

钝体绕流流场分离涡的数值模拟

中国科学院力学研究所 傅德薰 马延文
北京空气动力研究所 王力

NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW AROUND RECTANGULAR CYLINDER

Chinese Academy of Sciences Institute of Mechanics Fu Dexun and Ma Yanwen
Beijing Institute of Aerodynamics Wang Li

摘要 采用近似因式分解和特殊 Jacobin 系数矩阵分裂法, 求解可压缩 Navier-Stokes 方程, 数值模拟矩形柱体绕流流场中分离涡的形成和发展。给出了 $Ma_\infty = 0.3, 0.8$; $Re = 10^4, 10^6$ 的计算结果。从结果中可清楚地看到柱体非对称涡形成的非定常过程。

关键词 钝体, 分离流, N-S 方程, 数值计算。

Abstract The viscous flow around a rectangular cylinder is simulated by solving the two dimensional compressible Navier-Stokes equations. The partial differential equations are approximated by difference methods such as special chosen Jacobian matrix splitting technique and approximate factorization. The scheme has second order accuracy in space and time. The Mach number $Ma_\infty = 0.3$ and the Reynold number $Re = 20000$ are used in the computation. The unsteady Karman vortex separation and asymmetry of pair of vortices can be seen clearly from the computed results. The old vortices are moved downstream and the new ones are generated from the corner of the cylinder. The influence of compressibility on vortex formation is considered. The critical Reynold number Re_c is increased with the Mach number increased.

Key works Blunt bodies, separated flow, N-S equation, numerical calculation.

一、引言

分离流和涡运动是流体运动中的基本物理现象, 也是人们极为感兴趣的问题。近年来, 分离流和涡运动的非定常发展规律、可压缩性影响及其物理机理等问题的研究已成为流体力学研究工作中的重点。过去这类问题主要通过理论分析和实验进行研究。随着计算机科学的发展, 数值模拟已成为研究分离流和涡运动的重要手段。

矩形柱体绕流流场中, Re 数很低时 (极慢流动或称蠕动), 与粘性力相比惯性力可忽略不计, 流动不发生分离。随着 Re 数增加, 物体后将产生一对称分离涡。 Re 数继续增长, 对称分离涡的尺寸也不断扩大。 Re 数增加到一定数值 (临界 Re 数) 之后, 绕流将处于不稳定状态, 此时受扰动后流动将失去平衡, 逐渐形成 Karman 涡街。由于物体后面两侧旋涡交替产生和脱落, 物体上的载荷也随之变化。当涡脱落频率接近物体结构的自振频率时, 将发生对物体有破坏作用的共振。 Re 数再增长, 尾流区将由涡流所充满。

1990年6月1日收到, 1990年12月10日收到修改稿

国家自然科学基金资助课题

由此可见,非定常涡的研究具有理论和应用的重要意义。为此试图用近似因式分解和特殊 Jacobin 系数矩阵分裂法^[1, 2]求解可压缩 N-S 方程。数值模拟矩形柱体绕流的分离流场及其背风面非对称涡的形成过程。

二、基本方程与坐标变换

选用物面坐标系 (x, y) (图 1)。为正确模拟物面和四个角点对流场的影响,在 x, y 两坐标方向采用了三层坐标变换^[3],使得物面及角点附近有足够多的网格点。在 x 方向,以物体背风面为基准,向右先构成细均匀网格,然后网格逐渐加大,最后是粗均匀网格。背风面左方的网格是以背风面为轴,将该表面右方的网格对称地反射到左边而得,并要求物体的迎风面位于网格点上,在 y 方向,以物体下表面为基准向上构成均匀细网格,然后网格逐渐加大,最后是粗均匀网格,直到 $y=0$ 处;物体下表面下方与上方类似直至外边界。在 $y=0$ 的上方坐标变换是以 $y=0$ 线为轴,将下方网格对称地反射到上方而成,图 2 给出三层网格图。坐标变换的表达式在文献 [3] 中给出。变换后的计算空间为 (ξ, η) ; 经坐标变换后二维可压缩 N-S 方程为

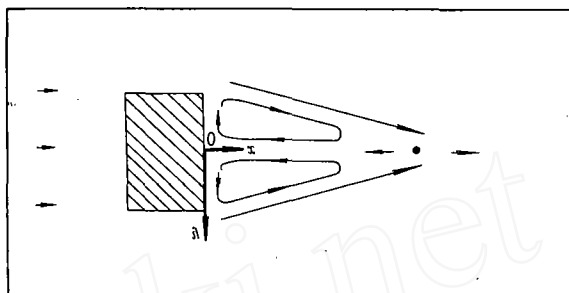


图 1 坐标示意图

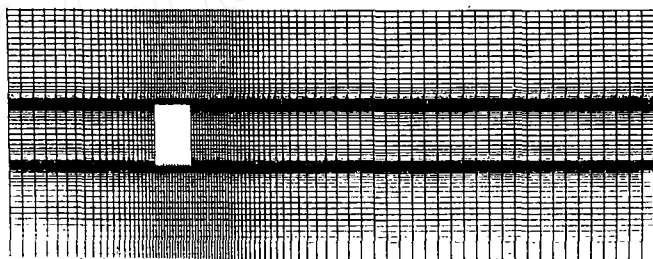


图 2 网格生成图

其中:

$$\begin{aligned} U &= [\rho, \rho u, \rho v, E]^T, & f_1 &= [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, u(E+p)]^T, \\ f_2 &= [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(E+p)]^T, & F &= [F_1, F_2, F_3, F_4]^T, \\ F_1 &= 0, & F_2 &= M \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \xi} + N \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \eta}, & F_3 &= M \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \xi} + N \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \eta} \\ F_4 &= M \frac{\partial}{\partial \xi} \left[u \sigma_{11} + v \sigma_{12} + \frac{C_p}{RePr} KM \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + N \frac{\partial}{\partial \eta} \left[u \sigma_{12} + v \sigma_{22} + \frac{C_p}{RePr} KN \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] \\ \sigma_{11} &= \frac{\mu}{Re} \left(\frac{4}{3} M \frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{2}{3} N \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) & \sigma_{12} &= \frac{\mu}{Re} \left(M \frac{\partial v}{\partial \xi} + N \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sigma_{22} = \frac{\mu}{Re} \left(\frac{4}{3} N \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{2}{3} M \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \quad E = \rho \left(C_v T + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \quad p = \frac{\rho T}{\gamma Ma_\infty^2}$$

式中 γ 为比热比, C_v 为等容比热:

$$C_v = \frac{1}{\gamma(\gamma-1)Ma_\infty^2}, \quad e = C_v T$$

方程组 (1) 为无量纲形式。式中的 ρ , u , v , T , μ 分别为无量纲密度、速度分量和粘性系数。均以对应的来流进行无量纲化。 p 和 e 为压力和内能, 它们通过 $\rho_\infty u_\infty^2$, u_∞^2 无量纲化。下标 ∞ 表示来流参数。粘性系数按 Sutherland 公式计算。式中 M 和 N 为坐标转换系数。

三、差分方程

本文采用近似因式分解和特殊系数矩阵分裂法^(1, 2) 求解方程组 (1)。为改进粘性项对稳定性的限制, 在显式格式的基础上, 对 ξ 和 η 方向均附加了修正项⁽⁴⁾, 对附加修正项的格式再采用近似因式分解法。逼近方程组 (1) 的差分方程为

$$\Delta U_{ij} = \Delta t F_{ij} - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} M_{ij} \delta_\xi^0 (f_1)_{ij} - \frac{\Delta t}{\Delta \eta} N_{ij} \delta_\eta^0 (f_2)_{ij} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & (I + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta \xi} M_{ij} \delta_\xi^- \tilde{A}_1^+ \cdot) (I + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta \xi} M_{ij} \delta_\xi^+ \tilde{A}_1^- \cdot) (I + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta \eta} N_{ij} \delta_\eta^+ \tilde{A}_2^- \cdot) (I \\ & + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta \eta} N_{ij} \delta_\eta^- \tilde{A}_2^+ \cdot) \delta_t U_{ij}^{n+1} = \Delta U_{ij}^n \end{aligned} \quad (3)$$

$$U_{ij}^{n+1} = U_{ij}^n + \delta_t U_{ij}^{n+1} \quad (4)$$

或写为以下求解序列形式

$$[I + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (M \tilde{A}_1^+)_{ij}] \delta_t U_{ij}^{n+\frac{1}{4}} = G_1 \quad (5)$$

$$[I + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (M \tilde{A}_1^-)_{ij}] \delta_t U_{ij}^{n+\frac{1}{2}} = G_2 \quad (6)$$

$$[I + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta \eta} (N \tilde{A}_2^-)_{ij}] \delta_t U_{ij}^{n+\frac{3}{4}} = G_3 \quad (7)$$

$$[I + \frac{\beta}{2} \frac{\Delta t}{\Delta \eta} (N \tilde{A}_2^+)_{ij}] \delta_t U_{ij}^{n+1} = G_4 \quad (8)$$

采用特殊系数矩阵分裂, 方程 (5) ~ 方程 (8) 的解可以显式形式表达出来⁽⁵⁾。方程式中的矩阵 \tilde{A}_i^\pm 和各表达式也已在文献 (5) 中列出。

四、算例及边界条件

数值模拟的流动模型如图 1 所示。矩形柱体位于两平行运动的无限长平板之间, 平板运动速度与来流速度相同, 矩形柱体横截面的宽高比为 0.6, 计算区域长度为柱体断面宽

度的11倍,宽度为柱体断面高度的4.2倍。柱体位于离计算区域入口边界2.7倍柱体断面高度的地方。实际计算时网格点数为 91×85 。

1. 边界条件及初始条件

计算区域入口处及上、下边界上均取来流条件;下游边界上利用外插条件确定;物体表面取无滑条件及绝热壁条件。 $t=0$ 时刻的初始条件在计算中采用两种方式:一为柱体后面下游部分(矩形尾流区)取 $u=0.3$;其余部分皆取均匀来流, $u=1$;在整个流场中其他参数取 $v=0, \rho=1, T=1$ (图3)。

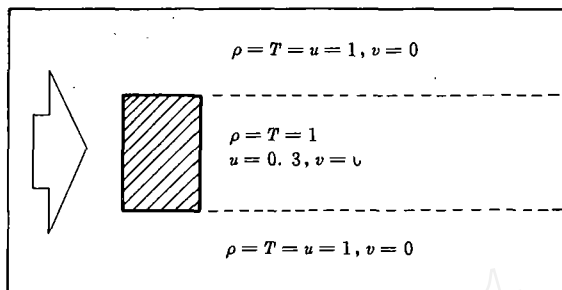


图3 初始值示意图

另一是将前一种初始条件的矩形尾流区改为三角形区域。两种初始值的计算结果十分相似,只是后者产生非对称涡的时间过程更长。下面只给出前一种初始值的计算结果。

2. 计算结果

为验证计算方法,首先对向前台阶绕流进行了计算,并给出了压力分布(图4)。其 Re 数是以台阶高度为特征长度计算的。可看出计算值与实验值符合较好。

图5给出 $Ma_\infty=0.3, Re=2 \times 10^4$ 时,矩形柱体绕流流场及其体后非对称涡形成的非定常过程。

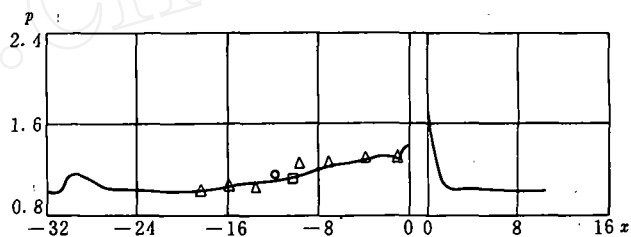


图4 物面压力分布($Ma_\infty=2.3, Re=7220$)

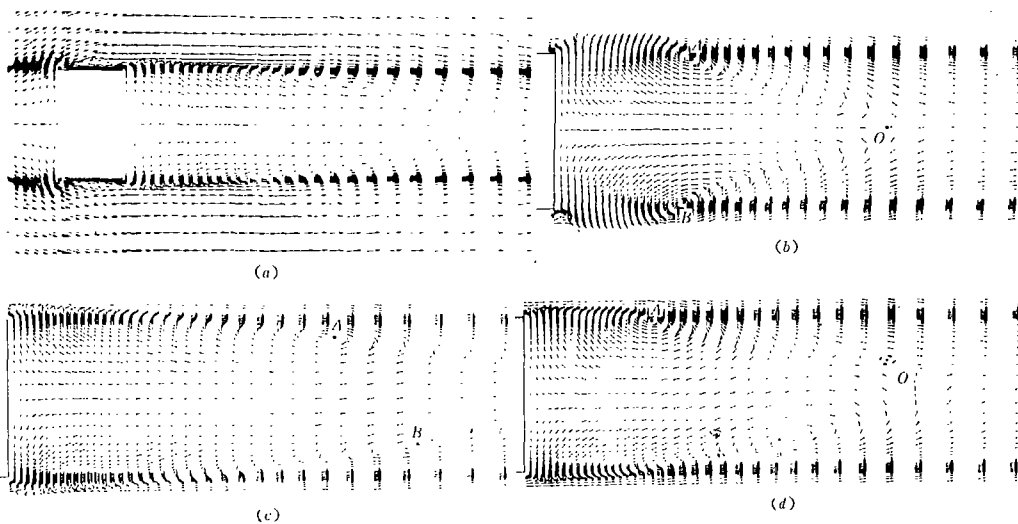


图5 流场速度向量分布(a) $t=46$, (b) $t=54$, (c) $t=104$, (d) $t=118$

在图中以A、B标出了涡心位置,以字母O标出了后驻点位置。计算中取矩形横截面高

度为特征长度。为更清楚地看到流场细节, 这里只给出不同时刻局部流场图。由于 $t=0$ 时给出的初始条件在柱体后存在有速度切向间断, 故在 $t=46$ (图 5 (a)) 时清楚地看到剪切面卷起, 使在柱体后形成一对称涡。另外, 物体上下表面附近各形成一分离涡, 其流动是对称的, 分离点位于柱截面的侧面 (上、下表面), 这与实验⁽⁵⁾中观察到的结果一致。在以后的时刻, 侧面分离涡的形状基本不变, 故下面只给出近尾迹流场计算结果。 $t=54$ (图 5 (b)) 时, 底部分离涡仍是对称的, 但在两个后角点附近产生了非对称流动, 在下角点附近开始形成新涡。 $t=104$ (图 5 (c)) 时非对称涡已形成, 其涡心位置逐渐移向下游。 $t=118$ (图 5 (d)) 时, 紧接底部的一对涡仍处于非对称位置, 但比上时刻更接近物体底部, 显然这是从物体角点附近刚脱出的涡。以后非对称涡交替产生, 形成 Karman 涡街。这些与实验结果⁽⁵⁾一致。

为给出压缩性对分离涡形成的影响, 图 6 给出了 $Ma_\infty=0.8$, $Re=10^4$, $t=121$ 条件下的局部流场计算结果。可以看到, 柱体后底部区域的涡仍是对称的。也就是说, 压缩性

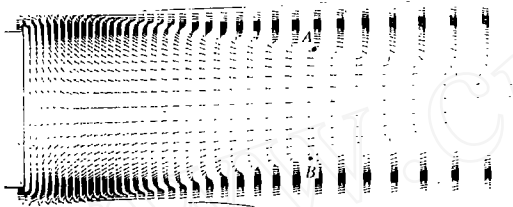


图6 速度向量分布 $Re=10^4$, $Ma_\infty=0.8$,
 $t=121$

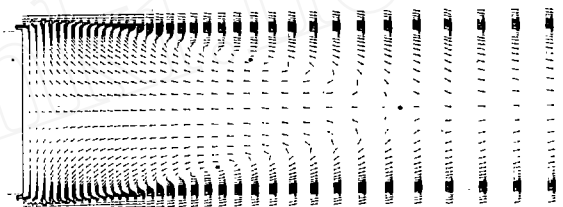


图7 速度向量分布 $t=84$, $Re=10^6$,
 $Ma_\infty=0.8$

使尾迹中的涡更趋于稳定。图 7 给出了 $Ma_\infty=0.8$, $Re=10^6$, $t=84$ 条件下的局部流场结果。这时非对称涡已形成, 随来流 Mach 数增加, 形成非对称涡的临界 Re 数加大。该结论与 Nanmann 在 Mach 数 $0.35 < Ma_\infty < 0.75$ 范围内对圆柱体所作的尾流实验结果⁽⁵⁾是一致的。它反映了压缩性与剪切层干扰对涡形成影响。

参 考 文 献

1. Ma Yanwen, Fu Dexun. A Simple and Efficient Implicit Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations. Proceedings of the 10th International Conference on Numerical Methods in fluid Dynamics, Beijing, 1986
2. Ma Yanwen, Fu Dexun. Numerical Solution of Compressible Flow with Compact Scheme. AIAA paper 87-1123, 1987
3. 马延文, 傅德薰. 近尾迹流动的数值模拟. 计算物理, 1987; 4: (3) 237~244
4. Fu Dexun, Ma Yanewen. A New Modified Semi-Explicit Difference Scheme in Aerodynamics. Proceedings of the 9th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Paris, 1984
5. Bearman P W, Trueman D M. An Investigation of the Flow around Rectangular Cylinder. The Aeronautical Quarterly, 1972; 23:(3) 229~237