

# 风洞中自由飞模型气动 特性参数的辨识

马家欢 陈素贞 唐宗衡

**摘要** 对高超音速脉冲型风洞中 $M_a=10$ 条件下 $10^\circ$ 尖锥模型的自由飞角运动记录进行气动参数的辨识。分别以通用的三周期法<sup>[1]</sup>和参数微分法<sup>[2]</sup>辨识获得俯仰平面的静、动稳定性参数。同时讨论和比较了两种辨识方法的有效性,结果表明:虽然原始角运动周期数较少,但只要具有足够数量和足够精度的原始数据,两种方法均给出一致的静、动气动稳定性参数,而当考虑动压变化或非线性气动特性时,以参数微分法为优。

此外还以数值模拟的方法讨论了数据点数、周期数以及原始数据测读误差对辨识结果的影响,与误差理论分析结果所得结论一致。

**关键词** 气动参数辨识 三周期理论 参数微分法 风洞模型自由飞 动稳定参数 静稳定参数

## 引 言

风洞中模型自由飞方法是一种非接触的气动力测量方法<sup>[3,4]</sup>,它不仅可以得到模型的静气动特性参数,还可以得到动态气动参数,如阻尼特性等。尤其因为这一方法没有支杆的影响,对动态实验颇有吸引力。但如何从模型自由飞角运动数据来获得有效的气动参数,一直是人们关注的问题。而从脉冲型风洞短工作时间(几十毫秒)中获得的较少周期的角运动来辨识气动参数则更是一个值得研究的课题。

风洞中模型自由飞的气动参数辨识与从气动弹道靶中模型自由飞参数辨识基本相同,气动参数辨识的方法也已经有了总结性的文献<sup>[5]</sup>。我们曾在激波管风洞和高超音速炮风洞 $M_a=10$ 的情况下对 $10^\circ$ 尖锥模型的俯仰角运动进行过气动参数的辨识,得到了俯仰力矩和阻力矩系数等气动特性<sup>[6,7]</sup>。

本文将用气动参数辨识的两种处理方法,即三周期法<sup>[1]</sup>和参数微分法<sup>[2]</sup>,针对脉冲风洞很短周期的特点,着重对辨识的有效性作比较讨论,同时还以一个与实验条件接近的线性气动参数的模型角运动作数值模拟,比较不同的周期数、不同的数据点数及测读的随机误差对参数辨识结果的影响。

## 1 运动方程和辨识方法简述

在实验室固定坐标系中,对于无滚转的轴对称模型作俯仰平面自由飞时的角运动规律可表示为:

$$\ddot{\theta} - \left( C_{m\dot{\theta}} + C_{m\ddot{\theta}} - \frac{I}{md^2} C_{l\dot{\theta}} \right) \frac{qSd^2}{VI} \dot{\theta} - C_{m\theta} \cdot \frac{qSd}{I} \theta = C_{m\alpha} \cdot \frac{qSd}{I} \quad (1)$$

式中:

$\theta$ ——模型的方位角,带点的则为对时间的导数;

$C_{m\dot{\theta}} + C_{m\ddot{\theta}}$ ——模型的俯仰阻尼系数;

本文为飞行力学会议论文,作者为中国科学院力学研究所高工、工程师。

$C_m^a, C_l^a$ ——模型的静导数;

$C_{m0}$ ——由模型几何或物理偏差引起的小不对称力矩系数;

### 1.1 三周期法

按三周期理论, 由于一般情况下阻尼力矩远较气动恢复力矩为小, 对此单自由度运动作线性化假定后, 考虑动压为常值, 则方程(1)可改写为:

$$\ddot{\theta} + 2\lambda\dot{\theta} - \omega\theta = Ma/I \quad (2)$$

其解的形式为:

$$\theta = K \exp(\lambda t) \cos(\omega t + \delta) + K_3 \quad (3)$$

由于这一解的非线性特征, 当以这一角运动表达式与实验记录运动 $\theta(i)$ 来进行拟合, 辨识与气动参数相关的 $\lambda, \omega$ 等时, 必须采用微分修正的最小二乘法, 若以 $C_i$ 代表未知运动参数, 于是有正规方程:

$$[A_{ij}] \cdot [\Delta C_j] = [B_i] \quad (4)$$

其中:

$$A_{ij} = \sum_{i=1}^n (\partial\theta/\partial C_j)_i \cdot (\partial\theta/\partial C_j)_i$$

$$B_i = \sum_{i=1}^n (\theta_{exp} - \theta)_i \cdot (\partial\theta/\partial C_j)_i$$

$\theta_{exp}$ 为实验记录测读角运动。

残差方程中所要求的各项导数, 对式(3)这样的模型为:

$$A_i = \partial\theta_i/\partial K_3 = 1 \quad (5)$$

$$B_i = \partial\theta_i/\partial K \exp(\lambda t_i) \cdot \cos(\omega t_i + \delta) \quad (6)$$

$$C_i = \partial\theta_i/\partial \lambda = K \cdot t_i \cdot B_i \quad (7)$$

$$D_i = \partial\theta_i/\partial \delta = -K \cdot \exp(\lambda t_i) \cdot \sin(\omega t_i + \delta) \quad (8)$$

$$E_i = \partial\theta_i/\partial \omega = t_i \cdot D_i \quad (9)$$

$$R_i = \theta_i - [K \cdot \exp(\lambda t_i) \cdot \cos(\omega t_i + \delta) + K_3] \quad (10)$$

辨识精度可由拟合的标准误差 $SD(\theta)$ 给出:

$$SD(\theta) = \left[ \sum_{i=1}^n (\theta_{exp} - \theta)^2 / (n - N_1) \right]^{1/2} \quad (11)$$

这里 $N_1$ 是参与拟合的未知数个数, 对此 $N_1 = 5$ 。考虑动压变化时对解的形式作某些修正, 仍可进行气动参数的辨识。

### 1.2 参数微分法

由G T Chapman和D B Kirk所发展的参数微分法, 直接从表征运动的微分方程入手, 并不要求有封闭形式的解。我们考虑动压随时间变化的情况(炮风洞储室压力随时间是略有上升的), 方程(1)可改写为:

$$\ddot{\theta} + C_1 q(t) \dot{\theta} + C_2 q(t) \theta = C_5 q(t) \quad (12)$$

并分别有:

$$C_1 = \frac{(C_{m\dot{q}} + C_m^a - I/md^2 C_l^a) d^2}{v} \cdot \frac{S}{I} \quad (13)$$

$$C_2 = -C_m^a \cdot S \cdot d/I \quad (14)$$

$$C_3 = \theta(0) \quad (15)$$

$$C_4 = \dot{\theta}(0) \quad (16)$$

$$C_5 = C_{m_0} \cdot S \cdot d/I \quad (17)$$

引入参数微分变量:  $P_i = \partial\theta/\partial C_i$ , 并将方程(12)分别对各系数 $C_i$ 求微分, 可将参数微分方程组:

$$\begin{aligned} P_1'' + C_1 q(t) P_2' + C_2 q(t) P_1 &= -\dot{\theta} q(t) \\ P_2'' + C_1 q(t) P_2' + C_2 q(t) P_2 &= -\theta q(t) \\ P_3'' + C_1 q(t) P_3' + C_2 q(t) P_3 &= 0 \\ P_4'' + C_1 q(t) P_4' + C_2 q(t) P_4 &= 0 \\ P_5'' + C_1 q(t) P_5' + C_2 q(t) P_5 &= q(t) \end{aligned} \quad (18)$$

初始条件:

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 = P_4 = P_5 = 0 & \quad P_3 = 1 \\ P_1' = P_2' = P_3' = P_5' = 0 & \quad P_4' = 1 \end{aligned} \quad (19)$$

这一变系数的线性微分方程组在已知初值并求得 $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ 后可解。进一步运用微分修正的最小二乘原理与实测角运动数据拟合可求得各系数的修正值, 如此反复迭代, 最终可辨识出所要求的气动参数。若采用与式(11)同样的定义, 可知拟合精度。参数微分法对气动系数为非线性系情况也可较为方便地加以考虑, 这是本方法的一个重要的特色。

## 2 气动参数辨识结果和讨论

两种方法对脉冲型高超音速风洞中 $10^\circ$ 尖锥的俯仰角运动作了参数辨识, 得到模型在实验条件下的恢复力矩系数 $C_m^a$ 和阻尼力矩系数 $C_{m_0} + C_m^a$ 。对动压为常数的激波风洞的实验记录两种方法取得了基本一致的辨识结果。而对动压有直线上升变化的炮风洞的实验记录, 由于三周期法是以运动方程的某种解的形式进行参数辨识, 因此在动压变化或者非线性气动系数时无法得到封闭形式的解, 这里只有对解的形式作修正, 故其辨识结果不如以参数微分法的辨识结果为好。典型结果如图1所示, 这些虽然静导数相差仅不到1%, 但动导数有明显的差异, 而辨识精度以拟合的标准误差作判据来看, 则参数微分法有较高的辨识精度。同时, 以该次典型实验记录的迭代收敛情况来看, 以残差平方和

$$SSR = \sum_{i=1}^n [\theta_{c, \rho} - \theta]^2 \quad (20)$$

表达, 参数微分法也有令人满意的结果(见图2)

此外, 两种方法对初值的选取不仅影响到迭代次数的多寡, 甚至直接影响到计算能否收敛, 其中尤以反映俯仰力矩系数的角振荡运动的圆频率 $\omega = 2\pi f$ 要求较高, 而反映阻尼力矩及小不对称力矩项的力矩系数初值均可取作为零。由于实验记录已勾划了运动的基本形态, 因此由这些数据所作的图示法, 可以给出令人满意的参数初值。其中 $\omega$ 可以按下式给出:

$$\omega = (N-1)\pi/t_n \quad (21)$$

这里 $n$ 为峰值数,  $t_n$ 为所取峰值的时间间隔。辨识中的迭代收敛较快, 一般4~5次即可满足精度要求:

$$(SSR_{D+1} - SSR_D) / SSR_D < 10^{-6} \quad (22)$$

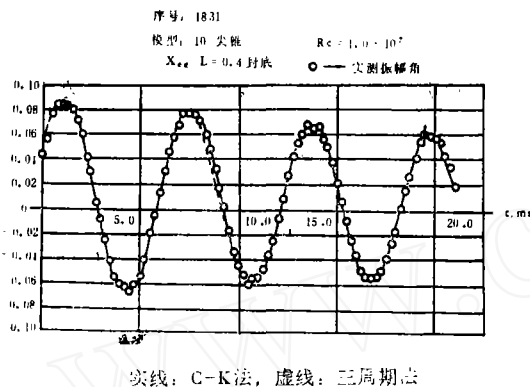


图1 典型的实验记录角运动及拟合运动 ( $M_a = 0.9$ )

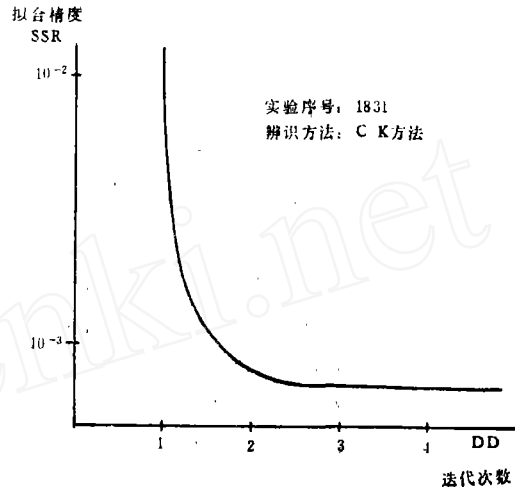


图2 一次典型的辨识迭代收敛情况

此外, 本文对实验记录角运动的辨识结果, 又用数值模拟的方法作了讨论。用接近于实验条件的给定角运动, 加入不同的测读随机误差, 来比较辨识结果。分别以 $\pm 5\%$ 、 $\pm 10\%$ 和 $\pm 20\%$ 最大振幅角 (这里取 $\theta_{max} = 0.0682$ ) 的三种随机量, 在动压不变的情况下用两种辨识方法获得了静、动稳定性导数。同时还在以 $\delta = 10\% \theta_{max}$ 随机误差情况下, 比较了不同数据段长度, (即运动周期数) 及每一周期不同数据点的影响, 两种方法辨识结果均表明, 在实验条件下, 当测读误差小于 $10\% \theta_{max}$ 时, 在有三个以上周期时, 可获得动导数 $10\%$ 以内的精度, 其辨识精度与测角位移精度几乎线性相关, 这与由误差理论分析结果一致。而对静导数则有千分之一量级的精度。当周期数小于两周时, 则动导数的辨识精度迅速下降, 但静导数仍有百分之一的精度。每一周期中测读数据点的影响, 在所讨论范围, 有4.3个周期情况下, 只要每一周期中有10点以上, 就可以有满意的精度。但必须指出, 当周期数减少时, 数据点多寡的影响将会突出。此外, 数值模拟的辨识结果表明, 对动压为常值时, 三周期法和参数微分法可给出几乎同一精度的辨识结果, 两种结果的差异小于辨识结果的相对偏差。从而证实了从实验实测数据的辨识结果的结论, 当动压不为常数时, 如图1所示, 三周期法的拟合精度下降, 辨识结果也与参数微分法的结果有了较大差异。

总结起来, 由对激波风洞和炮风洞中 $10^\circ$ 尖锥模型气动参数的辨识结果, 我们可以得到以下结论:

- 1) 即使在少数几个周期中, 只要有足够精度的测读点, 无论三周期法或参数微分法均可辨识出有效的静、动稳定性导数, 而当动压不为常值时, 参数微分法给出更为合理和精确的辨识结果。从而使这一实验方法可用于研究模型的高超音速的动稳定特性。
- 2) 辨识中合理的初值是迭代收敛的关键因素, 其中以反映气动恢复力矩的角运动圆频率最关重要。由实验记录值的图示法给出的圆频率初值, 可以得到满意的辨识结果。
- 3) 数值模拟表明, 数据测读精度与辨识精度线性相关, 而周期数的加大, 每一周期中数据点的增加均可提高辨识精度。当周期数小于三周时或一周中数据点少于10时, 对按本文的实验条件下, 辨识结果的精度就会很快下降, 乃至丧失结果的有效性。

#### 参 考 文 献 (略)