

酚醛玻璃钢动态本构关系的实验研究

尚嘉兰 白以龙 沈乐天 李天佑 蔡小焯

(中国科学院力学研究所)

摘要 本文叙述了在轻气炮上作高速撞击实验,使用碳膜压阻传感器,一次记录多个应力历史波形,用Lagrange分析和路径线方法,求材料动态本构关系的方法。给出了应力在2 GPa、应变率 $4 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ 以下酚醛玻璃钢的数值形式本构关系。探讨了强应力脉冲在酚醛玻璃钢中传播衰减的物理原因。

关键词 路径线 Lagrange分析 一维应变 本构关系

一、前言

材料的动态本构关系是结构材料受到冲击载荷作用时,其力学特性的基本表征。在抗冲击结构设计的理论计算中,动态本构关系是必需的材料参数。深入讨论强应力脉冲在材料中传播和衰减的物理机制,更准确地认识防护结构材料的性能,在工程应用和材料科学中都有重大的意义。

二十世纪七十年代,在讨论应力和质点速度信号传播速度的基础上,Fowles^[1,2]、Williams和Cowpesthwaite^[3,4]提出了所谓Lagrange分析。接着,Grady^[5]和Seaman^[6-7]提出了所谓路径线的概念,使Lagrange分析方法有可能用于非线性波动问题。这就给根据实测波形直接构作材料的动态本构关系提供了一个可行的途径。

最近几年,国内发表了运用Lagrange分析方法的研究报导,例如研究非均质凝聚炸药冲击波起爆的动力学过程^[8,9],有机玻璃的动态本构关系^[10,11],取得了一定的进展。七十年代以来,我们建立了可作一维应变高速碰撞实验的轻气炮^[1,2]。接着试制成功了埋入式碳膜压阻传感器^{[13][15]},并建立了一次实验记录多个波形的整套技术和对一次实验所得到的多个记录波形进行Lagrange分析的计算机处理软件^[14]。从而使我们有可能会用实验分析方法对国产结构材料直接构作动态本构关系。

本文在第二节中介绍我们对酚醛玻璃钢进行一维应变碰撞实验,并在一次实验中同时记录四个应力波形的方法和所得到的部分实验记录。第三节介绍对一次实验记录的应力历史图形进行Lagrange分析的原理。第四节报告我们的计算步骤、检验计算精度的方法。第五节给出计算得到的一些酚醛玻璃钢的数值本构关系。第六节提出分析研究数值本构关系得到的酚醛玻璃钢动态本构关系的一些主要物理特征和性质。第七节为总结。

二、实验

实验材料是玻璃纤维增强酚醛树脂复合材料(GFRP),即酚醛玻璃钢。材料的密度 ρ 为 1640 kg/m^3 ,声速为 3.14 km/s ,玻璃钢中含玻璃纤维布层数为5层/mm。

1989年3月29日收到原稿,8月22日收到修改稿。

平板对称碰撞实验在101mm口径的轻气炮上进行。撞击产生的应力波沿垂直于纤维铺层方向传播。实验装置如图1。飞板和靶板用环氧树脂分别粘接于弹托和靶环上。靶板和靶环的组合体为靶试件,安装在炮口处的靶架上。靶板和飞板的撞击倾斜角控制在 $\leq 10^{-3}$ 弧度。飞板厚约4mm。靶板由五层GFRP材料组成,每两层之间预埋一个碳膜压阻传感器,靶板直径70mm,(见图2)。靶板中预埋的碳膜压阻传感器规格为 $2 \times 2 \times 0.02$ mm,其初始阻值为50—100 Ω 。靶试件的层间粘结层厚度 $\delta \leq 0.2$ mm。碳膜传感器标定曲线为^[14]

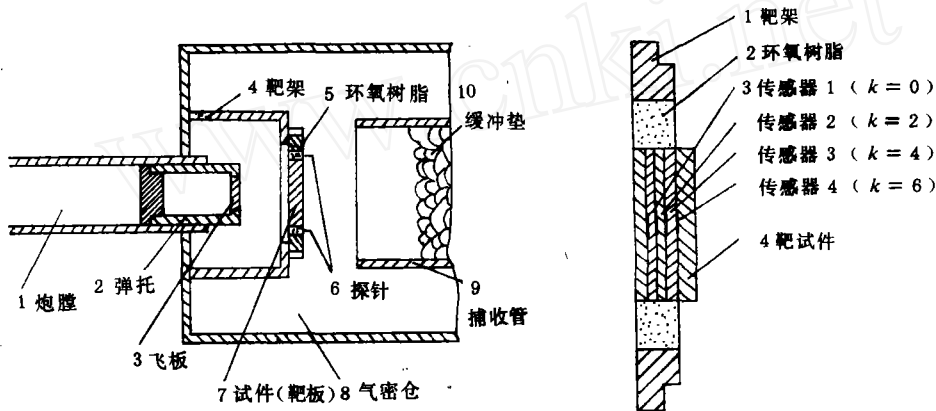


图1 平板对称碰撞实验装置

Fig.1 Scheme of planar plate impact experiment

- | | | |
|------------------|-------------------|------------|
| 1. Barrel | 2. Sabot | 3. Flyer |
| 4. Target holder | 5. Epoxy | 6. Pins |
| 7. Specimen | 8. Sealed chamber | 9. Catcher |
| | 10. Buffer | |

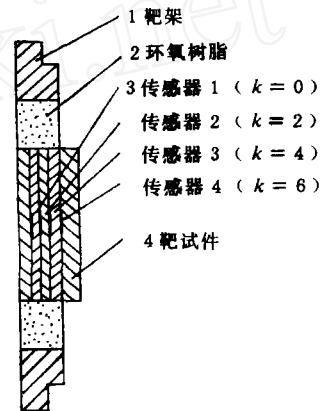


图2 传感器在靶板中的布置

Fig.2 The arrangement of gauges embedded in target

- | | |
|------------------|-----------|
| 1. Target holder | 2. Epoxy |
| 3. Transducers | 4. Target |

$$\sigma = \sum_{i=0}^4 a_i (\Delta R / R_0)^i \quad (1)$$

$a_0 = 5.97 \times 10^{-3}$, $a_1 = 0.3128$, $a_2 = 5.8207$, $a_3 = -16.9362$, $a_4 = 21.3160$ 。(1)式为传感器所受压力 σ (GPa)与其电阻相对变化 $\Delta R/R_0$ 的关系。其中系数单位为GPa。

实验使用两台双通道瞬态讯号变换记录仪,以数字量记录波形,用XR-3C型磁带机将波形存于磁带中。

撞击速度范围有三类:170~185 m/s, 290~310 m/s, 480~530 m/s,以期得到三个压力区间和应变率区间的力学参量。测压探头之间的靶板厚度分为三类:3.18~3.86 mm, 5.06~5.48 mm, 5.52~6.14 mm。实验情况见表1,典型的实验记录波形见图3,图中 v 为各次实验的撞击速度。

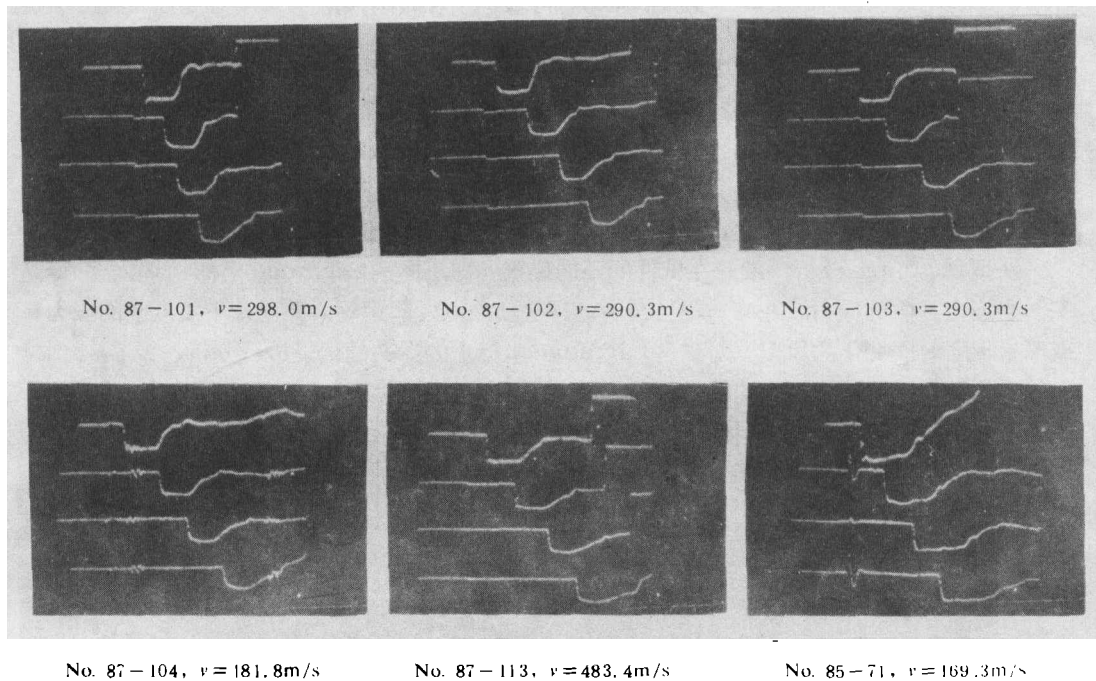


图3 酚醛玻璃钢本构关系实验应力历史波形照片

Fig.3 Photos of stress profiles in experiments for constitutive relation of GFRP

表1 酚醛玻璃钢动态本构关系实验情况一览表

Table 1. Experiments for dynamic constitutive relation of GFRP

实验号 No.	85-71	87-101	87-102	87-103	87-104	87-113	
实验日期	1985.11.1.	1987.9.24.	1987.9.24.	1987.9.25.	1987.10.4	1987.11.5	
撞击速度 $v/(m/s)$	169.3	298.0	290.3	290.3	181.8	483.4	
飞板厚 $\delta_f/(mm)$	3.99	3.62	3.54	3.60	3.74	3.95	
靶板厚度 (mm)	Δ_1	3.81	3.14	2.90	3.08	2.94	2.76
	Δ_2	5.48	3.74	5.48	5.52	5.92	6.14
	Δ_3	5.52	3.86	5.06	5.66	5.78	5.78
	Δ_4	5.29	3.74	5.46	5.88	5.66	5.80
	Δ_5	11.98	5.52	5.60	6.20	5.72	6.10
应力峰值 (MPa)	σ_{1m}	357.6	730.9	669.2	549.3	463.1	2141
	σ_{2m}	269.5	636.1	599.6	538.7	466.7	2044
	σ_{3m}	206.9	621.9	576.7	536.3	458.8	1966
	σ_{4m}	212.4	623.1	508.5	538.4	460.1	1905

三、实验记录的Lagrange分析

确定材料本构关系的传统做法是半经验半理论方法,即事先提出理论模型,给定一个本构关系方程,再由实验确定待定参数。可是,要事先选定该复合材料在冲击载荷作用下的动态本构关系方程有很大的盲目性。我们采用Lagrange分析和路径线方法,从实验结果出发,建立各力学量和变形量之间的数值本构关系,是一种比较客观和切实可行的方法。这也是力学上解逆问题的一种可行方法,并能更真实地揭示材料特性的物理本质。

所谓Lagrange分析,就是在试件的不同位置(即不同的Lagrange坐标)埋入多个探头。当撞击产生的应力波在介质中传播时,探头随质点一起运动,并记录下质点上的应力 σ 或速度 u 随时间变化的历史。对这些Lagrange坐标上的探头的记录进行分析,从而得到材料的本构关系。这种分析方法就是Lagrange分析方法。

在一维应变条件下,材料介质的运动满足下列方程
连续方程

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_h - \left(\frac{\partial u}{\partial h} \right)_t = 0 \quad (2)$$

运动方程

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_h + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial h} \right)_t = 0 \quad (3)$$

其中 ρ_0 为材料的初始密度,比容 $v=1/\rho$,质点速度为 u , σ 为压应力。方程中各力学量 $X(h,t)$ 均为Lagrange坐标 h 和时间 t 的函数。

为在一个质点上确定各力学量的历史,积分方程(2)和(3)得

$$u_2 = u_1 - \frac{1}{\rho_0} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial h} \right)_t dt \quad (4)$$

$$v_2 = v_1 + \frac{1}{\rho_0} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial u}{\partial h} \right)_t dt \quad (5)$$

任何一个二元函数 $X(h,t)$ 的梯度都可以表示为方程(6)的形式

$$\left(\frac{\partial X}{\partial h} \right)_t = \frac{dX}{dh} - \left(\frac{\partial X}{\partial t} \right)_h \frac{dt}{dh} \quad (6)$$

其中偏导数 $(\partial X/\partial t)_h$ 可沿实验记录线求得,再求得 $X(h,t)$ 的全微商 dX/dh 和方向导数 dt/dh ,这样,某一时刻 t ,二元函数 $X(h,t)$ 的梯度 $(\partial X/\partial h)_t$ 即可由(6)式求得。

图4中把不同 h 的实验记录线上的相应点连成一条空间曲线,如图上第 j 条,称之为路径线。全微商 dX/dh 沿路径线求得, dt/dh 就是路径线的方向导数。选定适当的路径线,便可由实验记录线求得函数梯度 $(\partial X/\partial h)_t$,这样便可积分方程(4)和(5),从而得到材料在波动过程中的各力学量,其中包括应力、应变、应变率等的关系。

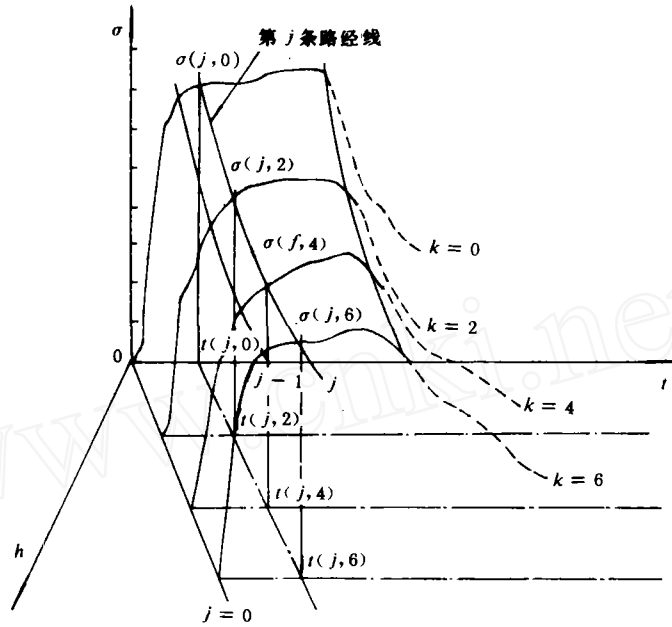


图4 Lagrange 探头记录线和路径线

Fig.4 Schematic diagram of stress profiles and path lines

1. j^{th} path line

四、实验记录的分析计算

计算分析的主要步骤为：

1. 把传感器记录线划分为若干 (J) 个离散的时间间隔，在某一个间隔点 (序号 j)，每个传感器 (序号 k) 上，有应力波的相应部分 $\sigma(j, k)$ 通过 (参见图 4)。
2. 沿路径线和记录线，对应力 $\sigma(j, k)$ 和时间 $t(j, k)$ 进行拟合。
3. 对拟合函数求导，计算 $d\sigma/dh$ ， $(\partial\sigma/\partial t)_k$ 和 dt/dh 。
4. 计算积分 (4) 和 (5) 式。

为检验计算精度，给定一个线性加卸载模型，如图 5 所示。假设当这种材料受到一个波长为 T ，峰值为 σ_0 的等腰三角形波作用时，得到解析解为

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\partial\sigma_0}{T} \left(t - \frac{h}{c_0} \right) & \text{加载} \\ \sigma = \frac{\partial\sigma_0}{T} \left(T - t + \frac{h}{c_1} \right) & \text{卸载} \end{cases} \quad (7)$$

介质中传播的波形如图 6 所示。

将这组波作为 Lagrange 分析的输入波形，其中第一个波的峰值压力 $\sigma_0 = 0.7 \text{ GPa}$ ，波长 $T = 3.5 \mu\text{s}$ ，加载波速 $c_0 = 3.000 \text{ km/s}$ 。卸载波速 $c_1 = 4.243 \text{ km/s}$ 。分析计算的结果由图 7 给出。

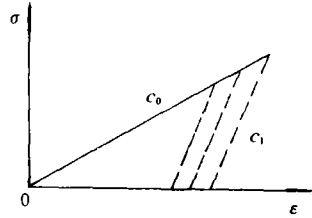


图5 假设的线性加卸载模型

Fig.5 Assumed linear loading and unloading model

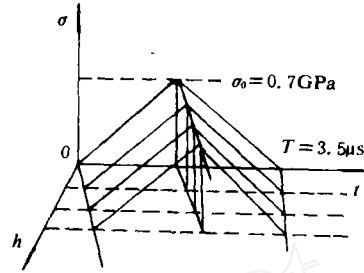


图6 三角形波在线性加卸载材料中的传播

Fig.6 Propagation of triangular wave in linear loading and unloading material

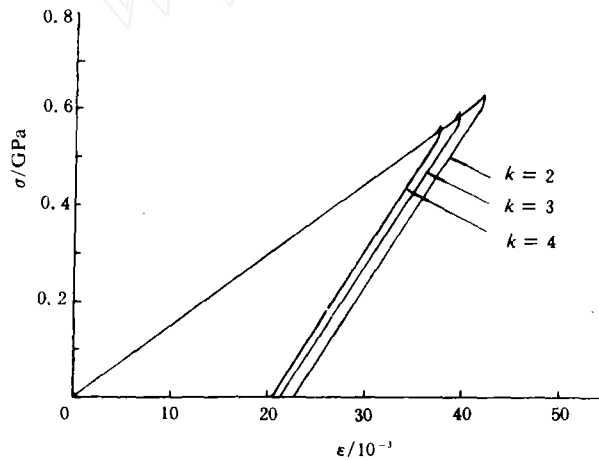


图7 对线性加卸载模型解析解作Lagrange分析得到的应力-应变关系

Fig.7 The stress-strain relation obtained from the analytic solution with linear loading and unloading model by Lagrangian analysis

图7所示的应力-应变关系与原假设十分相似。除波峰附近外，加载和卸载线性均较好。由计算所得的应力-应变关系计算加载波速为 $c_0 = 3.005 \text{ km/s}$ ，卸载波速为 $c_1 = 4.411 \text{ km/s}$ ，与原假设波速比较误差分别为0.17%和3.85%。分析计算引起的波速误差小于4%，表明计算所得的结果是可信的。

五、酚醛玻璃钢的数值本构关系

根据前述分析方法和计算方法，我们建立了从实验记录、传输到计算分析的一套软件。将所得波形数据在IBM-PC-AT微型计算机上进行Lagrange分析，得到材料的数值形式本构关系。

图8给出不同撞击速度六次实验的应力历史波形。

图9给出了对这些应力波形作Lagrange分析所得到的不同应力水平的酚醛玻璃钢的应力-应变关系。其中 $k=2$ 和 $k=4$ 是在第二和第三个探头所在位置， $k=3$ 为前两个位置之间

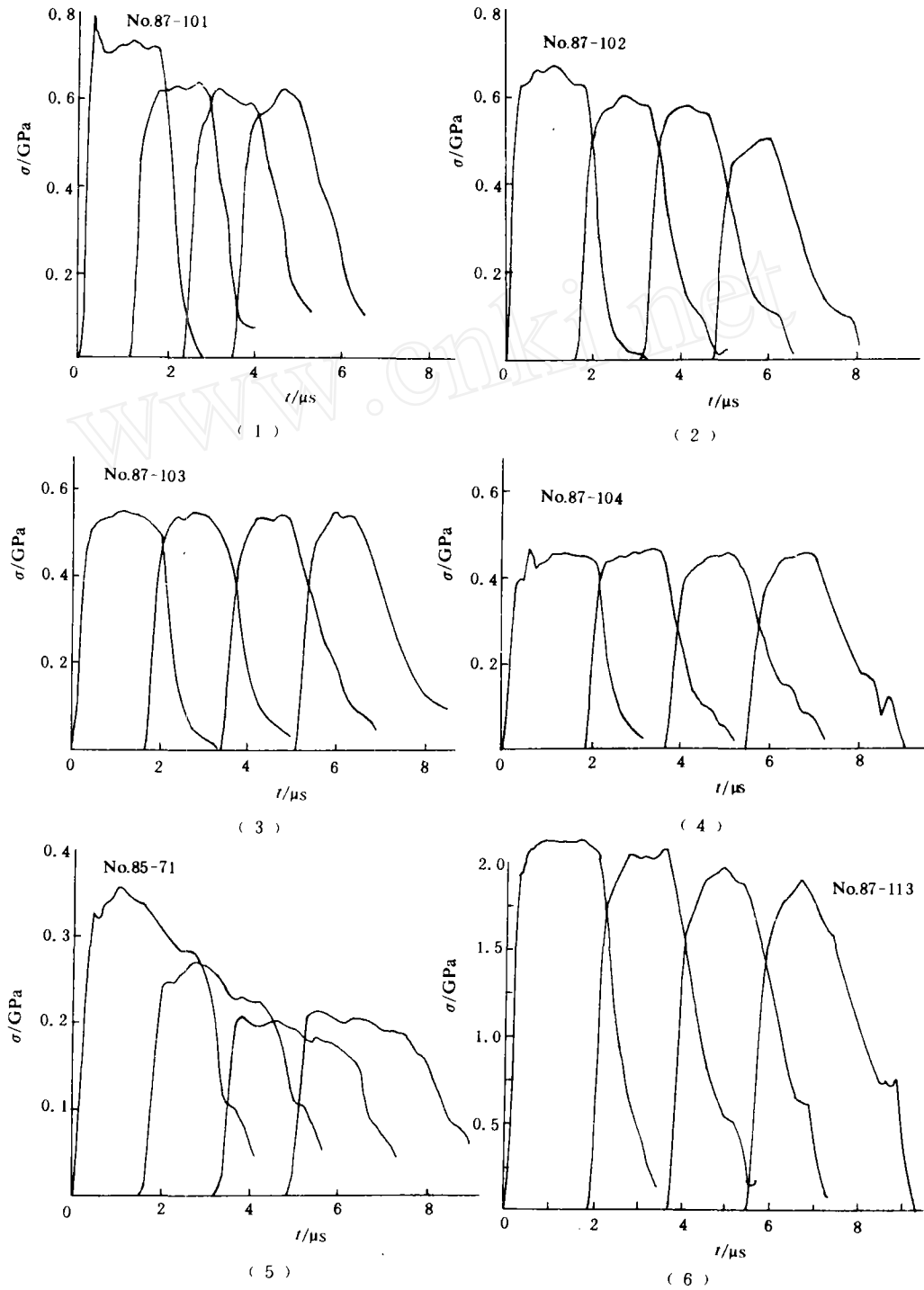


图8 六次实验的应力历史波形

Fig.8 Stress profiles of six experiments

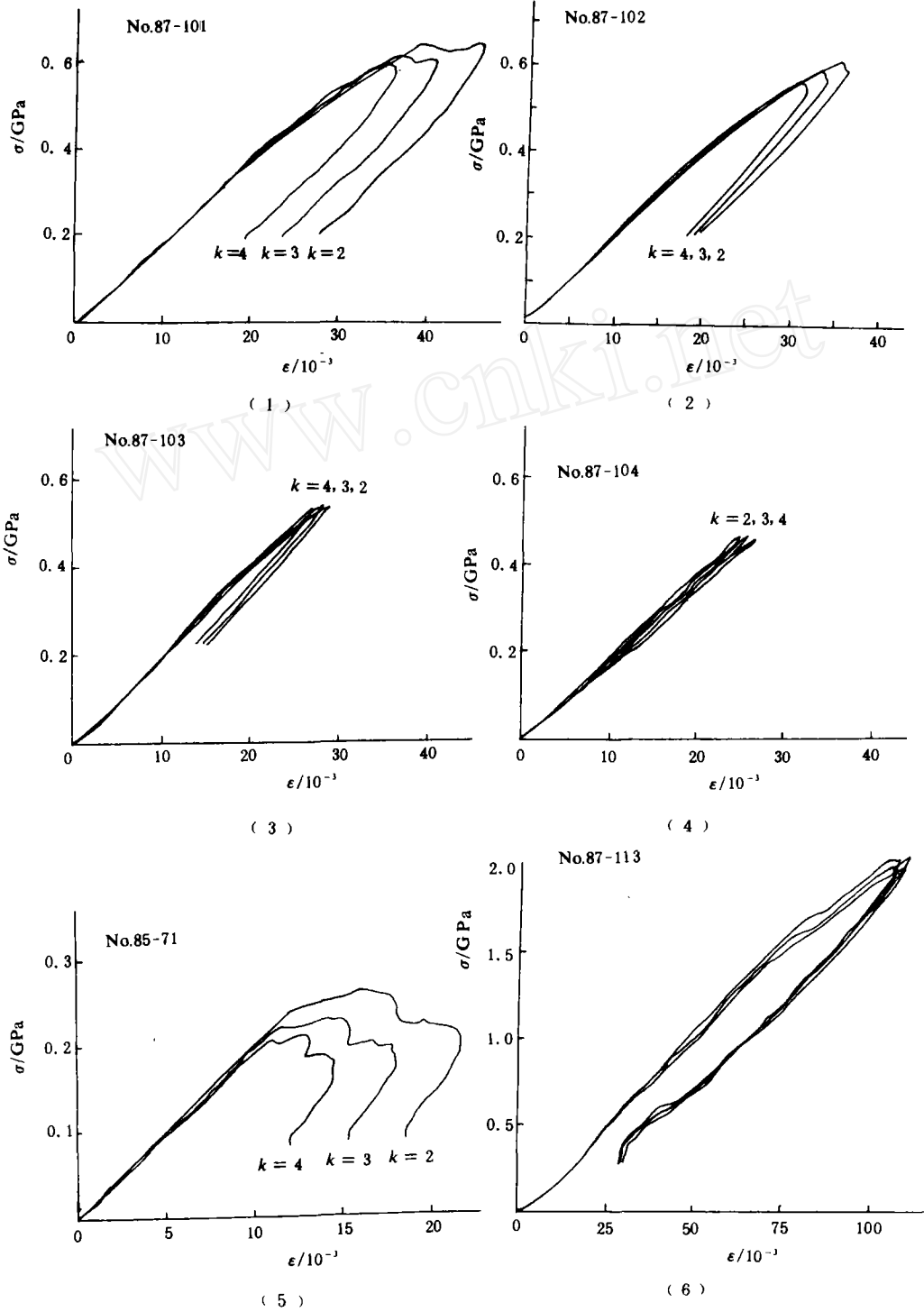


图9 酚醛玻璃钢的应力应变关系
Fig.9 Stress-strain relations of GFRP

中点处。

图10是 No.87-102 实验 $K=2、3、4$ 三个位置上，压应力 σ 、应力梯度 $(\partial\sigma/\partial h)_t$ 和应变率 $\dot{\epsilon}=(\partial u/\partial h)_t$ 三者与体应变 $\epsilon=1-\nu/\nu_0$ 的关系。

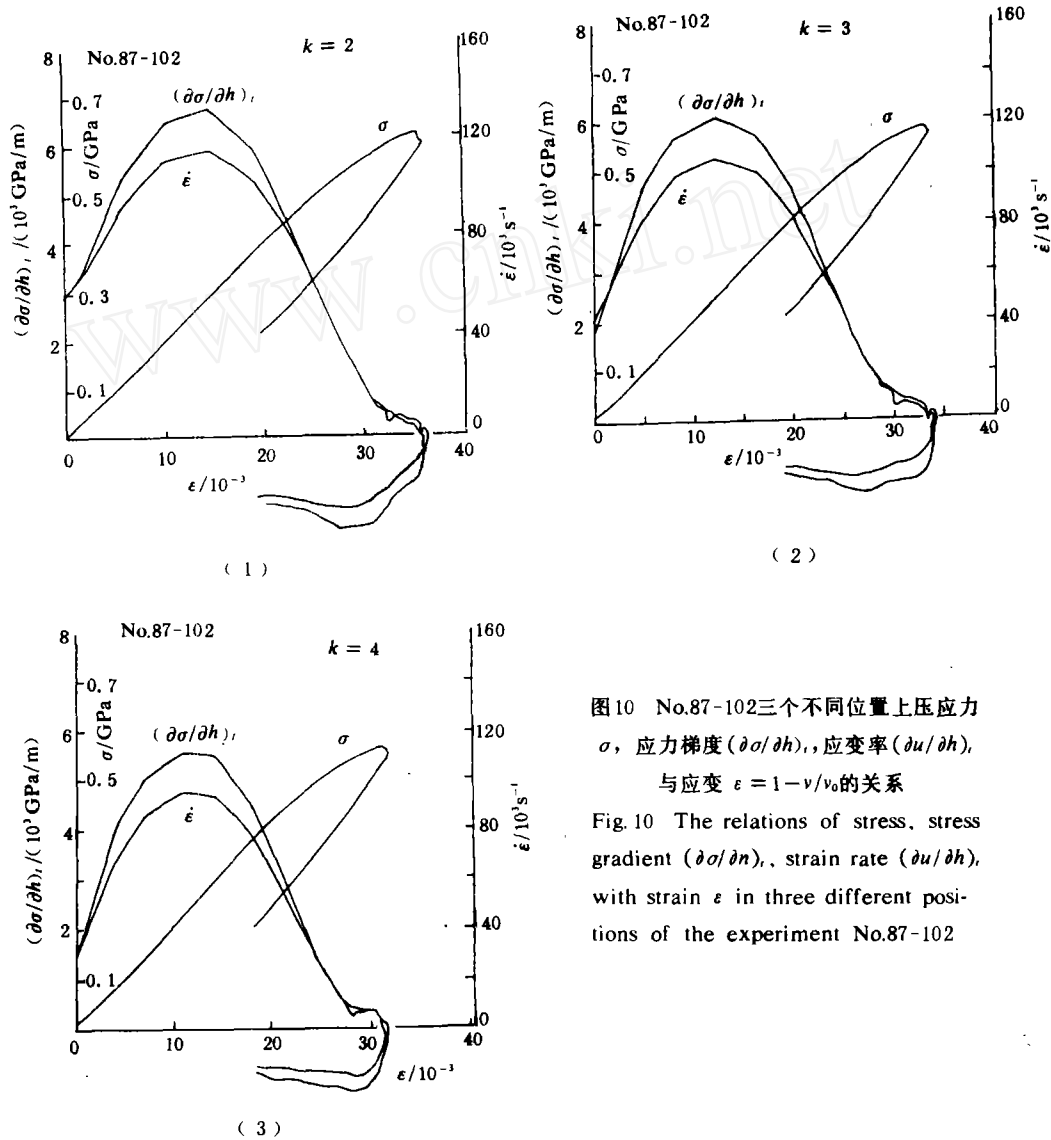


图10 No.87-102三个不同位置上压应力 σ ，应力梯度 $(\partial\sigma/\partial h)_t$ ，应变率 $(\partial u/\partial h)_t$ 与应变 $\epsilon=1-\nu/\nu_0$ 的关系

Fig.10 The relations of stress, stress gradient $(\partial\sigma/\partial h)_t$, strain rate $(\partial u/\partial h)_t$, with strain ϵ in three different positions of the experiment No.87-102

六、酚醛玻璃钢动态本构关系的主要物理特征

考察用 Lagrange 分析计算方法处理实验记录得到的酚醛玻璃钢数值本构关系，我们认为酚醛玻璃钢的数值本构关系具有在工程设计及其数值模拟计算上值得注意的一些特征和性质。

1. 波速测量和应力—应变曲线斜率的对照关系

根据波形测量，可直接得到波形前沿的传播速度。这些波速与材料的声波测量相校核，

从而判定实验波形走时记录的可靠性。表2给出了六次实验波形前沿的传播速度。与声速 $c_0 = 3.14 \text{ km/s}$ 比较,可以看到,各测点之间波传播速度均略高于声速,可见波形走时测量是可靠的。表中 c_{12} 、 c_{23} 、 c_{34} 分别表示第1、2、3、4个探头每两个之间的走时波速。

图9给出的应力-应变曲线,其斜率标志着波的传播速度, $d\sigma/d\varepsilon = \rho_0 c^2$ 。这样计算出各Lagrange坐标处波的传播速度列列表3中。将这些波速与走时波速相比较十分接近,这就验证了计算得到的本构关系的可靠性。

表2 由应力波走时计算的波传播速度

Table 2. Wave velocity obtained from traveling time of stress waves

实验号 No.		85-71	87-104	87-103	87-102	87-101	87-113
波速 (km/s)	c_{12}	3.64	3.34	3.48	3.44	3.49	3.62
	c_{23}	3.45	3.32	3.47	3.48	3.38	3.56
	c_{34}	3.27	3.30	3.45	3.51	3.26	3.50

表3 由应力-应变曲线计算的波传播速度

Table 3. Wave velocity calculated from stress-strain curves

实验号 No.		85-71	87-104	87-103	87-102	87-101	87-113
波速 (km/s)	$k=2$	3.51	3.37	3.54	3.59	3.45	3.65
	$k=3$	3.46	3.33	3.57	3.51	3.44	3.61
	$k=4$	3.44	3.30	3.61	3.44	3.43	3.59

2. 滞回型的压应力和体积压缩率关系

图9中给出的应力-应变关系,大多数都带有明显的滞回效应。卸载时体应变 $\varepsilon = 1 - v/v_0$ 不能完全恢复,卸载到某一压应力时,其体应变较加载到同一压应力时为大。应力-应变曲线加载部分呈上凸状,随着压力的升高,曲线斜率由大逐渐变小。例如No.87-101,曲线加载部分大约可分为四部份,其波速依次为3.52、3.24、3.06和2.52 km/s。到波峰附近,波速与初始部份波速偏差达28.3%。卸载部份曲线略呈上凹状,随着压应力下降,曲线斜率逐渐变小。将其看作三部份,波速顺序为4.22, 3.89和3.60 km/s。在我们的实验分析范围内,卸载波速始终比加载波速高,其它各次实验也有类似结果。

由于在加载压应力接近峰值时,应力-应变曲线斜率大为下降,这时,较小的应力增量就会引起较大的应变增量。卸载时曲线斜率又较大,卸载到应力较低时,曲线斜率才接近加载斜率。这样,应力-应变曲线就呈现滞回型。

可见,酚醛玻璃钢受冲击载荷作用时产生的体应变,包括可恢复的和不可恢复的两部份。体积压缩中有不可恢复的塑性体应变。

3. 应变率效应

由图10可以看到,当应力上升到接近峰值处,应变率 $\dot{\varepsilon} = (d\varepsilon/dt)$,没有回到零,而是维持在 $5 \sim 8 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ 范围内波动。这就使得应力变化虽然不大,但应变仍有不小的增加,使应力应变曲线弯曲,在应变率为零处,应变达到最大值。

图11给出六次实验的应力-应变曲线。比较六次实验的历程可以看到, 应力峰值随该点历史上应变率水平的高低而不同。历史上应变率水平高, 应力峰值就高。

各次实验的应力-应变曲线初始段均有较好的线性, 当应力升高到某个应力值 σ_s 之后, 应力-应变曲线明显偏离线性段而发生弯曲, σ_s 相当于屈服应力。将 σ_s 与该点的应变率 $\dot{\epsilon}$ 列于表5。从表4中可以看到, σ_s 随应变率的增加而增加。当应变率由 10^4 s^{-1} 变到 10^5 s^{-1} 时, σ_s 由162 MPa变到1540 MPa。

总之, 应变率的变化历程, 使应力-应变曲线呈现滞回; 应变率峰值决定着应力峰值的水平; 偏离线性点应力 σ_s 也与该点应变率的水平相关。这些现象表明, 这种材料具有明显的不可忽视的应变率效应。

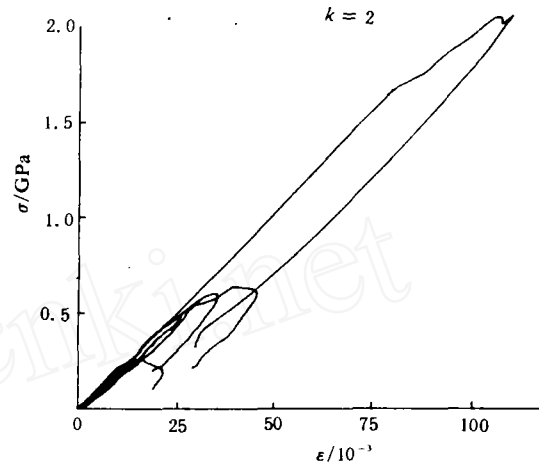


图11 不同应变率水平的六次实验的应力-应变关系

Fig.11 The stress-strain relations of six experiments under different strain rate

表4 偏离线性开始点的应力 σ_s (MPa)与应变率 $\dot{\epsilon}$ (10^4 s^{-1})
Table 4 Stresses σ_s (MPa) and strain rates $\dot{\epsilon}$ (10^4 s^{-1}) at initial points deviating from linearity

实验号 No.		85-71	87-104	87-103	87-102	87-101	87-113
$k=2$	σ_s	192	364	350	446	409	1540
	$\dot{\epsilon}$	29.8	48.0	81.8	80.6	116.8	271.8
$k=3$	σ_s	176	349	343	405	352	1496
	$\dot{\epsilon}$	27.2	49.2	75.0	82.2	101.9	236.7
$k=4$	σ_s	162	330	341	371	326	1289
	$\dot{\epsilon}$	25.9	51.6	70.3	78.9	93.6	299.6

七、小 结

综上所述, 可以认为,

1. 为理解冲击引起的强应力波在材料中的传播和衰减的机理, 以及进而作防护结构的设计和数值计算, 根据实验室一维应变平面波传播的记录, 直接建立结构材料的本构关系, 不仅是必要的, 也是实际可能的。

2. 我们为从波传播实验记录直接建立材料的本构关系而发展起来的实验技术是有效的、

可靠的。这些技术包括：可以记录加载和卸载的碳膜压阻传感器和它的标定曲线；在轻气炮上用AD变换器直接记录一次实验的四个波形的瞬态测量记录方法；多道记录数据的存贮和传输方法等。

3. 实验结果证明，采用Lagrange方法从多道记录推算出材料的本构关系，是成功的技术路线。我们为此而发展的一套软件程序是有效的和可靠的。其可靠性不仅由模拟本构关系和用本软件程序按其解析波动解推算出的数值本构关系的一致所证实，而且也由酚醛玻璃钢的波速直接测量与计算出的应力-应变斜率的一致性所证实。

4. 实验得到的酚醛玻璃钢的本构关系有极其强烈的应变率效应。一般材料（如金属）的应变率效应在应变率发生量级差别时才有显著表现。但酚醛玻璃钢在一个量级（ $10^4 \sim 10^5 \text{ s}^{-1}$ ）应变率区间内，就显示了相当大的应变率效应。尤其是偏离线性点应力 σ ，的应变率效应是不可忽视的。因此在实用和计算中，忽视此效应会导致较大的误差。

5. 实验得到的酚醛玻璃钢的本构关系呈明显的滞回特性。滞回造成了能量耗散，从而控制了应力波的衰减，因此是冲击加载强应力波数值模拟计算必须要计入的因素。滞回由两部份组成，一是卸载曲线的斜率比加载曲线斜率大，二是由于高应力加载时，有增大的不可恢复的变形发生。上述酚醛玻璃钢本构关系的两个主要特性——应变率效应和滞回效应必须结合起来考虑。

根据本实验结果，进一步深入探寻酚醛玻璃钢本构关系的物理本质，把控制波衰减的因素用尽可能简明的形式表达出来，为抗强冲击加固材料的选择和设计从理论上给出方向，这是我们今后努力方向。有关酚醛玻璃钢本构关系方程的工作不久将另文发表。

赵士达教授和力学所轻气炮实验室的陈淑霞工程师以及高级工程师徐素珍等参加了工作，谨表深切谢意。

参 考 文 献

- [1] Fowles, G. R., Williams, R. F., *J. A. P.*, 41 (1) (1970), 360.
- [2] Fowles, G. R., *Metallurgical Effects at High Strain Rates*, Edited by R. W. Rohde *et al.*, (1973), 15.
- [3] Cowperthwaite, M., *Proc. of 14th Symp. on Combustion, USA.* (1973), 1259.
- [4] Cowperthwaite, M., Williams, R. F., *J. A. P.*, 42 (1) (1971), 456.
- [5] Grady, D. E., *J. G. R.*, 78 (8) (1973), 1299.
- [6] Seaman, L., *J. A. P.*, 45 (10) (1974), 4303.
- [7] Seaman, L., The Lecture on "Lagrangian Analysis" in Beijing Industry College. 私人通讯, (1984).
- [8] 浣石, 薛鸿陆, *爆炸与冲击*, 5 (3) (1985), 20.
- [9] Huan Shi, Xue Honglu, Ding Jing, *Proc. of ISIDL, Science Press, Beijing.* (1986), 144.
- [10] 李孝兰, *爆炸与冲击*, 5 (4) (1985), 45.
- [11] Li Xiaolan, *Proc. of ISIDL, Science Press Beijing.* (1986), 714.
- [12] 赵士达, 沈乐天, 赵双录, *兵工学报*, (4) (1985), 49.
- [13] 赵双录, 李天佑, 第二届全国爆炸力学学术会议文集 (二), 私人通讯, (1981).
- [14] Shang Jialan, Bai Yilong, Shen Letian, Li Tianyou, *Proc. of ISIDL, Science Press, Beijing.* (1986), 747.
- [15] 尚嘉兰, 蔡小焯, 顾惠成, 李凤英, 碳膜压阻传感器的静压加卸载标定, 私人通讯, (1988).

EXPERIMENTAL STUDIES OF DYNAMICAL CONSTITUTIVE RELATION OF GLASS FIBER REINFORCED PHENOLIC RESIN

Shang Jialan, Bai Yilong, Shen Letian, Li Tianyou, Cai Xiaoye

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

ABSTRACT The construction of dynamical constitutive relation by making use of Lagrangian analysis and path line method was reported in this paper. High speed impact experiments were carried out with a light gas gun. Carbon piezoresistance gauges were embedded in the specimen and four stress profiles were recorded in one shot. Constitutive relation of glass fiber reinforced phenolic resin-GFRP is given in numerical form with stress less than 2GPa and the strain rate lower than $4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$. The characteristics of propagation and attenuation of intensive stress impulse in this material were also discussed.

KEY WORDS pathline, lagrangian analysis, uniaxial strain, constitutive relation.