

含裂隙材料的空洞化损伤

李 国 琛

(中国科学院力学研究所)

提要 本文研究了含有微小裂隙的韧性材料中细观损伤的演化。随外加应力的增大,在裂隙周围的基体中微小空洞不断地萌生并扩展。在一些情况下,由此而形成的内部损伤与仅有大小空洞的损伤有显著的不同特点。结果还表明,具有细观尺度的短裂纹,其损伤作用不宜用裂纹长度作标志。文中最后提出一个材料韧性断裂的判据。

关键词 裂隙, 空洞, 损伤

一、前 言

为研究韧性材料的细观损伤规律,人们曾分析了含有初始空洞的基体中损伤的演化。最早, Rice 和 Tracey^[1], Gurson^[2] 等曾定量地描述了刚塑性材料中空洞的发展。他们指出,空洞的增长与所承受的塑性应变量和三轴张力的大小有关。空洞化的损伤作用会导至塑性加载面的缩小(即应变软化效应)和塑性体膨胀性。考虑到实际材料中常有两级空洞的存在,作者和 Howard^[3] 用数值分析方法研究了在大空洞周围的基体中出现应变软化的影响以模拟次级空洞的损伤作用。以后,作者又与 Guennouni 和 Francois^[4] 用空化有限单元代表次级空洞的萌生和扩展,进一步论证了大小两级空洞的交互作用将加速材料内部的空洞化损伤。他们还指出,随着空洞化损伤的加聚,原塑性理论中的宏观意义加载面已不复存在。

除了空洞状的初始缺陷外,材料中也会含有裂隙状缺陷。随着所承受的应力和应变的增大,这些裂隙在其周围基体中也会激发微小空洞并与它们聚合。因此需要了解这种损伤机制与上面所说的初始含有空洞型缺陷的情况有什么区别。这对于更全面地认识韧性损伤的多种细观特征和表现行为将是很有必要的。

二、含裂隙缺陷材料损伤演化的计算模型

假设材料中含有周期性分布的规则裂隙,且载荷分布也是对称于各裂隙的中心轴。利用问题的对称性和周期性可以使之模型化并只取其基本单元(以下简称胞元)的 1/4 作为分析用,如图 1 所示。图中的 S , M 和 L 分别代表初始为短,中和长的裂隙半长。模型的形状和受载方式可以是轴对称的(圆柱体中心含有圆片形裂隙),平面应变的(四方块中心含有穿透的裂隙)和平面应力的(四方片中心含有线状裂隙)。各裂隙的长方向均垂直于受力的主轴方向。各胞元的长宽比为 $L_{10}/L_{20} = 1$, $S/L_{20} = 0.0625$, $M/L_{20} = 0.3125$ 及

本文于 1990 年 3 月 6 日收到。

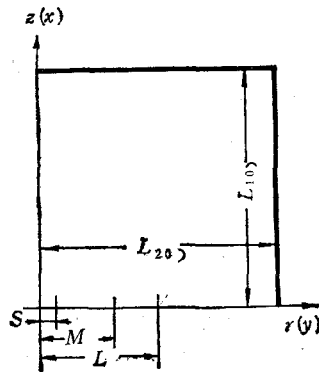


图1 1/4 胞元

$$L/L_{20} = 0.50.$$

胞元的求解是基于使泛函^[5]

$$I = \frac{1}{2} \int_V \left[\frac{\mathcal{D}T^{ij}}{\mathcal{D}t} D_{ij} - \sigma^{ij} (2D_{ik} D_{il} g^{kl} - V^k |_{;j} V_k |_{;i}) \right] dv - \int_S \dot{F}^i V_i ds \quad (1)$$

达到极小,其中, D_{ij} 是由速率 V_i 的协变导数所组成的应变率张量 $(= \frac{1}{2} (V_i |_{;j} + V_j |_{;i}))$, σ^{ij} 是 Cauchy 应力张量, \dot{F}^i 是载荷率向量, g^{kl} 是度量张量, S 是物体体积 V 上已知外力的边界面, $\frac{\mathcal{D}T^{ij}}{\mathcal{D}t}$ 是 Kirchhoff 应力的 Jaumann 率,它与应变率的关系式可以表示为:

$$\frac{\mathcal{D}T^{ij}}{\mathcal{D}t} = L^{ijkl} D_{kl} \quad (2)$$

按照在大应变条件下推广的 Prandtl-Reuss 关系式

$$L^{ijkl} = \frac{E}{1+\nu} \left[\frac{1}{2} (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}) + g^{ij} g^{kl} \frac{\nu}{1-2\nu} - \frac{3}{2\sigma_e^2} \frac{E}{E_{\infty}} \frac{S^{ij} S^{kl}}{\frac{2}{3}(1+\nu) + \frac{E}{E_{\infty}}} \right] \quad (3)$$

其中, E , ν 分别为弹性模量和 Poisson 系数, E_{∞} 是塑性切线模量, S^{ij} 是应力偏量, σ_e 是等效应力 $(= \sqrt{3/2 S^{ij} S_{ij}})$. 计算中取 $\nu = 0.3$.

若在胞元边界面上施以位移加载,可以取主轴方向的位移为广义时间 t . 采用增量型加载时,控制胞元的总体应变比值为常数 α ,则有:

(1) 轴对称情况

$$\frac{dU_r}{L_2/L_{20}} = -\alpha \frac{dW_z}{L_1/L_{10}} \quad (4)$$

其中 $W_z = \Delta L_1/L_{10}$ ——圆柱胞元端部在主加载轴 z 向的无量纲位移

$U_r = \Delta L_2/L_{20}$ ——圆柱胞元侧面在径向 r 的无量纲位移

(2) 平面应变或平面应力情况

$$\frac{dV_r}{L_2/L_{20}} = -\alpha \frac{dU_z}{L_1/L_{10}} \quad (5)$$

其中 $U_x = \Delta L_1/L_{10}$ ——胞元端面在主加载轴 x 向的无量纲位移

$V_y = \Delta L_2/L_{20}$ ——胞元侧面在次加载轴 y 向的无量纲位移

以上的下标“0”代表初始 $t = 0$ 状态下的有关量。除了被施以法向位移外,各边界面上的剪应力为零。

假设胞元中的基体材料符合幂硬化规律,

$$\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y}\right) = k \left(\frac{\epsilon_e}{\epsilon_y}\right)^n, \quad k = 1 \quad (6)$$

其中, σ_e , ϵ_e , σ_y 和 ϵ_y 分别代表等效应力, 等效应变(在大应变计算中可以忽略全部应变与塑性应变的差别), 屈服应力($=0.002E$)和屈服应变($=0.002$)。硬化指数 n 取为 0.15。由于微空洞的萌生而导至基体中局部材料完全丧失刚度的临界条件可以采用以下准则之一:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_m + \lambda_e \sigma_e = \sigma_c \quad \text{应力准则} \\ \epsilon_e = \epsilon_c \quad \quad \quad \text{应变准则} \end{array} \right\} \quad (7)$$

其中 σ_m 是平均应力, λ_e 是个加权系数以反映不同材料对 σ_e 和 σ_m 作用的敏感程度。计算中取:

$$\sigma_c = 7\sigma_y; \quad \lambda_e = 1.7, \quad \epsilon_c = 1.3 \quad (8)$$

用有限元法求解泛函(式(1))的极值问题时采用了更新的拉氏坐标体系,详细作法可参见文献[3][4]。图 1 中的 1/4 胞元被分割为 512 个等应变三角单元,共用 289 个节点。由于目的不在于计算裂纹顶端的应力分布,各网格面积基本上是相等的。一旦某单元内的应力或应变达到所规定的临界条件(7),则该单元将作空化处理;以后不再具有刚度并可依据周围情况而变形,扩张或与其他单元聚合。这些恰与微空洞的演化相似。

每个算例所需要的计算步数约为 300—2000 步不等,视材料的韧性大小而定。在计算过程中所取步长(即广义时间 t 的增量)的大小不等。一般是开始阶段要小,基体材料由弹性的转入塑性的。当有较大区域进入塑性之后可以加大步长。但在出现空单元之后又需减小步长,因为空单元周围会发生局部弹性卸载。

三、轴对称模型

胞元中心的裂隙半径取至图 1 中的 S 和 M 两处。对每一种初始裂隙又取 $\alpha = 0.35$ (较高总体三轴张应力,用字母 h 代表)和 $\alpha = 0.49$ (较低总体三轴张应力,用 l 代表)。以后每个算例都用两个字母作名字,第一个大写字母代表初始裂隙的长度类型,后一个小写字母反映在等比应变加载下胞元承受的三轴张应力的高低。

令 $\bar{\epsilon}_x$, $\bar{\epsilon}_r$ 分别为胞元在 x 和 r 向的总体应变,则有

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\epsilon}_x = \ln(1 + W_x) \\ \bar{\epsilon}_r = \ln(1 + U_r) = -\alpha \bar{\epsilon}_x \end{array} \right\} \quad (9)$$

由此可导出总体等效应变 $\bar{\epsilon}_e$ 和平均应变 $\bar{\epsilon}_m$ 为:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\epsilon}_e &= \frac{2}{3}(\bar{\epsilon}_x - \bar{\epsilon}_r) \\ \bar{\epsilon}_m &= \frac{2\bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_x}{3} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

设胞元端面上轴向应力的平均值为 $\bar{\sigma}_x$, 又侧向柱面上的平均径向应力为 $\bar{\sigma}_r$, 于是总体的等效应力 $\bar{\sigma}_e$ 和平均应力 $\bar{\sigma}_m$ 分别是:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_e &= \bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_r \\ \bar{\sigma}_m &= \frac{\bar{\sigma}_x + 2\bar{\sigma}_r}{3} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在图2中绘制了 S_h , S_l , M_h 和 M_l 四种胞元的总体等效应力-应变和平均应力-应变曲线图。若将基体内含有的空单元体积累加起来就可以得到空洞体积百分数 f_m 与 $\bar{\epsilon}_e$ 的关系, 如图3所示。很明显, 微空洞的出现会很快地促使材料内部损伤的加聚并导致宏观应力-应变曲线的急剧下降。

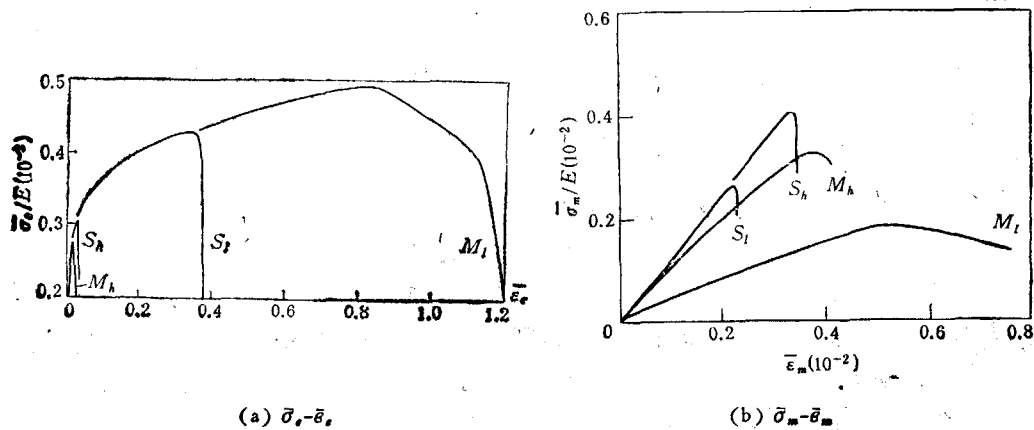
(a) $\bar{\sigma}_e - \bar{\epsilon}_e$ (b) $\bar{\sigma}_m - \bar{\epsilon}_m$

图2 轴对称胞元的总体应力-应变曲线

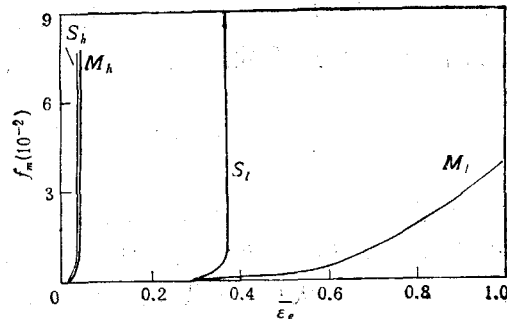


图3 空洞体积百分数与总体等效应变关系

当基体内空洞贯穿整个胞元截面时可视为断裂, 如图4所示。初始裂隙较短者, 其中空洞发展更为弥散, 裂缝的发展不一定是沿着初始裂隙截面方向。在 S_l 和 M_l 两个算例中, 断裂面都具有圆锥面的特征。另一个特点是, 适当长度的初始裂隙反而会有利于增加材料的韧性。例如, 图4中的两个 M 例子都比其相应的 S 例子具有更大的断裂等效应变值。

这一点与初始为空洞缺陷者截然不同。在后一情况下，随着初始空洞半径的增大胞元的断裂等效应变值会相应地减小(参见文献[3])。

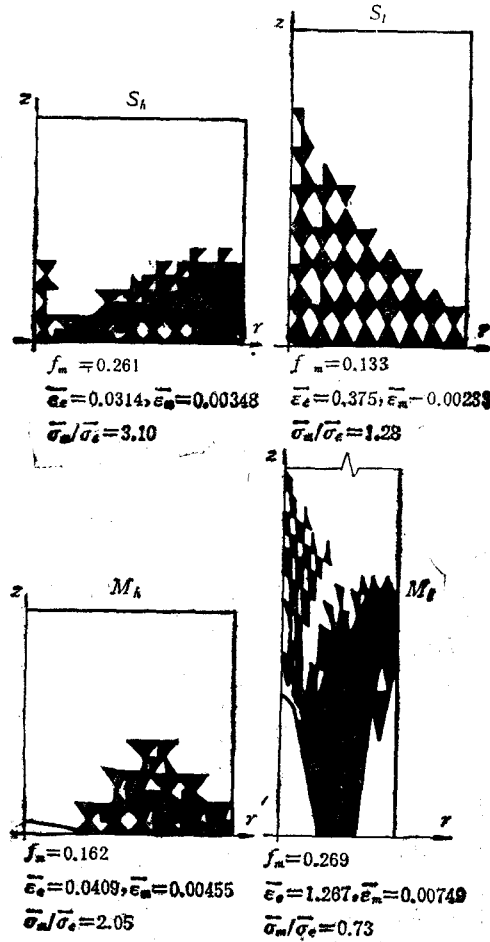


图 4 轴对称胞元断裂时基体内的空洞分布

四、平面应变模型

设裂隙的半宽位置处在图 1 中的 S , M 和 L 处。对每一尺寸又计算了三轴张应力较高的双向拉伸 ($\alpha = -1$) 和接近单向拉伸 ($\alpha = 0.45$) 的 h 和 l 两种情况。每个算例也用两个字母代表。

由胞元边界面的位移而形成的总体应变为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\epsilon}_x &= \ln(1 + U_x), \quad \bar{\epsilon}_y = \ln(1 + V_y) - \alpha \bar{\epsilon}_x \\ \bar{\epsilon}_e &= \frac{2}{3} (1 + \alpha + \alpha^2)^{1/2} \text{——等效应变} \\ \bar{\epsilon}_m &= (1 - \alpha) \bar{\epsilon}_x / 3 \text{——平均应变} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由垂直于 x, y 轴的边界面上各法向应力的平均值 $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y$ 以及横截面上法向应力的平均

值 $\bar{\sigma}_e$ 可以得到总体的等效应力 $\bar{\sigma}_e$ 和平均应力 $\bar{\sigma}_m$:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_e &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(\bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_y)^2 + (\bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_z)^2 + (\bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_z)^2]^{1/2} \\ \bar{\sigma}_m &= (\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_z)/3 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中 $\bar{\sigma}_x = \int_A \sigma_x dA / L_1 L_2$, A 是基体部分的面积.

对各算例的计算结果可以用图像显示微空洞在胞元中的发展过程. 图 5 中 S_b 算例是针对初始时含有短裂隙并受双向拉伸情况. 从 $f_m = 0.064, 0.283$ 两个阶段来看, 断裂是沿着垂直于原裂隙平面发展的而且带有弥散性. 在 M_b 算例中, 损伤的间断性最为突出. 在 $f_m = 0.048$ 时, 空单元先从裂尖附近和胞元的侧边出现, 及至 $f_m = 0.086$ 时这两

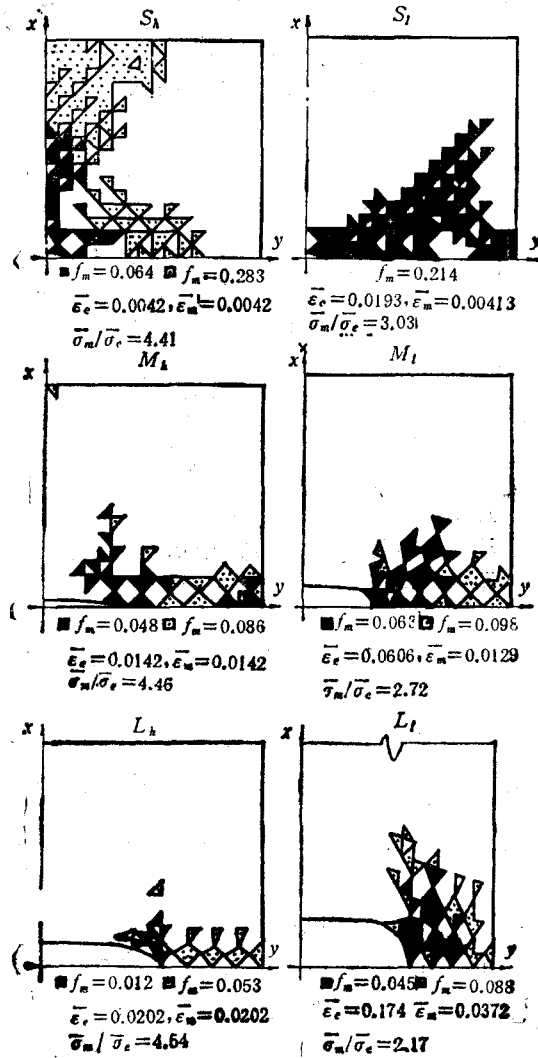


图 5 平面应变胞元断裂时基体内的空洞分布

部分才聚合形成最终断裂。随着初始裂隙的增长,损伤的局部性逐渐加聚,如算例 Lb 所示。在 $f_m = 0.012$ 时损伤仅局限在裂尖两侧。当发展到 $f_m = 0.027$ 和最后的 $f_m = 0.053$, 断裂基本上是连续向前扩展的。

与轴对称情况相似的一点是:适当长度的初始裂隙有利于增大整个胞元的韧性。

五、平面应力模型

若平面应力板元中心含有线状裂隙,其半宽长度位置在图 1 中的 S 和 M 两处。承受的载荷有双向拉伸 ($\alpha = -1$, 标以 h) 和接近单向拉伸 ($\alpha = 0.45$, 标以 l) 两种。每个算例仍用两个字母代表。

在这里,总体的应变增量有:

$$\left. \begin{aligned} d\bar{\epsilon}_x &= dU_x / (1 + U_x), \quad d\bar{\epsilon}_y = dV_y / (1 + V_y) = -\alpha d\bar{\epsilon}_x \\ d\bar{\epsilon}_x &= \int_A d\epsilon_x dA / A, \quad A \text{ 是板平面内基体的面积} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由此可以得到总体的等效应变和平均应变分别为:

$$\bar{\epsilon}_e = \int_0^t d\bar{\epsilon}_e, \quad \bar{\epsilon}_m = \int_0^t d\bar{\epsilon}_m \quad (15)$$

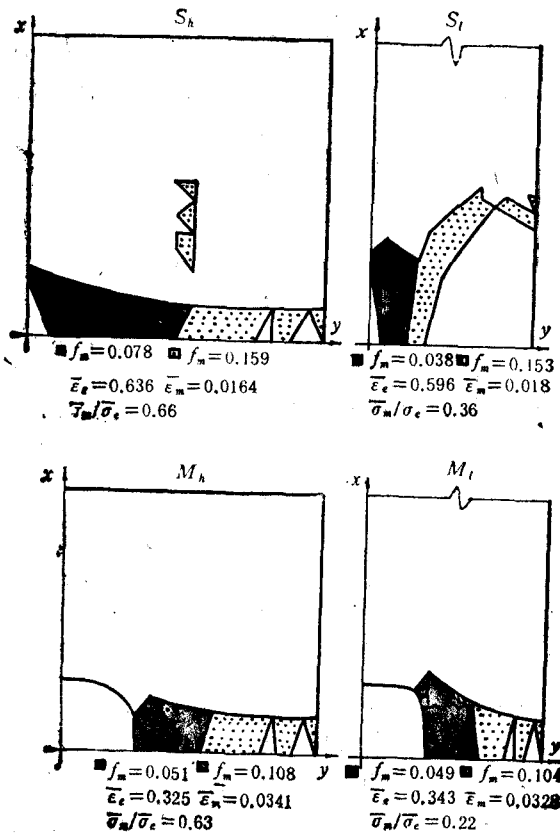


图 6 平面应力胞元断裂时基体内的空洞分布

其中

$$d\bar{\varepsilon}_e = \frac{\sqrt{2}}{3} [(d\bar{\varepsilon}_x - d\bar{\varepsilon}_y)^2 + (d\bar{\varepsilon}_y - d\bar{\varepsilon}_z)^2 + (d\bar{\varepsilon}_x - d\bar{\varepsilon}_z)^2]^{1/2}$$

$$d\bar{\varepsilon}_m = (d\bar{\varepsilon}_x + d\bar{\varepsilon}_y + d\bar{\varepsilon}_z)/3$$

又有总体的等效应力和平均应力:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_e &= [\bar{\sigma}_x^2 - \bar{\sigma}_x \bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_y^2]^{1/2} \\ \bar{\sigma}_m &= (\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y)/3 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

平面应力模型的一个特点是:基体内各单元的三轴张应力较低,微空洞的萌生主要受临界条件(7)中的应变准则控制,而在轴对称和平面应变胞元中则主要是由应力准则决定。另一特点是:损伤断裂区的高度局部化,断裂是沿着初始裂隙连续伸长。即使在含短裂隙缺陷情况,其分散性也不大。最后一个值得注意点是:较长裂隙不再具有增韧作用,图6中Mh和Ml两个算例的拉伸长度均小于对应的例子Sh和Sl。

六、关于韧性断裂的宏观判据

Norris等^[6]曾介绍了两种韧性断裂判据。一是基于应变能密度概念,即

$$D = \int f(\bar{\sigma}_m) d\bar{\varepsilon}_e^{(p)} \quad (17)$$

其中 $d\bar{\varepsilon}_e^{(p)}$ 是宏观意义的塑性等效应变增量, $f(\bar{\sigma}_m)$ 是由平均应力 $\bar{\sigma}_m$ 构成的函数。当特定尺度上的 $D \geq D_c$ (D 的临界值)时则出现材料断裂。另一个判据是取在宏观意义上的表达式:

$$C = \exp\left(\frac{3\bar{\sigma}_m}{2\bar{\sigma}_e}\right) \varepsilon_e^{(f)} \quad (18)$$

其中 $\varepsilon_e^{(f)}$ 是材料断裂时的塑性等效应变, C 是材料参数。

如取(17)式的具体形式为在广义时间 t 时:

$$D = \int_0^t \bar{\sigma}_{ij} d\bar{\varepsilon}_{ij}^{(p)} = \int_0^t \bar{\sigma}_e d\bar{\varepsilon}_e^{(p)} + 3 \int_0^t \bar{\sigma}_m d\bar{\varepsilon}_m^{(p)} \quad (19)$$

结合本文中的轴对称算例,在胞元断裂时可以求得各自的 C 和 D 值,其中最大的和最小的数值分别为:

$$C_{\max} = 3.78, C_{\min} = 0.88$$

$$D_{\max} = 0.50 \times 10^{-2} E, D_{\min} = 0.11 \times 10^{-3} E$$

显然, C 和 D 值的分散性太大,不宜作为材料的断裂参数。

Tvergaard^[7]采用空单元技术模拟韧性断裂时曾提出临界空洞体积百分数 f_c 作为判据。但结合到本文的图3、5和6来看,这一数值也很分散。

一个可行的办法就是综合以上所考虑各因素而采用:

$$\bar{\varepsilon}_m + \lambda_e \bar{\varepsilon}_e = f(\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_e) \quad (20)$$

其右端项是 $\bar{\sigma}_m/\bar{\sigma}_e$ 的函数。若取 $\lambda_e = 0$ 则表明材料断裂主要是受空洞扩张而带来的体积膨胀的控制,在实质上反映了临界空洞体积百分数的判别准则。若 $\lambda_e \bar{\varepsilon}_e \gg \bar{\varepsilon}_m$,那么(20)式又反映了(18)式的要求。综合以后,可以减少分散性。

七、结 论

1. 含裂隙缺陷与含空洞缺陷的材料中微小空洞的发展及总体损伤行为均不相同。在一些情况下,较长的裂隙反而有利于增加材料韧性,但空洞缺陷的直径愈大,其韧性愈小。

2. 短裂隙与长裂隙的损伤演化有不同的特点。前者较为弥散且为间断性的。后者的损伤压比较集中,尤其在平面应力情况下是连续扩展的。因此,对于短裂纹是不宜用裂纹长度作损伤标志的。

3. 本文揭示的结果再次表明: 鉴于韧性损伤因素的多样性和复杂性,采用 Gurson 的塑性损伤势函数^[2]作定量分析是不相宜的。在前一篇工作中,作者等^[4]已论证过: 当韧性损伤加聚后不存在仅依赖于空洞体积分数的塑性势函数。因此经典塑性理论中的凸性和正交法则等都已失去了前提。

感谢: 本项工作曾先后得到法国国家科研中心 (CNRS) 和国家基金项目的资助并与 Francois, D. 教授(巴黎工艺与制造学院中心材料实验室主任)作过有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] Rice, J. R. and Tracey, D. M., *J. Mech. Phys. Solids*, 17(1969), 201—217.
- [2] Gurson, A. L., *J. Eng. Mat. Technol.*, 99(1977), 2—15.
- [3] Li, G. C. and Howard, I. C., *J. Mech. Phys. Solids*, 31(1983), 85—102.
- [4] Li, G. C., Guennouni, T. and Francois, D., *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 12(1989), 105—122.
- [5] McMeeking, R. M. and Rice, J. R., *Int. J. Solids Structures*, 11(1975), 601—615.
- [6] Norris, D. M., Reaugh Jr., J. E., Moran, B. and Quinones, D. F., *J. Eng. Mat. Technol.*, 100(1978), 279—286.
- [7] Tvergaard, V., *Int. J. Solids Structures*, 18(1982), 659—672.

THE VOIDING DAMAGE INDUCED IN MATERIAL EMBEDDING FLAWS

Li Guochen

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing, China*)

Abstract Study is emphasized on the evolution of microstructural damage induced in material, which initially embeds flaws. Tiny voids surrounding the flaws can be generated and grow large as the external stressing increases. Under certain circumstances, the internal damage caused by such mechanism has drastic difference from that accumulated by pure voiding of large and small sizes. Results indicate that it is not appropriate to use crack length for characterizing the damaging effect of short flaws in microstructural size. As a final conclusion, a criterion for ductile fracture is proposed.

Key words flaws, voids, damage