

变截面管道中激波诱导的两相流动*

王柏懿

中国科学院力学研究所, 北京(邮政编码 100080)

吴清松

中国科学技术大学, 安徽合肥(邮政编码 230026)

摘要 本文研究扩张型与收缩型变截面管道中激波诱导的非定常两相流动。对于稀相气固悬浮体采用了双连续介质模型, 对于两相流动按照准一维近似处理。控制方程则是利用算子分裂技术和二阶 GRP 方法数值求解。文中给出了波后气固两相的流动结构, 并讨论了粒子对两相流场的影响。

关键词 两相流, 激波, 变截面管道, 数值模拟。

引言

激波在气固混合物中的传播是两相流动的基本问题之一。它对于许多工程实际应用亦有重要的意义。例如, 高速飞行器的粒子云侵蚀、固体火箭发动机中的喷管流动以及工业粉尘爆炸等均涉及到两相流动问题。从五十年代末期起, 人们便开始对含灰气体激波及其相关现象进行了广泛的实验和理论研究。Carrier^[1]、Kriebel^[2]和Rudinger^[3]首先揭示了两相激波的特征是存在一个松弛区。从此, 不少作者分析了含灰气体激波管中正激波结构, 他们采用的数值方法包括特征线方法^[4]、PIC方法^[5]、RCM方法^[6]和PLM方法^[7]等。本文旨在研究变截面管道中含灰气体激波诱导流动的特征, 采用算子分裂技术和二阶 GRP 格式(后者是基于求解间断处推广的黎曼问题分析解的一种有限差分方法)对带有激波的非定常两相流进行数值模拟。

一、方程和算法

本文考虑激波从一个无限长直管道进入锥型管道传播时所诱导的两相流动, 管道内充满了悬浮着微细固体粒子的空气(即所谓的含灰气体)。图1示出本问题的空间坐标系, 其中 x 轴沿管道轴线, 原点 0 在变截面管入口处。分析中将激波阵面到达锥型管入口的时间作为初始时刻。在考虑激波诱导的两相流动问题时, 认为含灰气体是稀相气固

* 国家自然科学基金资助项目。

本文于1991年5月27日收到, 1991年11月16日收到修改稿。

悬浮体并采用了双连续介质模型。这就是说,假定固体粒子的数量足够多,以致可以象气体一样按照连续介质来处理;同时又认为粒子的数密度足够低,以致可以忽略粒子间的相互作用及粒子所占据的体积分数。此外,还假定:(1)气相是可压缩的完全气体。除了和固体粒子发生相互作用时,其粘性和热传导均忽略不计;(2)固相由均匀的刚性球形粒子组成。粒子没有布朗运动而且其内部没有温度梯度;(3)固相和气相之间凭借动量和能量的传递耦合起来。在稀相悬浮体条件下,每个粒子所受的粘性阻力和热流与粘性流体中单球情况相同;(4)管道截面积的变化率很小,流动可以按照一维近似处理。

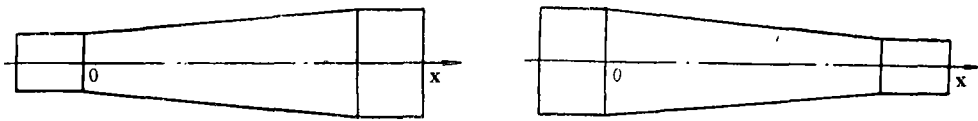


图1 变截面管道及其坐标系简示

(a) 扩张管; (b) 收缩管

Fig.1 Schematic diagrams of variable cross-section channel and its coordinate
(a) divergent tube; (b) convergent tube

这样,可压缩含灰气体在变截面管道中非定常流动的基本方程可写为下述准守恒形式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} [AF(U)] + \frac{\partial}{\partial x} G(U) = H(U) \quad (1)$$

其中 U 、 $F(U)$ 、 $G(U)$ 和 $H(U)$ 的表达式分别是

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho(c_v T + u^2/2) \\ \rho_p \\ \rho_p u_p \\ \rho_p(c_m T_p + u_p^2/2) \end{pmatrix}, \quad F(U) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 \\ \rho u(c_p T + u^2/2) \\ \rho_p u_p \\ \rho_p u_p^2 \\ \rho_p u_p(c_m T_p + u_p^2/2) \end{pmatrix}$$

$$G(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad H(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho_p D/m \\ -\rho_p(u_p D + Q)/m \\ 0 \\ \rho_p D/m \\ \rho_p(u_p D + Q)/m \end{pmatrix} \quad (2)$$

在上式中, A 为截面积; p , ρ , u , T 分别为压力、密度、速度和温度(其中下标 p 表示固相); c_v , c_p 和 c_m 为气体的定容比热、定压比热和固体粒子材料的比热; D 和

Q 为施于单个粒子的阻力和热流, m 为其质量。为了封闭方程(1), 必须给出气体的状态方程

$$p = \rho R T \quad (3)$$

和气固相互作用项的表达式^[8-9]

$$D = \frac{1}{8} \pi d \rho (u - u_p) |u - u_p| (0.48 + 28 Re_s^{-0.86}) \quad (4)$$

$$Q = \frac{1}{Pr} \pi d \mu c_p (T - T_p) (2.0 + 0.6 Pr^{1/3} Re_s^{1/2}) \quad (5)$$

其中 R 为气体常数, $Pr = c_p \mu / k$ 为气体 Prandtl 数, μ 和 k 为气体的粘性系数和热传导系数, d 为粒子直径, $Re_s = \rho (u - u_p) d / \mu$ 为粒子的滑移 Reynolds 数。

在数值求解方程(1)时, 采用算子分裂技术来处理气固耦合效应。具体步骤为: 先将方程(1)右侧的相互作用项去掉, 得到一个齐次方程; 再将方程(1)左侧的空间导数项去掉, 得到一个常微分方程; 最后续接求解分裂方程

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} [AF(U)] + \frac{\partial}{\partial x} G(U) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{dU}{dt} = H(U) \quad (7)$$

这里以齐次解作为方程(7)的初值。一般而言, 常微分方程(7)不难求解, 本文采用常规的预估-校正法。齐次方程(6)中的气相部分是采用二阶 GRP 方法求解的。将 Ben-Artzi 和 Falcovitz^[10] 提出的这种高阶格式推广到两相情况

$$U_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta V_i} \left[A(x_{i+\frac{1}{2}}) F(U_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) - A(x_{i-\frac{1}{2}}) F(U_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \right] - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[G(U_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) - G(U_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \right] \quad (8)$$

其中

$$\Delta V_i = \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} A(x) dx, \quad F(U_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) = F(U_{i \pm \frac{1}{2}}^n) + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right)_{i \pm \frac{1}{2}}^n \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{i \pm \frac{1}{2}}^n$$

$$G(U_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) = G(U_{i \pm \frac{1}{2}}^n) + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial G}{\partial U} \right)_{i \pm \frac{1}{2}}^n \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{i \pm \frac{1}{2}}^n \quad (9)$$

在上式中, $U_{i \pm \frac{1}{2}}^n$ 和 $(\partial U / \partial t)_{i \pm \frac{1}{2}}^n$ 分别表示气相参数的 GRP 解及其时间导数。至于固相齐次方程, 由于固相参数不出现间断, 选用其非守恒形式并在每个子区间上采用线性化方程的达朗贝尔解逼近。在我们的数值计算中, 边界条件由变截面管道入口段和出口段的连续输入输出条件给定, 而初始剖面则由 Runger-Kutta 法算出的入口直管道中两相激波结构给定。

二、结果和讨论

在数值计算中, 取锥型变截面管道的半锥角为 7° , 粒子直径为 $10 \mu\text{m}$, 气体与粒子

材料的比热值相等 ($c_m/c_v=1$)。此外, 压力、密度和温度均采用激波阵面前方未扰区的参数值(用下标 1 表示)归一化并分别表示为 \bar{p} 、 $\bar{\rho}$ 和 \bar{T} 。其它的无量纲量定义为

$$\bar{u} = \frac{u}{c_{f1}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{l}, \quad \bar{t} = \frac{t c_{f1}}{l} \quad (10)$$

其中 $c_{f1} = (\gamma p_1 / \rho_1)^{1/2}$ 为波前冻结声速, $l = 8m / \pi \rho_1 d^2$ 为参考长度。还假定未扰区内空气处于标准状况, 而且粒子载荷比 $\alpha = \rho_p / \rho_1$ 为已知。

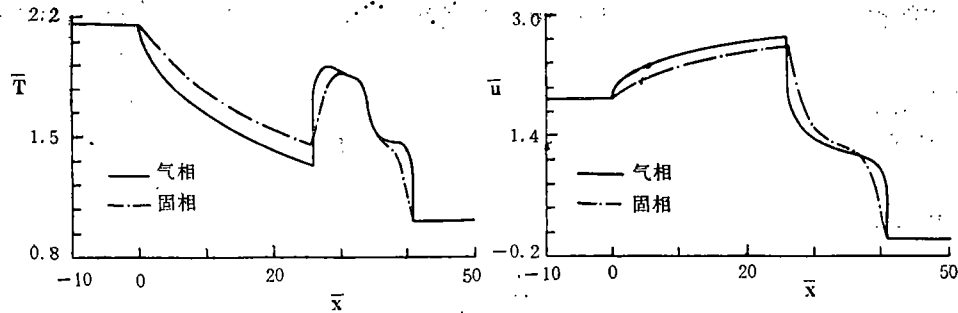


图 2 $\bar{t} = 24$ 时扩张管内流动特性
(a) 温度分布 (b) 速度分布

Fig. 2 Flow quantities in the divergent tube at $\bar{t} = 24$
(a) temperature (b) velocity

图 2 给出扩张管在 $\bar{t} = 24$ 时波后无量纲温度和速度的剖面, 其中粒子载荷比和入口冻结 Mach 数分别取为 $\alpha = 1.0$ 及 $M_{f0} = 2.25$ 。由此图得知, 变截面管道中两相激波亦具有松弛结构, 即激波阵后方气固两相的流动是非平衡的。人们对于直管道中两相激波可以定义一个松弛长度, 即气固两相最终将达到某个新的平衡态(它相应于平衡激波极限)。但是, 对于变截面管道, 粒子总是滞后于气体的。这是因为在变截面情况下气相的流动状态在不断地变化着。图 3 则是收缩管在 $\bar{t} = 32$ 时的流动剖面, 其中 $\alpha = 1.0$ 但

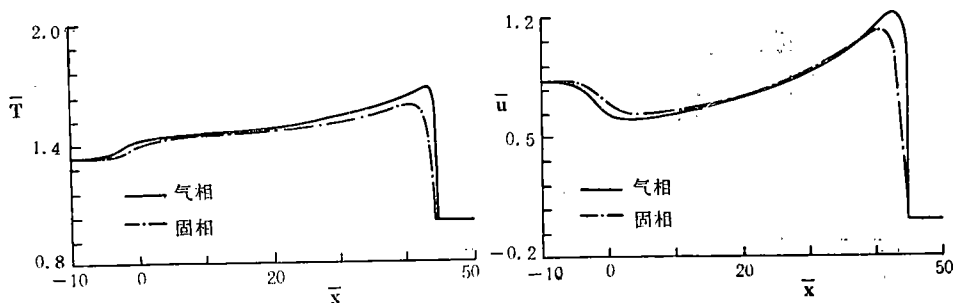


图 3 $\bar{t} = 32$ 时收缩管内流动特性
(a) 温度分布; (b) 速度分布

Fig. 3 Flow quantities in the convergent tube at $\bar{t} = 32$
(a) temperature; (b) velocity

$M_{f0} = 1.25$ 。尽管收缩管内流场的细致结构和扩张管的完全不同, 但是两相激波的松弛过程及其机制是类似的。因此, 关于两相激波的一般描述可以归纳为: 它不再象无粘性纯气体激波那样是一个间断面, 而是一个由气相冻结激波形成的波阵面所引导的复杂结

构。在变截面情况下,它可以延续在整个管道长度上。与纯气体激波相比,两相流动中的气相冻结激波强度总是衰减的。这是由于粒子从波后气体中吸收了动量和能量的缘故。这就是粒子的耗散效应。图4和图5均是气相压力沿扩张管的变化,波阵面处的压力突跃可以代表气相冻结激波的强度。图4是相同激波驱动压力下载荷比分别取 $\alpha=0.0$ 和 2.0 时的压力分布。图5则是相同载荷比下($\alpha=1.0$)入口冻结 Mach 数分别取 $M_{f0}=2.25$ 和 1.25 时的压力分布,其中 $M_{f0}=2.25$ 情况的激波驱动压力与图4的相同。它们表明了粒子载荷比越大,气相冻结激波的强度衰减得越多。当 $\alpha=2.0$ 时冻结激波阵面已经蜕化为马赫波(参见图4)。从图5中还可以看出:对于扩张管,当入口冻结 Mach 数足够高而且主激波阵面后方气流为超声速时可能出现左行的二次激波。但是当 M_{f0} 较低或 α 较高时,管内不会形成左行二次激波(分别参见图5和图4)。

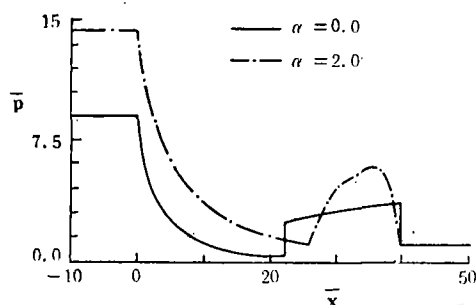


图4 不同载荷比下扩张管内压力分布
Fig.4 Pressure history in the divergent tube for different values of the loading ratio

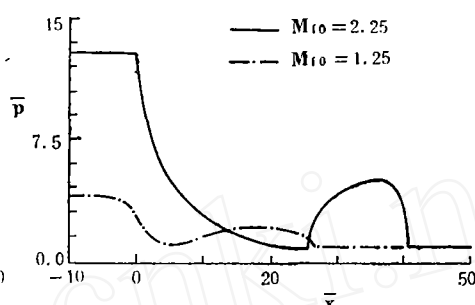


图5 不同入口冻结 Mach 数下扩张管内压力分布
Fig.5 Pressure history in the divergent tube for different values of Mach the frozen number at the entrance

三、结 论

本文结果表明了变截面管道中激波诱导的两相流动呈现十分复杂的性态,含灰气体激波的松弛过程将在整个管道内发生。当粒子载荷比足够高或者入口冻结 Mach 数相当低时,气相冻结激波阵面将蜕化为压缩波,变截面管内亦不会形成左行二次激波。

参 考 文 献

- 1 Carrier G J. *J. Fluid Mech.*, 1958,4:376
- 2 Kriebel A R. *Trans. Am. Soc. Mech. Engers, J. Bas. Engng*, 1964,86:655
- 3 Rudinger G. *Physics Fluids*, 1964,7:658
- 4 Marconi F, Rudman S and Calia V. *AIAA J.*, 1981,19:1294
- 5 Otterman B and Levine A S. *AIAA J.*, 1974,12:579
- 6 Miura H and Glass I I. *Proc. R. Soc. Lond.*, 1982, A 382: 373
- 7 Sommerfeld M, Selzer M and Grönig H. *Proc. of 15th Int. Symp. on Shock Tubes and Shock Waves*, 1985,683
- 8 Gilbert M, Davis L and Altman D. *Jet Propul.*, 1955,25:26
- 9 Knudsen J G and Katz D L. *Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 1958.
- 10 Ben-Artzi M and Falcoyitz J. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 1986,7:744

Shock-Induced Two-Phase Flows in a Variable Cross-Section Tube

Wang Boyi

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

Wu Qingsong

(*The University of Science and Technology of China*)

Abstract In this paper, unsteady two-phase flows induced by shock waves propagating in a variable cross-section channel are investigated. The moving shock wave is discharged, from an infinite straight duct, into the conical (divergent or convergent) tube which contains air laden with suspended small solid particles. The two-continuum model and one-dimensional approximation are employed for the flow problem of the dilute gas particle suspensions. The governing equations of two-phase flows are numerically solved by a second-order GRP difference method with operator-splitting technique. The flow structure of the gas and particle phases behind the shock front are given and the effects of particles on the flow field are discussed in detail. The numerical results indicate that the shock-induced flow field possesses a complicated construction. A frozen shock wave in the gas phase may form as the front of a two-phase shock wave. Behind the frozen shock front, the gas and particles are in a nonequilibrium state and the transfer of momentum and energy are taken place between the two phases. The relaxation processes occur along the entire length of the variable section channel. Compared with the shock wave in a pure gas, the strength of the gas frozen shock wave in the two-phase flow decays since the particles remove some momentum and energy from the gas. It is so-called dispersion effect by the particles and this effect increases as the loading ratio of particles increases. When the loading ratio increases or the frozen Mach number at the entrance of the conical tube decreases, the frozen shock front of the gas phase may reduce a Mach wave and the left-moving secondary shock wave may disappear.

Key words two-phase flow, shock wave, variable cross-section tube, numerical simulation.