033, w = 0.1h$ , (d)  $p_1/p_\infty = 5.033, w = 0.2h$

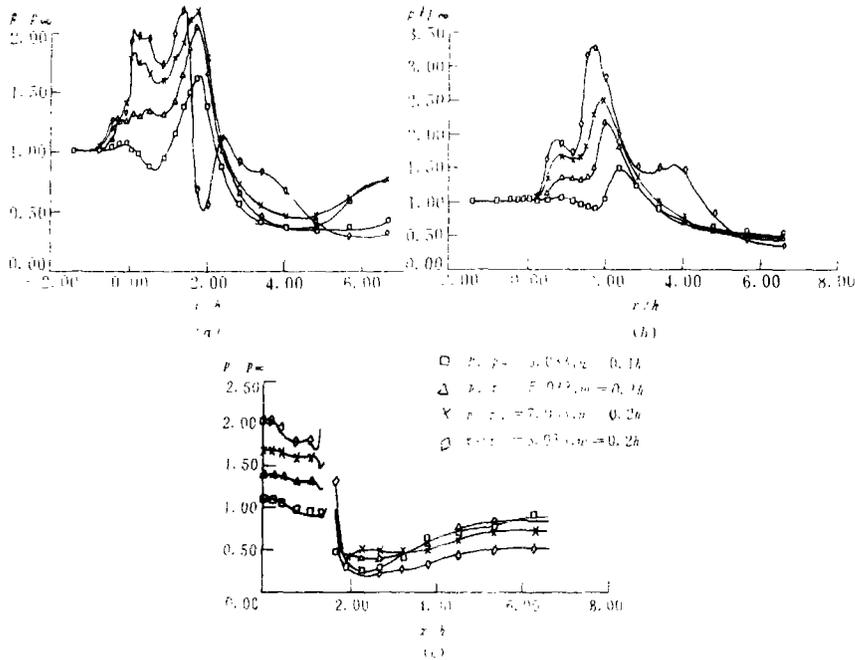


图 7 沿  $x$  方向压力分布 ( $Ma_\infty = 2.19, Re_\tau = 1.4 \times 10^5$ ) (a)  $y = 1.033$ , (b)  $y = 1.675$ , (c) 物面

图 4~图 6 还给出了  $w = 0.2h, p_1/p_\infty = 5.033$  的计算结果。喷口宽度增大后 Mach 盘、弓形激波和分离激波强度增强,上游受影响区扩大。由于流量加大使尾迹区域明显加厚,尾激波变弱。Mach 盘位置远高于  $0.1h$  情况,超过台阶高度。从底部压力看,喷口宽度增大对底压影响很大,  $p_b/p_\infty$  从 1.396 变为 2.059 (图 7(c))。

图 7 为台阶后物面及不同高度上压力分布曲线。由图可清楚地看到主流绕过台阶拐角随  $p_b/p_\infty$  增大由膨胀变为压缩最后产生激波的过程。高压时喷流的影响已扩展到台阶上游。

图 8 为底部压力  $p_b/p_\infty$  随  $p_z/p_\infty$  和流量参数  $Q$  ( $Q = wp_j/hp_\infty$ ) 的变化。与无喷流时底部压力相比, 有喷流时  $p_b/p_\infty$  明显提高。在现计算范围内, 随  $p_j/p_\infty$  增大  $p_b/p_\infty$  近于线性增长; 现结果与文献[2]的计算结果基本相符。由图 8 (b) 知  $p_b/p_\infty$  随  $Q$  也作线性变化, 由此可用流量参数  $Q$  综合喷口静压和喷口宽度对底部压力的影响。

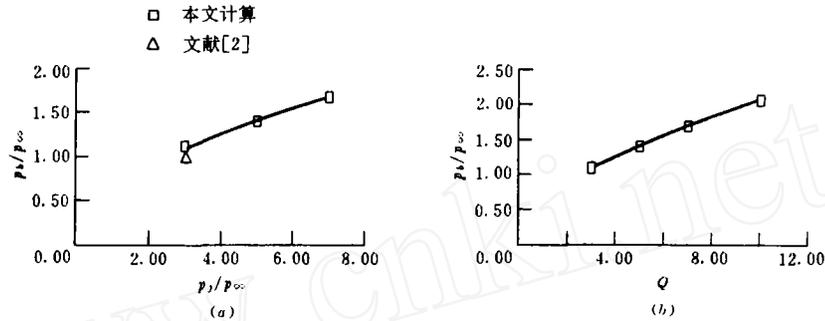


图 8 底部压力 ( $Ma_\infty = 2.19$ ,  $Re_h = 1.4 \times 10^5$ ) (a) 随  $p_j/p_\infty$  的变化 (b) 随  $Q$  的变化

### 参 考 文 献

- 1 Sullins G A, Anderson J D Jr, Drummond J P. Numerical Investigation of Supersonic Base Flow with Parallel Injection. AIAA 82-1001, 1982.
- 2 Berman H A, Anderson J D Jr, Drummond J P. A Numerical Solution of the Supersonic Flow over a Rearward Facing Step with Transverse Non-Reacting Hydrogen Injection. AIAA 82-1002, 1982.
- 3 Drummond J P, Weidner E H. Numerical Study of a Scramjet Engines. AIAA 81-0186, 1981.
- 4 周伟江等. 超声速主流与横向喷流复杂干扰流场数值模拟. 第六届全国计算流体力学会议论文集, 1992, 219~222
- 5 马延文, 傅德薰. 数值求解N-S方程的一个新的系数矩阵分裂法. 计算物理, 1985, (2): 129~136
- 6 Scherberg M G, Smith H E. An Experimental Study of Supersonic Flow over a Rearward Facing Step. AIAA J, 1976, 5(1): 51~56
- 7 Allen J S, Cheng S I. Numerical Solution of the Compressible N-S Equations for Laminar near Wake. The Physics of Fluids, 1970, 13(1): 37~52
- 8 Peklis R P, Conti R J. Computational Probing of Hypersonic Laminar Wakes. AIAA 84-1579, 1984.