

热毛细对流的液桥几何位形及浮力效应

唐泽眉 曹重华 胡文瑞

(中国科学院力学研究所, 100080 北京)

摘要 本文讨论重力对不同高度、直径比液桥的热毛细对流的影响。当液桥高度、直径比增大时,液桥中的等流函数线呈双涡结构,这种流动图样并不必然与热毛细振荡流相联系。在地面热毛细对流实验中模拟空间微重力情况,液桥高度需小于1.5mm。在微重力环境中,液桥内的流场和温度分布介于地面相同参数液桥的上部加热和下部加热两种结果之间。因此,可以用地面实验结果估计空间液桥的对流和热输运情况。

关键词 热毛细对流,微重力流体力学,有限元数值模拟

一、引言

空间技术的进步给空间材料制备提供了条件。用浮区法进行空间材料的无容器加工,受到各国的重视,这方面的研究工作已进行了十几年^[1-3]。研究工作的兴趣集中到影响晶体生长质量的热毛细振荡流方面,探讨产生振荡的机制并寻求消除振荡的措施^[4,5]。

空间液桥实验难度大,费用高,周期长。在空间实验之前往往要进行大量的地面实验和数值模拟研究。在地面,用小尺度液桥以增大表面张力效应减弱浮力效应来模拟空间情况。尺度的减小给实验测试带来很多困难。一般选用的液桥高度在2—5mm之间^[6]。重力对热毛细对流有什么影响?地面和空间的实验会有什么不同?在地面选用多大尺寸的液桥能较正确地反映空间实验的情况?这些都是值得关心的问题。

一般的数值模拟工作仅讨论圆柱液桥,用尺度比 A (液桥高度/液桥直径)描述所讨论液桥的位形。我们的实验表明^[7],除尺度比 A 外,液桥的体积量,或表示为液桥最小直径与端部直径之比(D_{\min}/D_0),也是临界振荡的一个敏感参数。随着 D_{\min}/D_0 值减小,临界 M_c 数增加,当 D_{\min}/D_0 值减小到一定值后,临界 M_c 数会发生突然的变化。S. Ostrach等人认为,自由表面的变形和表面压强是与振荡密切相关的物理量^[4]。R. Monti提出,用表面压强与表面张力之比(动力学Weber数)能更好地描述热毛细振荡流现象^[8]。

本文采用二维、轴对称、定常有限元程序数值研究不同高度、直径比的液桥在临振荡之前的定常流动过程。比较正常重力($g = g_0$)和无重力($g = 0$)条件下液桥的流场和温度分布。在正常重力条件下对液桥进行上部加热或下部加热,以分析浮力的影响。由于直径比(D_{\min}/D_0)的重要作用,自由面形状取未加热时的静态液桥位形,在热毛细数 $c_s < 1$ 时,它是动态情况的良好近似^[9]。

本文于1991年4月28日收到,1991年10月4日收到修改稿。

二、物理模型及液桥参数

液桥中的对流是二维轴对称和定常的,如图 1 所示。采用柱坐标系。将描述液桥行为的流体力学方程组,能量方程及边界条件无量纲化,并转换为涡度流函数型式^[10]。参照 10cst 硅油实验结果^[7],对直径 4mm 的半浮区液桥进行临振前热毛细对流的数值模拟。选取四种液桥高度 (4mm, 3mm, 2mm, 1mm),相应的 Bond 数在 0.165—2.64 之间, Gr 数为 10.6~271,用以分析液桥高度和浮力的影响。液桥最小直径 D_{min} 和上、下端的温差 ΔT 参照实验选用值确定。实验发现,临界振荡温度差 ΔT_c 与 D_{min}/D_0 值密切相关^[7],在 $L/D_0 = 0.75$ 时,选用 $D_{min}/D_0 = 0.75$ 相应有较低的 ΔT_c 值

($\sim 44^\circ\text{C}$); $L/D_0 = 0.5$, $D_{min}/D_0 = 0.85$,临界振荡温度差较高($\sim 100^\circ\text{C}$)。在 $L/D_0 = 1.0$ 和 0.25 时分别选用液桥可以维持住的最大和最小 D_{min}/D_0 值 (0.65 和 0.875),对应的计算温度差选用 40°C 和 100°C 。在正常重力环境中 ($g = g_0$),采用液桥上壁加热或下壁加热两种方式,无重力条件下取上加热液桥,共进行 12 组计算,计算参数如表 1 所示。

表 1

L/D_0			1.0	0.75	0.50	0.25
D_{min}/D_0			0.6	0.75	0.85	0.875
正常重力	上壁加热	ΔT	40 $^\circ\text{C}$	44 $^\circ\text{C}$	100 $^\circ\text{C}$	100 $^\circ\text{C}$
		R_c	103	85	128	64
		Ma	10839	8942	13548	6774
		Gr	271	126	85	10.6
		B_d	2.64	1.48	0.66	0.165
		(a ₁)	(b ₁)	(c ₁)	(d ₁)	
正常重力	下壁加热	ΔT	40 $^\circ\text{C}$	44 $^\circ\text{C}$	100 $^\circ\text{C}$	100 $^\circ\text{C}$
		R_c	103	85	128	64
		Ma	10839	8942	13548	6774
		Gr	271	126	85	10.6
		B_d	2.64	1.48	0.66	0.165
		(a ₂)	(b ₂)	(c ₂)	(d ₂)	
无重力	上壁加热	ΔT	40 $^\circ\text{C}$	44 $^\circ\text{C}$	100 $^\circ\text{C}$	100 $^\circ\text{C}$
		R_c	103	85	128	64
		Ma	10839	8942	13548	6774
		Gr	0	0	0	0
		B_d	0	0	0	0
		(a ₃)	(b ₃)	(c ₃)	(d ₃)	

其中 D_0 为液桥上下端直径,取 4mm, L 为液桥高度, D_{min} 为液桥最小直径, ΔT 为液

桥上、下端温差。无量纲数 $R_s = \frac{|\partial\sigma/\partial T|\Delta TL}{\rho\nu^2}$ 是表面张力雷诺数, Prandtl 数 $Pr = \nu/\kappa$, Marangoni 数 $Ma = R_s \cdot Pr$, $Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2}$ 为 Grashof 数, Bond 数定义为 $B_d = \frac{\rho g\beta L^2}{\sigma_T}$ 。式中的 $\rho, \beta, \nu, \sigma_T, \kappa$ 分别为硅油的密度, 膨胀系数, 运动粘性系数, 热表面张力梯度和热扩散系数。

四、数值模拟

在柱坐标系中, 将描述轴对称液桥的基本方程组化为如下的无量纲涡度、流函数型式:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \frac{\phi}{\xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = -\omega \quad (4.1)$$

$$R_s \left[\frac{1}{\xi} \frac{\partial(\xi\phi)}{\partial \xi} \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} - \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \omega \right] - \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} - \frac{\omega}{\xi^2} - \frac{Gr}{R_s} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \quad (4.2)$$

$$Ma \left[-\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial(\xi\phi)}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} \right] - \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \zeta^2} \quad (4.3)$$

其中 ϕ, ω, Θ 分别表示流函数、涡度和无量纲温度, $\xi = \frac{r}{L}$, $\zeta = \frac{z}{L}$, $\Theta = (T - T_1)/\Delta T$, $\Delta T = T_2 - T_1$ 。

边界条件:

$$\phi(0, \zeta) = \phi(\xi, 0) = \phi(\xi, 1) = \phi(\xi_0, \zeta) = 0 \quad (4.4)$$

$$\omega(0, \zeta) = 0 \quad (4.5)$$

$$\omega(\xi, 0) = \omega(\xi, 1) = -\frac{2(\phi_{w+1} - \phi_w)}{\Delta \zeta^2} \quad (4.6)$$

其中 ϕ_w, ϕ_{w+1} 指壁面上和壁面邻近内点的流函数值。

$$\omega(\xi_0, \zeta) = \frac{2\xi_0'}{(1 - \xi_0'^2)} \left(2 \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{V}{\xi} \right) + 2 \frac{\partial V}{\partial \zeta} + \frac{(1 + \xi_0'^2)}{(1 - \xi_0'^2)} \frac{\partial \Theta}{\partial s} \quad (4.7)$$

式中 ξ_0' 为自由面上相应点的无量纲半径, $\frac{\partial \Theta}{\partial s}$ 为表面温度分布沿自由面的变化率, s 的方向由冷端指向热端。

温度边界条件:

$$\Theta(\xi, 0) = 0, \quad \Theta(\xi, 1) = 1 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \Theta(0, \zeta)}{\partial \xi} = 0 \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \Theta(\xi_0, \zeta)}{\partial n} = -R_d(\Theta^1 - \Theta^2) \quad (4.10)$$

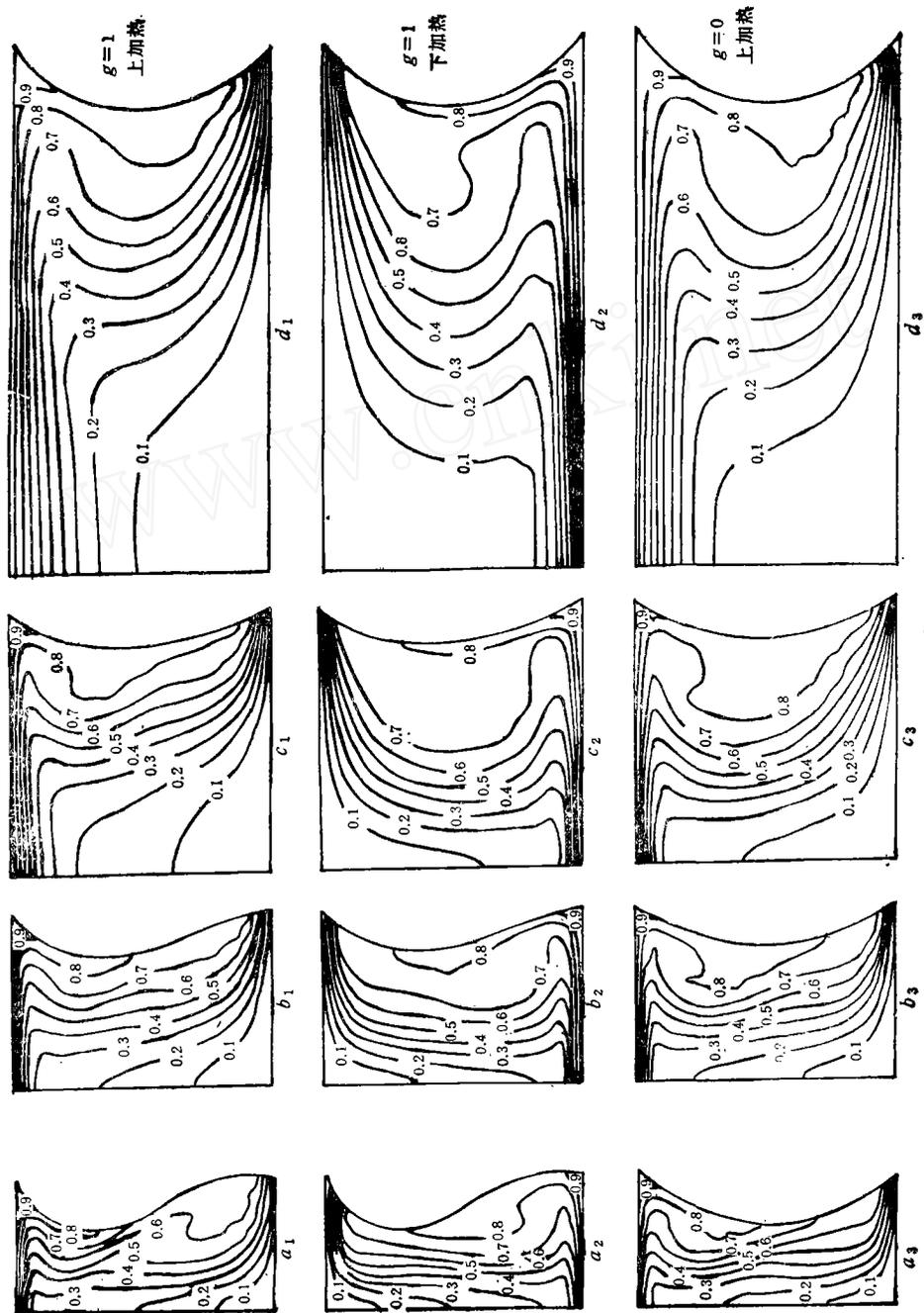


图2 液桥中的等温线分布

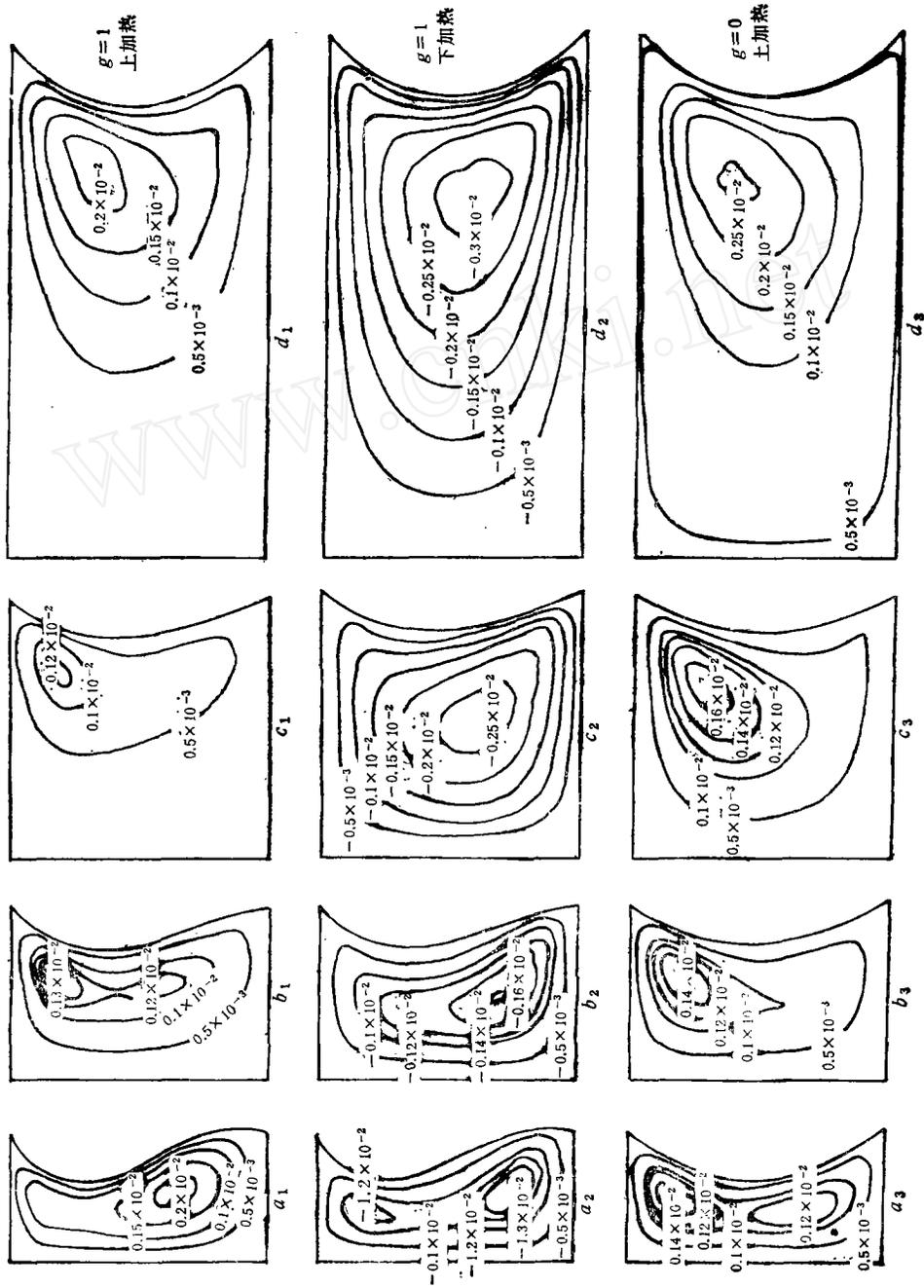


图 3 液桥中的流场分布

n 指自由面的法向, R_d 为无量纲辐射系数, Θ_0 是环境温度。

由于液桥的静态位形是动态位形的良好近似^[9], 计算中液桥自由面形状由静态位形决定。将流区划分为 352 个三角元, 采用线性插值函数, 求解的定常微分方程组用 Талёркин^[10] 过程对空间变量 ξ, ζ 进行离散。

计算结果绘制在图 2 和图 3 上, 各图的参数与表中相应编号组的参数相同。

从图中可以看出重力对液桥自由面形状的影响。无重力作用时, 弯月形的自由面对液桥水平中心轴上、下对称。重力的作用使液桥下部向外凸起, 自由面呈 S 形, 尺度比 $A = L/D_0$ 越大, 这种 S 形变化越明显。当 A 减小到 0.25 时, 正常重力条件下液桥自由面的形状几乎与无重力时相同。

图 2 为液桥中的等温线分布。由于表面张力引起的对流效应, 在自由面附近等温线向冷端集中, 在中心轴附近则向热端靠拢, 在这两个区域内温度梯度很大。无论是上加热还是下加热液桥, 有还是没有重力作用, 在液桥内部会出现与外加温度梯度反向的温度梯度区。对流的作用还会使液桥中形成与外加温度梯度垂直的水平温度梯度。从图 2d₁, 2d₂ 和 2d₃ 可知, 当 $L = 1\text{mm}$ 时, 在正常重力和无重力条件下, 温度分布基本相同, 只是在中心轴附近, 可以见到浮力对上加热液桥的减速和下加热液桥的加速作用, 而无重力情况下, 液桥中的温度分布介于上述两种情况之间。 L 越大, 浮力的影响越明显。

从流场分布图 3 可以看出, 当 L/D_0 值等于 0.25 时, 重力不会引起流线图样的变化, 如图 3d 所示, 等流函数线呈单涡分布, 对实验中常用的介质——10cst 硅油, 对流流动使最大流函数所在位置——涡心, 向液桥高温端偏移。从图中最大流函数值的大小可以看出, 重力对上加热液桥起减速作用, 对下加热液桥的作用则相反, 没有重力作用, 最大流函数值介于前二者之间。随着 L/D_0 值的增加, 流线图样会逐渐变化, 当 $L/D_0 > 0.75$ 时, 单涡流线图样逐渐分裂为上、下两个涡, 这种双涡结构在正常重力和无重力作用时都可见到(图 3a₂, 图 3a₃)。 $L = 4\text{mm}$, $L/D_0 = 1.0$ 的液桥受重力影响很大, $D_{\min}/D_0 = 0.6$, 表面很弯曲, 浮力作用强, 浮力与表面张力驱动对流的耦合, 使最大流函数位置向下端偏移(图 3a₁, 3a₂), 在上加热液桥中仅见到单涡状流线分布, 最大流函数值在液桥下部, 在下加热液桥中见到两个封闭的等流函数线, 最大流函数值位于液桥下部, 这是由于表面张力驱动对流会使流函数最大值位置向热端偏移, 且重力引起的浮力效应对上加热液桥的表面张力驱动对流有抑制作用。值得注意的是, 无重力条件下, 液桥的流场介于上述两种情况之间, 仍可见到两个封闭的等流函数线。

四、 讨 论

数值结果表明, 在尺度比较大的瘦液桥中会出现上、下两个封闭的等流函数线, 这种流态曾被认为是产生热毛细振荡流的前兆^[11]。我们的结果表明, 这种双涡结构是由于 L/D_0 增大形成的, 出现这种液态时并不一定会产生热毛细振荡流, 它的形成也与重力无关。

在正常重力环境中, 无论是对液桥进行上加热还是下加热, 由于表面张力驱动对流的作用, 在液桥内部总会存在温度梯度与重力方向一致的区域。在空间重力虽大大减弱, 但总不会为零, 微重力的作用可能在上述区域中产生浮力不稳定, 形成热毛细振荡流^[10]。

重力会影响自由面的形状, 从而影响流区的对流。此外, 当液桥中由于对流作用形成水平温度差时, 浮力效应会抑制所加温度梯度与重力反向的液桥中的对流, 反之则加速。根据我们的数值结果, $L = 1\text{mm}$, $L/D_0 = 0.25$ 时, 重力时液桥位形、流场、温度场的影响都较小, 当液桥高度增加到 4mm , $L/D_0 = 1.0$ 时, 重力作用很强, 浮力效应超过了表面张力的作用, 要使地面实验能较好地模拟空间实验的情况, 地面实验选用的液桥高度需小于 $\sim 1.5\text{mm}$ 。数值结果还表明, 无重力或微重力环境中, 液桥内的流场和温度分布介于正常重力条件下上加热和下加热液桥的结果之间。因此, 可以从地面的上、下加热液桥实验结果, 推测空间液桥中的对流和热输运情况, 并可估计临界振荡的参数范围。

热毛细振荡流是当前各国微重力科学研究的重点课题之一。液桥中流场和温度场的振荡伴随有周期的自由面变形, 自由面变形与表面压强的变化有密切的联系。此外, 在空间的晶体生长过程中还需要考虑重力跳动的影 响, 需采用非定常程序进一步研究这些问题。

参 考 文 献

- [1] Napolitano. LG *Adv Space Res.* 1986. 6:19—34
- [2] Ostrach S. *Ann Rev Fluid Mech.* 1982. 14:313
- [3] Rybicki A, Floryan JM. *Phys Fluids.* 1987. 30:1956
- [4] Ostrach S, Kamotani Y, Lai CL. *Physicochemical Hydrodynamics.* 1985. 6:585—599
- [5] Kamotani Y and Kim J. *Journal of Crystal Growth* 87 1988 62—68
- [6] Preisser F., Schwabe D., Scharmann A. *J Fluid Mech.* 1983. 126:545—567
- [7] 曹重华, 解京昌, 唐泽眉, 胡文瑞. 热毛细振荡对流的实验研究, 中国科学, 1991, (2): 705
- [8] Monti R. *Acta Astronautica.* 1987 15:557—560
- [9] 唐泽眉, 李家春. 力学学报. 1991, 23: 149
- [10] 胡文瑞, 唐泽眉. 中国科学 A. 1990. 33:934
- [11] Chun. Ch H *Acta Astronautica* 1980. 7:479—488

THE LIQUID BRIDGE CONFIGURATION AND EFFECTS OF BUOYANCY IN THERMOCAPILLARY CONVECTION

Tang Zhemei, Cao Zhonghua, Hu Wenkui

(Institute of Mechanics, Academia Sinica Beijing, 100080, China)

Abstract The effects of gravity and thermocapillary convection in the liquid bridge with different aspect ratio L/D are studied in the present paper. Two flow cells appear in the liquid bridge. If L/D is longer, however, the flow pattern is not necessarily associated with the thermocapillary oscillatory convection. In order to simulate the space microgravity situation on the ground laboratory, the height of the liquid bridge must be smaller than, for example, 1.5mm . The convection and thermal transportation in a liquid bridge in microgravity environment can be estimated according to the experimental results on the ground, for the distribution of flow field and temperature in microgravity environment is between the cases of upper rod heated and lower rod heated, respectively, on the ground.

Key words thermocapillary convection, microgravity fluid mechanics, F. E. M. numerical simulation.