

# 钝体分离旋涡流动的区域分解、 杂交数值模拟

## ——I. 理论方法及其应用\*

凌 国 灿

凌 国 平

(中国科学院力学研究所 LNM, 北京 100080) (华中理工大学力学系, 武汉 430074)

王 运 平

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

### 摘 要

为克服涡旋法不能精确预计物体附近小尺度流动结构的理论缺陷, 减少高 Reynolds 数流动 N-S 方程差分解的困难, 本文提出一种区域分解、杂交耦合 N-S 方程有限差分及涡旋法的新的数值模型和理论方法。将流场分解为内外两区, 在靠近物体表面、范围为  $O(R)$  的内区进行 N-S 方程有限差分, 外区作 Lagrange-Euler 涡旋法解, 建立了分区流动的联结、耦合条件, 给出了杂交耦合求解的数值计算方法。用本方法作了  $Re = 10^2, 10^3$  的圆柱绕流计算, 考察了区域交界面位置变化时解的稳定性。与全场 N-S 方程解及实验结果比较表明本文方法能精确预计流动分离及近场流动的详细结构, 并可有效地计算流动的总特性, 且比全场 N-S 方程解显著节省机时和计算量。

关键词: 杂交耦合数值模拟, 区域分解, N-S 方程有限差分, 涡旋法, 圆柱分离流

## 一、引 言

涡旋法 (VM) 与 N-S 方程有限差分法 (NSFDM) 是目前数值模拟钝体分离旋涡流动的两种主要理论方法。涡旋法能有效地预计非定常分离流动总特性及远离涡面的流场, 一般说来它只是对涡量场离散而不是对整个速度场离散, 因此计算比较节省, 也可避免网格化带来的问题。叠加有涡的随机走步的涡量方程算子分裂解结合 VIC 方法的应用, 使涡量的粘性耗散得到反映, 且可观地将计算量由  $O(N^2)$  下降到  $O(M \log_2 M)$  ( $N$  为涡数,  $M$  为网格点数)。但涡旋法固有的理论局限性使它不能精确地预计物体边界及涡面附近的流场。叠加随

本文 1991 年 2 月 24 日收到, 1991 年 7 月 6 日收到修改稿。

\* 国家自然科学基金和中国科学院力学研究所非线性力学开放实验室资助项目。

机走步方法的精度正比于  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ , 因此从理论上讲要有  $O(Re)$  的涡数才能保证足够精度, 计

算量要非常大, 而且流动的分离, 物面涡量分布是对计算结果进行光滑化后得到的, 给出的是平均意义上的近似值, 因而实际计算时精确程度不够。随机走步本质上只能模拟流体分子粘性扩散, 当高 Reynolds 数时流动为湍流, 这种模拟就失去了确定的含意。此外, 涡旋法在应用时都要引入具有一定任意性的参数才能使结果与实验相符。另一方面, N-S 方程有限差分分解在中等 Reynolds 数时可以给出十分精确的数值结果, 但在高 Reynolds 数时一般需要有  $O(Re)$  的网格点数才能精确地分辨出流动中量级为  $O(\sqrt{\nu})$  的小尺度结构。这在 Reynolds 数高达  $10^5 \sim 10^6$ , 甚至更高时是难以实现的, 再加上对远下游流场的离散, 对非定常周期性流动特征的模拟就需更大的计算及储存量。此外, 高 Reynolds 数分离流动 N-S 方程差分分解还有一些理论问题有待解决。

基于上述两种理论方法的优点和存在的问题, 本文将研究和提出一种新的数值模型和理论方法, 即区域分解、杂交组合 N-S 方程有限差分法和涡旋法方法, 它既能对物面附近的小尺度流动结构及涡量的生成和变化等给出精确的描述, 又可对远离物体的大范围区域的流动及流动的总特性得到简便和准确的预计, 并将显著地减少高 Reynolds 流动 N-S 方程差分分解的困难。作为初步应用, 同时为了可利用较充分的已有结果对该方法做出详细的检验和对比分析, 本文首先将此方法应用于中等 Reynolds 数圆柱绕流模拟, 给出  $Re = 100, 1000$  两种情况的计算结果, 也进行全流场 N-S 方程数值解以及区域交界面位置改变对解的影响的分析计算。对高 Reynolds 数流动及其它非定常来流情况的应用将在另文给出, 那里内区流动解将需采用高精度的不同于本文的差分计算方法。

## 二、理论方法

### 1. 区域分解及流动的 NSFDM-VM 杂交耦合解

将整个流场分解为靠近物体边界的内区  $\Omega_1$  及以外的区域  $\Omega_2$ , 交界面为  $I$ , 如图 1 所示。内区为粘性流动, 是流动发生分离、存在重要变形的区域, 是涡量生成和初始传输和扩散区。范围为  $O(\sqrt{\nu})$ 。但为了能反映回流区中的复杂流动结构, 并计及近尾迹中旋涡涡量减小对物体受力预计有较大影响这一事实, 内区范围可扩大到  $O(R)$  ( $R$  为物体特征长度)。它可视对流动细结构模拟的精度要求和计算量而灵活决定。在  $\Omega_1$  内涡量及其它流场变化由 N-S 方程和关于流函数的 Poisson 方程及它们相应的初边值条件确定。此时需要仔细确定交界面上的涡量分布以求解内区的涡量方程。外区  $\Omega_2$  中的流动近似地假设为无粘位势流动。涡的传导用离散涡模型及 VIC<sup>[4]</sup> 方法计算。旋涡在运动过程中保持涡量守恒。运动速度通过 Poisson 方程给出。内外区流动互相耦合、联立求解: 外区由跨过交界面的涡流量获得新生的离散涡, 并作为求解外区涡运动的初始条件; 外区旋涡运动是由全流场的涡量分布, 通过 Poisson 方程给出的流函数确定的; 内

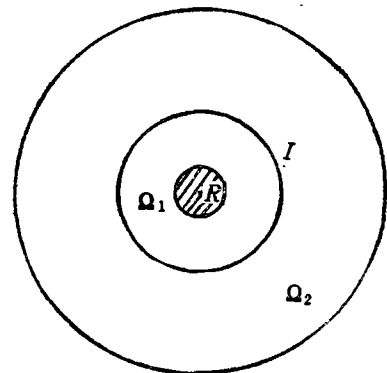


图 1

区 N-S 方程解交界面上的边界条件  $\omega_l(i, j)$  将由交界面两边邻近的涡量插值给出, 可为

$$\omega_l(i, j) = \sum_{k=l-1}^{l+N} \Delta\omega_k, \quad (1)$$

其中  $\Delta\omega_k$  为在第  $k$  层网格节点上的涡量形成的离散涡, 经过一个时间步长运动后在交界面上的分量,  $N$  为正整数。交界面上的流函数值  $\phi_l$  由全流场的涡量所决定的流函数取其邻近值插值求得。在交界面上流动满足质量、动量、涡流量的通量守恒。

### 2. 内外区杂交、耦合计算方法

将内区及全流场分别用细网格及粗网格划分, 内区可同时有粗细两套网格。在已知第  $n$  时间步交界面上的变量后, 通过求解涡量方程获得内区涡量分布; 计算进入外区的新的离散涡及原有外区涡的运动获得外区涡量分布; 由全场涡量分布通过求解 Poisson 方程获得流函数及速度; 确定交界面上的涡量、流函数及速度; 在内区求解 Poisson 方程获得流函数并计算速度场、壁面涡量及作用力。如此重复进行得到流动解。

### 3. 数值解方法

(1) 内区流动控制方程及定解条件 考虑圆柱绕流, 设流动变量、时间及坐标变量  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $V_r$ ,  $V_\theta$ ,  $t$  及  $r$  分别以特征量  $U_\infty/R$ ,  $U_\infty R$ ,  $U_\infty$ ,  $R/U_\infty$  及  $R$  无量纲化。为使物面附近网格加密引入下述对数坐标变换

$$\begin{cases} r = \exp(2\pi\xi), \\ \theta = 2\pi\eta, \end{cases} \quad (2)$$

流动由物理平面  $(r, \theta)$  转换到计算平面  $(\xi, \eta)$ 。

内区流动的控制方程及定解条件是

$$\begin{aligned} D. E. \quad E \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (U\omega) + \frac{\partial}{\partial \eta} (V\omega) &= \frac{2}{Re} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \right), \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} &= -E\omega, \end{aligned} \quad (3a)$$

其中  $E = 4\pi^2 \exp(4\pi\xi)$ ,  $U = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = E^{\frac{1}{2}} V_r$ ,  $V = -\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = E^{\frac{1}{2}} V_\theta$  ( $V_r, V_\theta$  为物理平面上的速度分量)。

$$\begin{aligned} B. C. \quad \xi = 0 \quad \phi = 0 \quad \omega &= -\frac{1}{E} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2}, \\ \xi = \xi_l \quad \omega_l(\xi, \eta) &\text{ 给定,} \\ \phi_l(\xi, \eta) &\text{ 给定;} \end{aligned} \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} I. C. \quad t = 0 \quad \phi &= -2\text{sh}(2\pi\xi) \sin(2\pi\eta), \\ \omega(\xi, \eta) &= 0. \end{aligned} \quad (3c)$$

圆柱表面压力  $p$ 、粘性剪应力  $\tau_w$  及涡量分别可由下述关系得到:

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} \Big|_{\xi=0} = \frac{4}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0}, \quad (4)$$

$$\frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = \frac{4}{Re} \omega \Big|_{\xi=0}, \quad (5)$$

$$\omega_{\xi=0} = -\left(\frac{1}{E} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2}\right)_{\xi=0}. \quad (6)$$

以  $\frac{1}{2} \rho U^2$  为参考量的圆柱阻力与横向力系数为

$$-C_d + iC_l = \frac{2}{Re} i \int_0^1 \left(2\pi\omega - \frac{\partial \omega}{\partial \xi}\right)_{\xi=0} e^{i2\pi\eta} d\eta. \quad (7)$$

(2) 有限差分方程 对于中等 Reynolds 数流动, 本文将 Kellogg<sup>[2]</sup> 导出的修正的指数型差分格式用于二维非定常流动并采用 ADI 方法在  $\xi$ ,  $\eta$  方向作交叉方向隐式差分, 从 (3a) 式得下列 N-S 方程的差分方程:

$$E_i \frac{\tilde{\omega}_{i,j} - \omega_{i,j}^n + \frac{(U\omega)_{i+1,j}^n - (U\omega)_{i-1,j}^n}{2\Delta\xi} + \frac{(V^*\tilde{\omega})_{i,j+1} - (V^*\tilde{\omega})_{i,j-1}}{2\Delta\eta}}{\frac{\Delta t}{2}} - \frac{2}{Re} \left[ \frac{(\sigma_1\omega)_{i+1,j}^n - 2(\sigma_1\omega)_{i,j}^n + (\sigma_1\omega)_{i-1,j}^n}{\Delta\xi^2} + \frac{(\sigma_2^*\tilde{\omega})_{i,j+1} - 2(\sigma_2^*\tilde{\omega})_{i,j} + (\sigma_2^*\tilde{\omega})_{i,j-1}}{\Delta\eta^2} \right], \quad (8a)$$

$$E_i \frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \tilde{\omega}_{i,j} + \frac{(\tilde{U}\omega^{n+1})_{i+1,j} - (\tilde{U}\omega^{n+1})_{i-1,j}}{2\Delta\xi} + \frac{(\tilde{V}\tilde{\omega})_{i,j+1} - (\tilde{V}\tilde{\omega})_{i,j-1}}{2\Delta\eta}}{\frac{\Delta t}{2}} - \frac{2}{Re} \left[ \frac{(\tilde{\sigma}_1\omega^{n+1})_{i+1,j} - 2(\tilde{\sigma}_1\omega^{n+1})_{i,j} + (\tilde{\sigma}_1\omega^{n+1})_{i-1,j}}{\Delta\xi^2} + \frac{(\tilde{\sigma}_2\tilde{\omega})_{i,j+1} - 2(\tilde{\sigma}_2\tilde{\omega})_{i,j} + (\tilde{\sigma}_2\tilde{\omega})_{i,j-1}}{\Delta\eta^2} \right], \quad (8b)$$

其中

$$(\sigma_k)_{i,j} = \frac{(U_k)_{i,j}\Delta l_k}{4} Re \coth \left[ \frac{(U_k)_{i,j}\Delta l_k}{4} Re \right], \quad k = 1, 2. \quad (8c)$$

当  $k = 1$ ,  $U_1 = U$ ,  $\Delta l_1 = \Delta\xi$ ;  $k = 2$ ,  $U_2 = V$ ,  $\Delta l_2 = \Delta\eta$ . 方程 (8) 中的符号“ $\sim$ ”表示取  $n + \frac{1}{2}$  时间步值.

(3a) 式中的 Poisson 方程用 SOR 方法求解, 其格式为

$$\phi_{i,j}^{k+1} = \phi_{i,j}^k + \frac{\alpha}{2(1+\beta^2)} [\phi_{i+1,j}^k + \phi_{i-1,j}^{k+1} + \beta^2(\phi_{i,j+1}^k + \phi_{i,j-1}^{k+1}) + (\Delta\xi)^2 E_i \omega_{i,j} - 2(1+\beta^2)\phi_{i,j}^k], \quad (9)$$

其中  $\beta = \Delta\xi/\Delta\eta$ ,  $\alpha$  为超松弛因子, 取  $\alpha = 1.72$  可获得较快收敛效果.

采用上述方法和差分格式求解的一个原因是为了可直接利用作者已有的求解 N-S 方程的程序. 一般说来 Kellogg 修正型指数差分格式具有 1—2 阶精度, 它有良好的稳定性, 计算量小且收敛速度快. 没有网格 Reynolds 数限制的优点, 适合于中低 Reynolds 数流动计算<sup>[3]</sup>.

圆柱表面涡量、涡量梯度均采用二阶 Lagrange 插值公式计算, 即

$$\omega_{0,j} = -\frac{1}{4\pi^2} \frac{8\phi_{1,j} - \phi_{2,j}}{2\Delta\xi^2}, \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \right|_{\xi \rightarrow 0} = \frac{1}{2\Delta\xi} (-3\omega_{0,i} + 4\omega_{1,i} - \omega_{2,i}). \quad (11)$$

(3) 外区 Lagrange/Euler 涡旋法计算 在单位时间步长内, 由通过交界面  $I$  上第  $j$  段面元  $d\eta$  的涡流量转变为离散涡的强度, 可近似表达为

$$\Delta\Gamma_j = \int_j \omega_l U_n d\eta = \frac{1}{4} (\omega_j + \omega_{j+1})(U_{n,j} + U_{n,j+1})\Delta\eta\Delta t, \quad (12)$$

$U_n$  为交界面上流体质点的法向速度. 假设涡量以平均速度

$$U = \frac{1}{2} (U_j + U_{j+1}), \quad V = \frac{1}{2} (V_j + V_{j+1})$$

从交界面上每个小弧段的中心流出, 则经过  $\Delta t$  后每个新生离散涡的位置为

$$\xi(t + \Delta t) = \xi(t, i) + \delta\xi, \quad \eta(t + \Delta t) = \eta\left(t, j + \frac{1}{2}\right) + \delta\eta, \quad (13a)$$

而

$$\delta\xi = \frac{1}{2} U \cdot \Delta t / E, \quad \delta\eta = \frac{1}{2} V \cdot \Delta t / E. \quad (13b)$$

已在外区的离散涡运动用 VIC 方法计算, 经过  $\Delta t$  后每个离散涡的位置为

$$\begin{aligned} \xi(t + \Delta t) &= \xi(t) + \delta\xi, \quad \eta(t + \Delta t) = \eta(t) + \delta\eta; \\ \delta\xi &= U_p \cdot \Delta t / E, \quad \delta\eta = V_p \cdot \Delta t / E. \end{aligned} \quad (14)$$

$U_p, V_p$  为旋涡运动速度分量, 可用网格节点上的速度用面积加权插值求得, 即

$$U_p = \sum_{k=1}^4 u_k A_k / A, \quad V_p = \sum_{k=1}^4 v_k A_k / A, \quad (15)$$

其中  $u_k, v_k$  为网格节点上的流动速度, 可由 Poisson 方程求解.  $A$  为网格面积,  $A_k$  为第  $k$  个点涡在网格中所占的面积.

强度为  $\Gamma$  的离散涡到达新位置后对应网格节点上的涡量分布为

$$\omega_k = \frac{\Gamma}{E_k} \frac{A_k}{A^2}. \quad (16)$$

本文计算中粗网格间距取为内区细网格间距的整数倍. 在离散涡方法计算中尾涡环量衰减对流体动力的影响表明<sup>[4]</sup>: 处于近尾迹 ( $1 < r < 3$ ) 中的涡的环量衰变对柱体阻力、横向力的预计影响较大而远场旋涡涡量衰减的影响可以忽略, 因此本文计算中内外区交界面位置取在  $r_l = 2-3$ .

### 三、计算结果及比较

#### 1. $Re = 100$ 解

对于  $Re = 100$  的圆柱绕流解本文在计算平面上内外区取相同的网格间距, 以便与全场 N-S 方程解结果比较. 取  $\Delta\xi = 0.01$ ,  $\Delta\eta = 0.0167$ . 两区交界面为  $r_l = 3$  的圆柱面, 即位于 3 倍圆柱半径的径向位置,  $i=18$  的网格节点上. 内区总网格数  $I \times J = 18 \times 60$ , 对应的物理平面域为  $1.0 \leq r \leq 3.0$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . 内外区总网格数为  $I \times J = 60 \times 60$ , 对应的物理平面域为  $1.0 \leq r \leq 43.0$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . 时间步长  $\Delta t = 0.02$ . 为进行分析比较, 本文用相同差分方法和网格划分作全场 N-S 方程差分, 又用本文所提出的方法计算了

交界面位置取在  $r_1 = 2$  上的初期流动。计算得到了阻力、横向力、分离点、驻点、表面压力分布, 柱后对称轴上径向速度分布、涡量分布、流线谱等物理量随时间的变化规律及旋涡脱落和  $S_z$  数。这些流动特征的一般变化规律与已有的 N-S 方程解相符, 本文不再重复。

表 1 给出了流动总体特性计算结果及其与实验测量和一些 N-S 方程数值解的比较。比较表明平均阻力系数与  $S_z$  数的计算值几乎与 Relf<sup>[5]</sup> 及 Roshko<sup>[6]</sup> 的实验测量一致。平均分离角计算值与 Kawaguti<sup>[7]</sup>, Jordan<sup>[8]</sup> 及 Thoman<sup>[9]</sup> 等人的 N-S 方程数值解也很好相符或

表 1 圆柱绕流流动总体特性计算结果及比较

结 果	$\bar{C}_d$		$S_z$		$C_{l,r.m.s}$	
	$Re = 10^2, 10^3$		$10^2$	$10^3$	$10^2$	$10^3$
本文区域分解杂交解	1.435	1.17	116.6	96.4	0.163	0.203
本文全场 N-S 方程数值解	1.41	1.15	115.9	96.2	0.16	
实验测量	1.436 (Relf <sup>[5]</sup> ) 1.60 1.00 (Wiselsberger <sup>[11]</sup> )		0.16 0.213 (Roshko <sup>[6]</sup> )			
Jordan <sup>[8]</sup> 数值解	1.28	1.24	117	92	0.16	0.206
Kawaguti <sup>[7]</sup> 数值解	1.20		115			
Thoman <sup>[9]</sup> 数值解	1.50		117.5 102			

很接近。分区杂交解与本文全场 N-S 方程解对流动总体特性的预计非常接近。图 2 是分离点及后驻点的周期变化规律。就流场计算而言, 图 3, 4 是表面涡量分布、分离点的变化及其比较。计算表明在  $Re = 100$  时由圆柱表面产生的涡量大约经过  $t = 1.36$  后扩散到分区交界面上。比较表明, 本文结果与 Collins 和 Dennis<sup>[10]</sup> N-S 方程数值解十分一致。表 2 给出了分离点变化部分计算结果的详细比较。从中可以看到本文分区杂交解与具有相同差分方法全场 N-S 方程解以及分区交界面位置改变时三种情况的计算结果彼此都非常接近。交界面位置变动时解是稳定的。这三种情况下阻力的计算值也很一致, 交界面位置的变动对阻力预计的影响可以忽略。图 5(a), (b) 是相隔约半个周期的流谱图, 它们具有很好的周期性。  $Re = 100$  的区域分解杂交解是在 Honeywall DPS 8/52 机上完成的, 计算到  $t = 60$  时 CPU 时间为 1.2h, 而相同差分格式全场 N-S 方程解需 CPU 为 1.9h, 后者所需机时为本文方法的 1.58 倍。

## 2. $Re = 1000$ 解

本文对于  $Re = 1000$  圆柱绕流的一个算例, 在计算平面上内外区仍取为均匀网格, 且

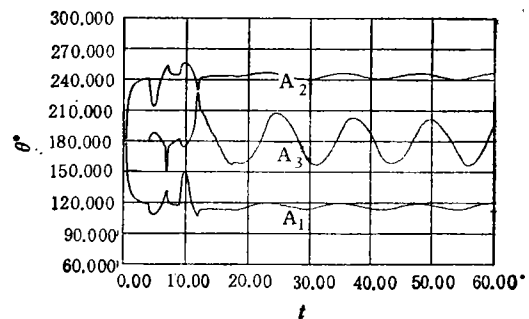


图 2 圆柱上下分离点 ( $A_1, A_2$ )、后柱点 ( $A_3$ ) 的周期变化规律 ( $Re = 100$ )

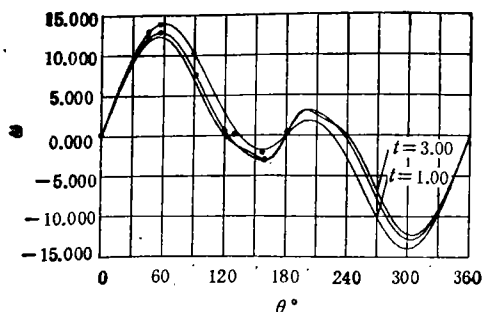


图 3 圆柱表面涡量分布及计算结果比较 ( $Re = 100$ )

(—为本文解, ---为 Collins 和 Dennis 数值解<sup>[10]</sup>)

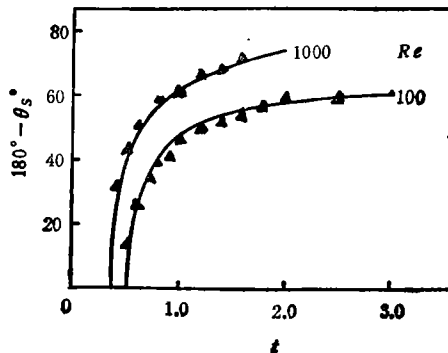
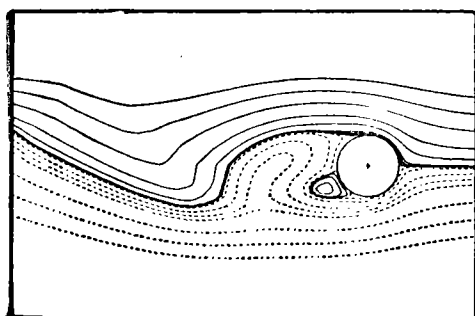


图 4 分离点计算结果比较

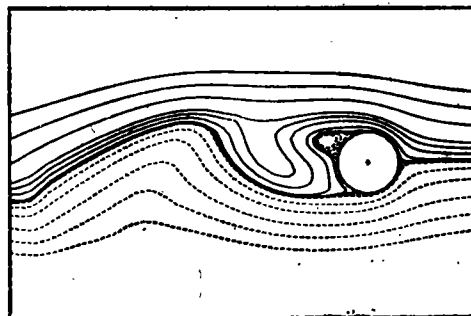
(▲为本文解, —为 Collins 和 Dennis 数值解<sup>[10]</sup>)

表 2 分离点计算结果比较 ( $Re = 100$ )

$t$	分 离 点 $\theta_s^\circ$		
	本文区域分解杂交解		本文全场 N-S 方程解
	$r_I = 3$	$r_I = 2$	
0.5	166.90	166.75	166.88
1.0	133.32	133.53	134.13
1.5	126.35	126.33	126.84
2.0	123.41	123.42	123.31
2.5	121.57	122.00	121.68
3.0	120.07	120.34	120.07
3.5	119.33	119.45	119.39
4.0	118.59	118.86	118.61



(a)



(b)

图 5 圆柱绕流流谱

((a)  $Re = 100, t = 52.0$ ; (b)  $Re = 100, t = 58.0$ )

$\Delta\xi = 0.005, \Delta\eta = 0.0083$ . 两区交界面位置为  $r_I = 3.0$  的圆柱面. 网格总数为  $I \times J = 120 \times 120$ , 对应物理平面上的流动区域为  $1.0 \leq r \leq 43.0, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ . 时间步长为  $\Delta t = 0.02$ . 计算所得的一些流动总体特性及结果比较已列于表 1. 比较表明阻力系数预计

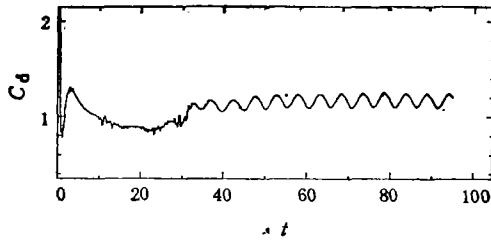


图 6 阻力系数变化 ( $Re = 1000$ )

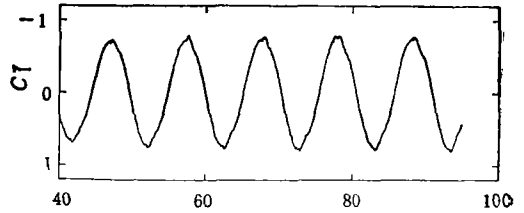


图 7 横向力系数周期变化 ( $Re = 1000$ )

与 Jordan<sup>[8]</sup> 数值解及 Wieselsberger<sup>[11]</sup> 测量值很接近。St 数与 Jordan<sup>[8]</sup> 解很好相符，与 Roshko<sup>[6]</sup> 测量值近似相等。分离点计算值介于 Jordan<sup>[8]</sup> 解及 Thoman<sup>[9]</sup> 结果之间，比后者在精度上更高。本文区域分解杂交解与全场 N-S 方程差分解预计了十分相近的流动总体特性。图 6—8 是圆柱阻力系数、横向力系数及分离点周期变化的计算结果。

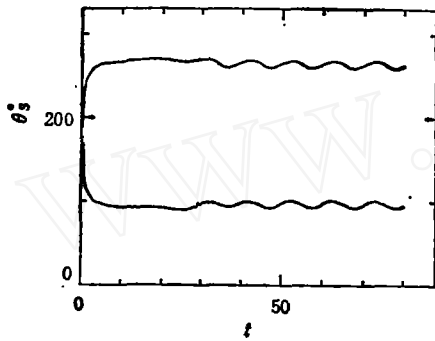


图 8 圆柱上下分离点周期变化 ( $Re = 1000$ )

流动初期圆柱表面的涡量分布、分离点变化及与 Collins 和 Dennis<sup>[10]</sup> 解的比较分别列于图 9 和图 4 中。两者对应结果十分接近。表 3 是分离点计算的详细比较，比较表明本文区域分解杂交解与相同差分方法的全场 N-S 方程解相符得更好。图 10 是近尾流中圆柱对称轴上径向速度分布及随时间的变化并与 Ta Phuoc Loc<sup>[12]</sup> 用高精度差分格式的 N-S 方程数值解比较，本文方法正确地预计了这种流场速度分布。图 11(a), (b) 是相隔近一个周期的流谱计算结果，两者具有很好的周期性，显示了分离涡旋流动的运动学特征。

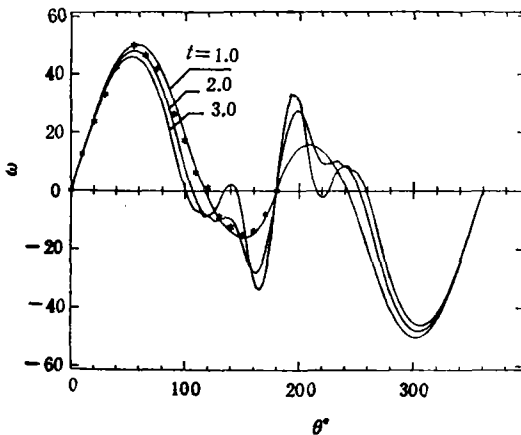


图 9 圆柱表面涡量分布及计算结果比较 ( $Re = 1000$ )

(—为本文解，\* 为 Collins 和 Dennis 数值解<sup>[10]</sup>)

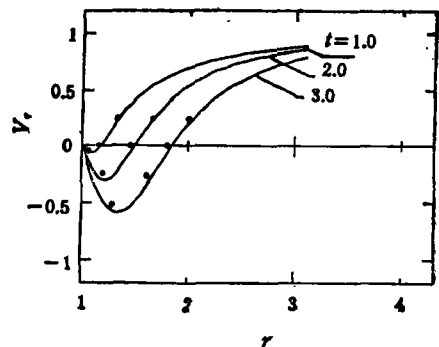


图 10 圆柱后对称轴上径向速度变化及计算结果比较 ( $Re = 1000$ )

(—为本文解，●为 Ta Phuoc Loc 数值解<sup>[12]</sup>)



表 3 分离点计算结果比较 ( $Re = 1000$ )

$t$	分 离 点 $\theta_i^\circ$	
	本文区域分解杂交解	本文全场 N-S 方程解
1.0	117.74	117.67
1.4	112.47	112.13
1.8	108.61	108.45
2.2	105.46	105.31
2.6	102.91	102.84
3.0	100.89	101.01

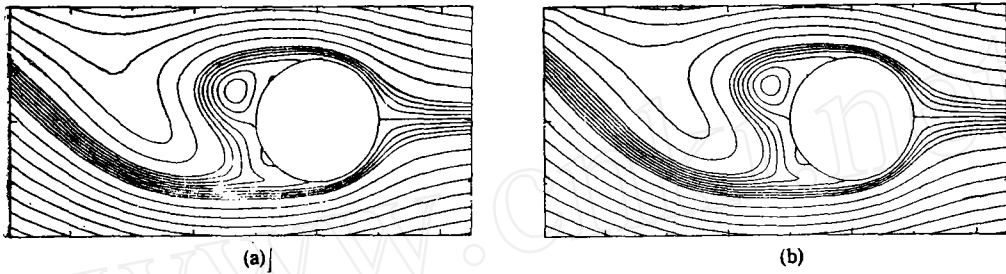


图 11 圆柱绕流流谱

(a)  $Re = 1000, t = 82.0$ ; (b)  $Re = 1000, t = 92.0$ 

本文对  $Re = 1000$  的绕流作了另一种情况计算,内外区交界面在  $r_1 = 2$  上. 内区为细网格并有  $\Delta\xi = 0.0025$ ,  $\Delta\eta = 0.0167$ . 粗网格为  $\Delta\xi = 0.01$ ,  $\Delta\eta = 0.0167$  计算也获得了与已有的 N-S 方程解很接近的结果. 因篇幅有限在此不再介绍. 计算在 Honeywall DPS-8/52 机上进行, 计算到  $t = 4.0$  时区域分解杂交解需 CPU 时间为 2.1', 而相同差分方法的全场 N-S 方程解需时 2.8'. 后者为本文方法的 1.33 倍. 计算到  $t = 50$  时本文方法所需 CPU 时间约为 2 小时.

#### 四、结 论

本文提出了区域分解杂交组合 N-S 方程差分解与涡旋法解的新的数值模型和理论方法. 给出了中等 Reynolds 数圆柱分离流计算结果.  $Re = 100$  和 1000 的分离涡旋流动的数值计算结果表明, 本文方法能正确地给出诸如流动分离、表面涡量分布、尾流速度变化等物面附近的流动详细结构特性, 有效地计算出流动的周期变化、旋涡脱落、 $Sr$  数、阻力、横向力等流动总体特性. 计算结果与全流场的 N-S 方程差分解及实验测量值符合很好或很接近且节省计算机 CPU 机时.

本文数值模型和理论方法可进一步应用于高 Reynolds 数流动和其它复杂非定常流动并将会更显出其优越性. 对高 Reynolds 数流动的数值模拟, 分区解时需采用高阶精度的差分格式和计算方法以获得具有满意的精确度的流动小尺度结构.

华中理工大学顾启扬同志参加本文部分计算工作, 特此致谢.

## 参 考 文 献

- [1] Stansby, P. K. & Dixon, A. G., *Applied Ocean Research*, 5(1983), 167: 167—177.
- [2] Kellogg, R. B. et al., *SIAM J. Numer. Anal.*, 17(1980), 6: 733—739.
- [3] 王汝权、陈 彬, 水动力学研究与进展, 5(1990), 4: 89—98.
- [4] Ling Guocan, *ACTA Mechanica Sinica*, 4(1988), 3: 211—222.
- [5] Relf, F. F. & Simmons, L. F. G., *Aeronaut. Res. Coun. Rep. Mem.*, GB. 1924.
- [6] Roshko, A., *NACA TN* 2913, 1953.
- [7] Kawaguti, J., *Phys. Soc. Japan*, 5(1953), 747.
- [8] Jordan, S. K. & Fromm, J. E., *The Physics of Fluids*, 15(1972), 3.
- [9] Thoman, D. C. & Szewczyk, A. A., *Physics of Fluids Supplement*, 12(1969), 76—86.
- [10] Collins, W. M. & Dennis, S. C. R., *J. of Fluid Mech.*, 60(1973), Part 1, 105—127.
- [11] Wieselsberger, V. C., *Physik, Z.*, 22(1921), 321.
- [12] Ta Phuoc Loc, *J. of Fluid Mech.*, 100(1980), part 1, 111—128.

www.cnki.net