

瓦斯涌出的灰色预测初探

中国科学院力学研究所 王 轩

煤科总院重庆分院 王克全

摘 要

本文运用灰色系统(Gray System)理论,讨论了瓦斯涌出的灰色预测问题,并应用GM模型对阳泉一矿的瓦斯涌出实测资料进行了分析讨论,其结果表明用灰色系统理论作瓦斯涌出的近期预测有实用价值。

瓦斯涌出是一个随地质条件、煤的赋存状态、开采工艺、时间等因素波动的物理量。在一个相对时期内,瓦斯涌出量主要随时间而变化。矿井通风报表记录了回采工作面及整个矿井过去一段时间的瓦斯涌出资料。根据这些资料,利用灰色预测理论,可对工作面或矿井的近期瓦斯涌出量作出精确预测。无疑这对矿井瓦斯管理有着重要的指导意义。

一、灰色系统的基本概念^[1,2]

自然界是物质的世界,同时也是信息的世界。在某个系统(或物理过程、物理现象)中,既有大量的已知信息,也包含着为数众多的未知的、不确知(但可以通过处理、逐步认识)的信息。我们称已知的信息是白色的,未知的或非确知的信息为黑色的。这种既包含有已知信息又含有未知信息的系统,称为灰色系统。

瓦斯涌出预测就是在对已有的瓦斯涌出资料(即白色信息)分析的基础上,对未来的涌出量(即黑色信息)作出预测,因而是一个典型的灰色系统。

灰色模型的建立是以灰色模块的概念为基础的。模块就是经过一定方式处理后的时间序列,这种处理既为建立模型提供中间信息,也使原有随机序列的随机性弱化。

瓦斯涌出的时间序列如图1所示。

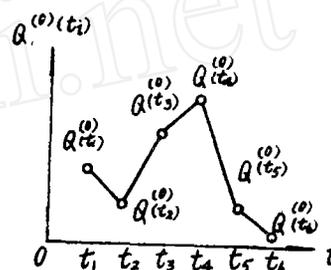


图1 瓦斯涌出的时间序列

$$\{Q^{(0)}(t_i)\} = \{Q^{(0)}(t_1), Q^{(0)}(t_2), Q^{(0)}(t_3), Q^{(0)}(t_4), \dots\}$$

涌出量是随机的,而且不一定平稳。若作数据累加,令

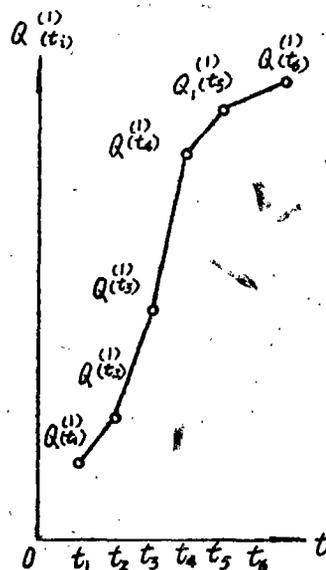


图2 新时间序列

$$Q^{(1)}(t_i) = \sum_{k=1}^i Q^{(0)}(t_k)$$

则得到一个新的时间序列(如图2所示)。

$$\begin{aligned} & \{Q^{(1)}(t_i)\} = \\ & \{Q^{(1)}(t_1), Q^{(1)}(t_2), Q^{(1)}(t_3), Q^{(1)}(t_4), \dots\} \\ & = \{Q^{(0)}(t_1), \sum_{k=1}^2 Q^{(0)}(t_k), \sum_{k=1}^3 Q^{(0)}(t_k), \\ & \sum_{k=1}^4 Q^{(0)}(t_k), \dots\} \end{aligned}$$

从图1及图2可以明显看出,图1的曲线(折线)有明显的摆动,而图2的曲线则无摆动,图1有明显的随机性,图2的随机性被弱化。

我们还可以作*m*次累加,即令

$$Q^{(m)}(t_i) = \sum_{k=1}^i Q^{(m-1)}(t_k)$$

显而易见,对于非负数据,累加次数越多,随机性被弱化越多,当累加次数足够大时,可认为时间序列已由随机性的变为非随机性的了。

建立模型时,还需累减的中间信息。令

$$\theta^{(0)}(q, i) = Q^{(m)}(t_i), m \in \{1, 2, \dots\}$$

$$\begin{aligned} \theta^{(1)}(q, i) &= \theta^{(0)}(q, i) - \theta^{(0)}(q, i-1) \\ &= Q^{(m-1)}(t_i) \end{aligned}$$

多次累差有:

$$\theta^{(3)}(q, i) = \theta^{(2)}(q, i) - \theta^{(2)}(q, i-1)$$

$$\theta^{(4)}(q, i) = \theta^{(3)}(q, i) - \theta^{(3)}(q, i-1)$$

$$\vdots$$

$$\theta^{(j)}(q, i) = \theta^{(j-1)}(q, i) - \theta^{(j-1)}(q, i-1)$$

相应的累差数据列:

$$\{\theta^{(j)}(q, i)\} = \{\theta^{(j)}(q, 1), \theta^{(j)}(q, 2), \dots, \theta^{(j)}(q, N), \dots\}$$

当 $t_i - t_{i-1} = \tau = \text{const}$ 时,上面的数据列为等距数据列。

模块指时间序列 $\{Q^{(m)}(t_i)\}$ 在时间数据

$$A = \begin{pmatrix} -\theta^{(n-1)}(X_1^{(1)}, 2) & -\theta^{(n-2)}(X_1^{(1)}, 2) & \dots & -\theta^{(1)}(X_1^{(1)}, 2) \\ -\theta^{(n-1)}(X_1^{(1)}, 3) & -\theta^{(n-2)}(X_1^{(1)}, 3) & \dots & -\theta^{(1)}(X_1^{(1)}, 3) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\theta^{(n-1)}(X_1^{(1)}, N) & -\theta^{(n-2)}(X_1^{(1)}, N) & \dots & -\theta^{(1)}(X_1^{(1)}, N) \end{pmatrix}$$

二维平面上所作的连续曲线与其底部的总称。白数据构成的模块是白色模块,由白色模块外推得来的模块,即预测值模块,称为灰色块模。

白色模块为某种函数,灰色模块为该函数直接外推引伸后的函数,即预测函数,称为预测型模块(如图3所示)。

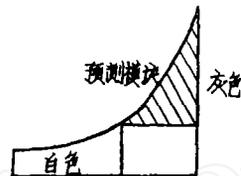


图3 预测模块

二、微分拟合建模法

客观系统的物理变化运动过程中,其物理状态都经历了保持和转化的过程,这种过程一般可用微分方程来描述,其建模的机理和方法可用下述定理概括。

定理: 给定时间数据序列

$$\{X_k^{(0)}(i)\} \quad k=1, 2, \dots, h; i=1, 2, \dots, N$$

相应的一阶累加序列

$$\{X_k^{(1)}(i)\} \quad k=1, 2, \dots, h; i=1, 2, \dots, N$$

$$\text{其中, } X_k^{(1)}(i) = \sum_{s=1}^i X_k^{(0)}(s)$$

相应的多次累减序列

$$\begin{aligned} & \{\theta^{(j)}(x_k, i)\} \\ & i=1, 2, \dots, N; j=3, 4, \dots, n; k=1, 2, \dots, h. \end{aligned}$$

$$\theta^{(1)}(x_k, i) = X^{(0)}(t_i)$$

$$\theta^{(2)}(x_k, i) = X^{(0)}(t_i) - X^{(0)}(t_{i-1})$$

$$\theta^{(j)}(x_k, i) = \theta^{(j-1)}(x_k, i) - \theta^{(j-1)}(x_k, i-1)$$

作如下数据处理:

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(X_1^{(1)}(2) + X_1^{(1)}(1)) & X_2^{(1)}(2) & \dots & X_h^{(1)}(2) \\ -\frac{1}{2}(X_1^{(1)}(3) + X_1^{(1)}(2)) & X_2^{(1)}(3) & \dots & X_h^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\frac{1}{2}(X_1^{(1)}(N) + X_1^{(1)}(N-1)) & X_2^{(1)}(N) & \dots & X_h^{(1)}(N) \end{pmatrix}$$

$$\hat{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n; b_1, b_2, \dots, b_{h-1}]^T$$

$$Y_n = [\theta^{(n)}(X_1^{(1)}, 2), \theta^{(n)}(X_1^{(1)}, 3), \dots,$$

$$\theta^{(n)}(X_1^{(1)}, N)]^T$$

便有

$$\hat{a} = [(A; B)^T(A; B)]^{-1} (A; B)^T Y_n$$

其中 \hat{a} 的元素为微分方程

$$\sum_{i=1}^n a_i \frac{d^{n-i}(X_1^{(1)})}{dt^{n-i}} = \sum_{i=1}^h b_i X_{i+1}^{(1)}$$

的系数, $a_0 = 1, X_1^{(0)} = X_1$

记 S 为拉普拉斯算子, 系统动态模型图见图4。

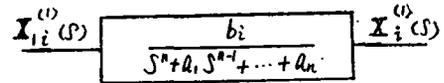


图4 系统动态模型

其中 $X_i^{(1)}(S)$ 为 $X_1^{(1)}(S)$ 中由输入 $X_1^{(1)} \times (S)$ 建立的分量, 称为 $X_1^{(1)}$ 中的第 i 个分量。上述定理是我们进行预测的基本原理。

三、瓦斯涌出的灰色预测实例

利用资料[3]给出的阳泉一矿1980年8月的部分瓦斯涌出情况进行预测(见附表)。

时 间 数 据 列					
时 间	8月27日	8月28日	8月29日	8月30日	8月31日
序 号	1	2	3	4	5
$Q^{(0)}(k)$	18.26	11.16	14.83	15.42	13.50

利用灰色系统的建模方法, 作 $GM(1,1)$ 模型(即 $GM(n, h)$ 模型, $n=1, h=1$), 相应的微分方程为:

$$\frac{d}{dt} Q_1^{(1)} + a Q_1^{(1)} = u^{(1)}$$

对已有数据作累加, 有

$$Q_1^{(1)}(1) = 18.26 \quad Q_1^{(1)}(2) = 29.42$$

$$Q_1^{(1)}(3) = 44.25 \quad Q_1^{(1)}(4) = 59.67$$

$$B^T B = \begin{bmatrix} -23.84 & -36.835 & -51.96 & -66.42 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -23.84 & 1.00 \\ -36.835 & 1.00 \\ -51.96 & 1.00 \\ -66.42 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -9036.620825 & -179.055 \\ -179.055 & 4.00 \end{bmatrix}$$

$$(B^T B)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.000979 & 0.0438238 \\ 0.0438238 & 2.21172 \end{bmatrix}$$

$$Q_1^{(1)}(5) = 73.17$$

作累减并构造矩阵:

$$B = \begin{bmatrix} -23.84 & 1.00 \\ -36.835 & 1.00 \\ -51.96 & 1.00 \\ -66.42 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$Y_n = [-7.10, 3.67, 0.59, 1.92]^T$$

$$\hat{a} = [a, u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_n$$

$$= \begin{bmatrix} 0.000979 & 0.0438238 \\ 0.0438238 & 2.21172 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -23.84 & -36.835 & -51.96 & -66.42 \\ 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} -7.10 \\ 3.67 \\ 0.59 \\ 1.92 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.05113686 \\ 11.4384435 \end{bmatrix}$$

即 $a = -0.05113686$, $u = 11.4384435$

微分方程的解为:

$$Q_1^{(1)}(t) = \left(Q_1^{(1)}(0) - \frac{u}{a} \right) e^{-at} + \frac{u}{a}$$

令 $Q_1^{(1)}(0) = Q_1^{(0)}(1) = 18.26$, 则响应函数为:

$$Q_1^{(1)}(k+1) = (18.26 + 223.685) \times e^{0.05113686k} - 223.685$$

$$= 241.945 e^{0.05113686k} - 223.685$$

检验上述模型:

$$k=1, Q_1^{(1)}(2) = 30.954$$

$$k=2, Q_1^{(1)}(3) = 44.314$$

$$k=3, Q_1^{(1)}(4) = 58.375$$

$$k=4, Q_1^{(1)}(5) = 73.1736$$

不难发现, 该模型与实际值是十分吻合的, 可以用它作为近期涌出量的预测函数。

$$\text{当 } k=5 \text{ 时, } Q_1^{(1)}(6) = 88.7487$$

$$Q_1^{(0)}(6) = Q_1^{(1)}(6) - Q_1^{(1)}(5) = 15.575$$

$$\text{当 } k=6 \text{ 时, } Q_1^{(1)}(7) = 105.141$$

$$Q_1^{(0)}(7) = Q_1^{(1)}(7) - Q_1^{(1)}(6) = 16.392$$

于是, 根据预测模型得出了该矿同年9月1日和9月2日的瓦斯涌出量的预测值, 它们分别为15.575、16.392m³/min。我们可以作出其预测图(如图5所示)

上述预测是在GM(1, 1)模型基础上作出的, 能为近期预测提供一定的参考数据。当我们获得了近期的瓦斯涌出状况后, 能及时作好预防措施, 以便有效地进行矿井安全管理。

当然, 预测的精度主要取决于模型的建立和白色信息的多少(此处即为以往的瓦斯资料的多少)。白色信息愈多, 建立模型的

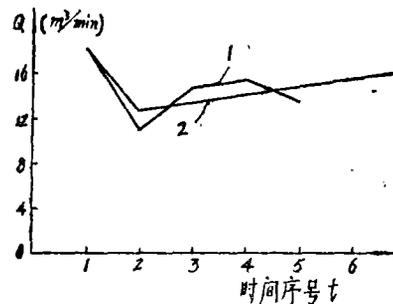


图5 瓦斯涌出量近期预测
1—实测值; 2—预测值

可靠性愈高, 对未来的预测结果就愈准确。因此, 最有效和最可靠的办法是, 把每过一天的瓦斯涌出资料作为白色信息, 形成新的已知点集, 重新预测以后的情况。这一工作用计算机来完成是十分简便的。

四、结束语

以上工作仅为灰色预测理论在瓦斯涌出预测中的一个建模过程, 其预测结果可供参考。

灰色理论可进行某一过程的多因素相关分析, 将各因素对该过程进程的影响程度数量化。因此, 灰色理论是我们探索未知世界的一个强有力的工具, 它已经在科学、技术以及社会、经济等领域得到了广泛的应用, 在煤炭科研行业中的应用亦有十分广阔的前景。

参考文献

- [1] 邓聚龙, 灰色控制系统, 《华中工学院学报》, 1982年, 第3期。
- [2] 邓聚龙, 粮食的灰色模型预测与控制, 《华中工学院学报》, 1983年, 第4期。
- [3] 重庆煤炭研究所等, 综采工作面沼气涌出规律及预测, 《煤炭工程师》, 1986年, 第1期。