

# 涂布流动和涂布材料的流变性能\*

陈文芳

北京大学力学系(邮政编码100871)

范椿

中国科学院力学研究所, 北京(邮政编码100080)

**提要** 本文列举涂布工艺的实例, 给出基本流动方程。叙述了涂布材料流变性质的某些例子。评述了: ①棱形条纹; ②斜面流动的稳定性; ③“桔皮”现象; ④在表面张力作用下薄膜表面变平的过程; ⑤三相线的奇异性。最后, 为了很好地理解涂布现象, 考虑了旋转甩涂过程。

**关键词** 涂布; 润滑近似; 流变学; 稳定性; 三相线; 旋转甩涂

## 1 引言

涂布是在基片(物体表面)上使薄层流体流动, 然后让这薄膜干燥或固化。涂布的目的可以是装饰、防护、绝缘(或隔热)、记录信息等等。在工业应用中, 此薄膜厚度非常之薄(仅几十 $\mu\text{m}$ ), 但必须均匀一致, 并且加工过程必须非常快, 在某些情况下几层同时涂布。当前在工业中应用的许多方法都是凭经验进行。由于涂布材料的多样性和复杂的流变性质, 所以经验方法作出的涂布质量, 其好坏就有很大的偶然性。因而需要在此领域进行科学的研究。50年代末已经有了一些关于涂布流动的理论工作。这些工作大都选择牛顿流体作为涂布流体的物理模型, 而大多数真实的涂布流体是非牛顿流体, 这就很难阐明有关的问题。当然, 作为第一步, 使用牛顿流体的本构方程可以使问题不过于复杂。近年来, 研究涂布流动的工作有所增加, 可参见文献[1—7]。

为多数人所熟知的涂布方法是刷涂、滚转和喷雾。在工业应用中还采用其他的方法, 如刮刀, 落帘, 浸涂, 滚轧, 槽缝, 旋转甩涂, 金属线等等涂布方法。

## 2 基本方程

下面简要地分析涂布过程的流动性质。在等温情况下, 控制流体流动的基本方程为

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{v} \right] = -\operatorname{grad} p + \rho \mathbf{b} + \operatorname{div} \mathbf{T} \quad (1)$$

这里  $\rho$  是密度,  $\mathbf{v}$  是速度,  $p$  是压强,  $\mathbf{b}$  是体力,  $\mathbf{T}$  是偏应力张量,  $t$  是时间。

连续方程为

\* 国家自然科学基金资助课题。

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

边界条件为：

$$\text{在物体表面, } \mathbf{v} = \mathbf{v}_{(s)} \quad (3a)$$

$$\text{在自由面, } \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (3b)$$

$$(-\bar{p}\mathbf{i} + \bar{\mathbf{T}}) \cdot \mathbf{n} = \sigma\gamma\mathbf{n} + \rho_a C_f |\mathbf{v}| \mathbf{v} \quad (3c)$$

这里  $\mathbf{v}_{(s)}$  是物体表面的速度,  $\mathbf{n}$  是向外的单位法向矢量,  $\sigma$  是表面张力,  $\gamma$  是表面总曲率,  $\rho_a$  是周围空气的密度,  $C_f$  是阻力系数。

除了流动基本方程之外, 还需要选择一个描述涂布流体的本构方程。将本构方程代入方程 (1), 可得控制流动的微分方程, 然后再对此方程以及边界条件 (2) 和 (3) 联立求解, 就可决定薄膜的厚度分布。实际上, 要求解上述的方程是太复杂了。从很多实际例子可以看出, 可以把流动近似地看作是二维的, 并且厚度比长度要小得多。因此通常做润滑近似。下面我们考虑二维流动的情况, 用直角坐标系。假定主要流动的方向平行于  $x$  轴。选两个典型的长度  $L$  和  $H$ ,  $L$  是沿主要流动方向的特征长度,  $H$  是薄膜的特征厚度, 并假定  $H/L (= \epsilon)$  是一小量。我们引入下列无量纲量:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{x} = x/L; \quad \bar{y} = y/H; \quad \bar{u} = u/u_0 \\ \bar{v} = Lv/Hu_0; \quad \bar{t} = \lambda u_0^2 t / L^2 \\ \bar{\mathbf{T}} = (L/u_0 \eta_0) \mathbf{T}; \quad \bar{p} = Hp/u_0 \eta \end{array} \right\} \quad (4)$$

这里  $u_0$  是特征速度,  $\lambda$  是流动的特征时间,  $\eta_0$  是流体的特征粘度。 $u, v$  分别是速度  $\mathbf{v}$  在  $x$  和  $y$  方向的分量。

将方程 (4) 代入方程 (1), 并去掉所有无量纲量上的横线符号, 可得:

$$\epsilon \operatorname{Re} \left( \operatorname{De} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \epsilon \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \quad (5a)$$

$$\epsilon^2 \operatorname{Re} \left( \operatorname{De} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \epsilon \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} \quad (5b)$$

这里  $\operatorname{Re} (= \rho u_0 L / \eta_0)$  是 Reynolds 数,  $\operatorname{De} (= u_0 \lambda / H)$  是 Deborah 数。对于牛顿流体通常假定  $\epsilon \operatorname{Re}$  可忽略, 法向应力的量级不大于剪应力的量级。方程 (5a), (5b) 可简化为

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \quad (6a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (6b)$$

对于非牛顿流体, 在高剪切速率的情况下, 法向应力的量级会大于剪应力的量级。甚至在某些涂布过程中流体在短时间内突然遭受一个大的变形, 这将导致一个大的 Deborah 数。所以选择本构方程是不容易的。

### 3 流变性能

涂布介质通常是悬浮体, 添加聚合物的乳剂, 聚合物熔体等, 它们是非牛顿流体。它们有①可变的剪切粘度, ②屈服应力, ③弹性, ④触变性等流变特性。现在我们考虑下面几种涂布材料的流变性能。

**3.1 磁浆** 在涂布计算机磁盘和其他工业中广泛使用这种材料。许元泽等<sup>[8]</sup>和 Yang 等<sup>[9]</sup>测量了这种材料在各种浓度下在剪切速率很宽范围内的粘度。文献[8]和[9]中所用

的溶剂是不同的。为了将蒸发效应减至最小，Yang 等用硅油作溶剂。尽管用了不同的溶剂，文献[8]和[9]都发现磁浆呈现屈服应力，Casson 流体可作为磁浆的相当好的流体模型。在高剪切速率下溶液的粘度接近于溶剂的粘度，但在低剪切速率下，溶液的粘度则比溶剂的粘度大得多。

3.2 造纸工业中使用的涂布材料 Ginn<sup>[10]</sup> 考虑了在很宽的流动范围内多种配方的材料流变性能。我们只选择其中的三种材料配方来说明其可能的流变性能。

①淀粉-粘土涂料 (starch-clay coating)。这是剪切变稀材料，不显示弹性效应。

②聚乙烯醇 (polyvinyl alcohol)。在这种情况下材料不仅显示出剪切变稀也显示出弹性效应。一般认为这种材料不是好的涂布材料。

③乳胶液粘土 (latex clay)。和上面两种不同，这种材料从很小的剪切速率到大约  $10^4 \text{ s}^{-1}$ ，是剪切增稠的，但剪切速率高于  $2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$  时材料变为剪切变稀。所以在不同剪切速率下材料的流变行为甚至有性质上的不同。必须指出，在低剪切速率时的粘度是用标准粘度计 (Hercules 粘度计) 得到的。但在高剪切速率时的粘度用仪器是测量不出的，只能从刮刀涂布仪器的测量值经修正后推导出来。但在这种仪器中的流动接近于在造纸工业中使用的刮刀涂布加工中的流动。

3.3 新闻油墨 印刷过程类似于滚动涂布过程。流体在很短的时间内有很大的变形。在这种情况下瞬时流动的流变性质具有重要意义，在定常情况下测量的粘度可能不是很有效的。Pangalos 等<sup>[11]</sup> 研究了油墨，他们发现油墨具有弹性，弹性的程度依赖于油墨的成分。在等温条件下进行测量。我们还需要知道在高温下流变性质如何随温度而改变，因为当使用热固化涂布材料时，这是特别重要的<sup>[12]</sup>。

从上面的叙述可以看出，代入方程(1)的本构方程的选择不仅依赖于材料而且依赖于流动条件。最理想的是有一个在所有流动条件下都能描述材料的本构方程，但即使它存在也会因它太复杂而无法使用。

#### 4 三相线

大多数涂布过程中存在一条三相线，在三相线上流体、空气和基片相遇。在这一接触线上如果应用无滑移边界条件，则应力是无穷大<sup>[13]</sup>，速度不唯一<sup>[14]</sup>。这样的接触线是奇异的。奇异性的区域很小。在此如此小的尺度内可能需要用微观尺度来考虑流动。这样，问题就复杂了。现在已经有几种微观/连续理论。

从微观的观点来看，可以认为基片不是光滑的而是正弦式的表面。因此，无滑移边界条件是用到正弦表面上。于是通过一个平均过程，我们能够得到应用于光滑表面的边界条件。这将导致得到一个滑移边界条件和滑移速度作为壁面剪应力的函数<sup>[15]</sup>。

当速度增加时空气被卷吸，靠近接触线的涂布流体一边，和基片接触的是空气而不是涂布材料。因为空气的粘度要比涂布流体的粘度低得多，所以这可能导致不规则的流动状态。

现在很多人认为，在某些情况下（这些情况现在还不十分清楚），非牛顿流体不满足无滑移边界条件<sup>[16]</sup>。乳剂是非牛顿流体，它可能在整个基片上不满足无滑移边界条件。于是，理论预示值和实验观察之间的不相符合可以认为是无滑移条件不满足之故<sup>[16]</sup>。

尽管从各种不同的角度作了努力，滑移现象和在三相接触线上的条件这样两个问题至今仍未解决<sup>[6,15,17]</sup>。

## 5 稳定性

得到了上述流动的解之后，需要检验这种流动的稳定性。在文献中考虑得最多的流动不稳定可能要数棱纹线。在滚转涂布的流动不稳定性中可观察到棱纹线。可能是 Saffman 和 Taylor<sup>[18]</sup> 首先研究这种形式的不稳定性。Pitts 等<sup>[19]</sup> 和 Greener 等<sup>[20]</sup> 的研究表明，向前滚转的涂布是不稳定的。倒向滚转涂布比向前滚转涂布的稳定性要好。表面张力有稳定作用。Greener 等<sup>[21]</sup>，Bauman 等<sup>[22]</sup> 和 Benkreira 等<sup>[23]</sup> 的研究表明，对于粘弹性流体，弹性效应是使流动更不稳定。因此，从棱纹不稳定性这点来看，粘弹性涂布流体比牛顿涂布流体要坏些。

在上面的分析中都作了润滑近似。奇异性问题，即产生流动分离时的问题，也只是得到大体上的解决。所以结论只在上述限定的范围内正确。最近在文献[24]中对滚转涂布进行了更仔细的分析，该文声称，将进一步分析稳定性问题。但据我们所知目前尚未正式发表更新的结果。

另一种与涂布有关的流动稳定性是沿斜面流动的稳定性问题。对此问题已有很多作者进行研究。挤压涂布是彩色胶片的加工工艺，研究上述问题就是为这一工艺服务的。

由于这个问题的复杂性，研究工作开始时将乳剂看成是牛顿流体，然后再考虑乳剂的非牛顿流体性质的影响。易家训首先考虑了牛顿流体<sup>[25]</sup> 和三重非线性流体<sup>[26]</sup> 沿斜面流动的稳定性问题，范椿<sup>[27]</sup> 考虑了幂律流体的问题。这些文献的计算结果表明，对于无弹性的非牛顿流体，其粘度随剪切变稀的性质将使流动比牛顿流体的流动更不稳定。范椿<sup>[28]</sup> 也考虑了粘塑性流体的问题，计算结果表明，对于粘塑性流体，其塑性将使流动比牛顿流体的流动更稳定。Gupta<sup>[29,30]</sup> 考虑了二阶流体，范椿<sup>[31]</sup> 考虑了具有轻微粘弹性的广义二阶流体的问题。这些文献的计算结果表明，对于具有轻微粘弹性的流体，其弹性和粘度随剪切变稀的性质使流动变得比牛顿流体的流动更不稳定。以上文献都是只考虑单层流体沿斜面流动的稳定性<sup>[32]</sup>。

在彩色胶片的挤压涂布生产工艺中，一般采用多层涂布。因此多层流体流动的稳定性问题也有很多人研究。Kao<sup>[33-35]</sup> 研究了三层牛顿流体的情况，Wang 等<sup>[36]</sup> 研究了多层牛顿流体的情况，范椿等<sup>[37]</sup> 研究了二层幂律流体的情况，唐寅南等<sup>[38]</sup> 研究了多层幂律流体的情况。计算结果表明，对于两层幂律流体的情况，一般的幂律指数小于 1，即剪切变稀。我们也只考虑幂律指数小于 1 的情况：①下层是牛顿流体，上层是幂律流体的流动稳定性比两层都是幂律流体的流动稳定性要好。②对于上下层的厚度比为  $\delta = 10$  的情况，稳定性的临界 Reynolds 数  $R$  主要依赖于两层流体在交界面处的粘度比  $h$ ，当  $h > 1$  时，临界 Reynolds 数  $R$  的值惊人地增加。

上述所有作者都用了易家训<sup>[25]</sup> 提出的摄动法，因此，所得结果仅对长波扰动有效。

鉴于涂布工艺的复杂性，虽然对于这种工艺的稳定性问题已有了不少的研究，但还有待更深入的研究。

其他方面的涂布流动的稳定性问题见文献[4]和[39]。

涂布流体涂到基片后，将在高温下烘干。在固化期间，涂布流体还会流动，表面张力则将控制这一流动。薄膜表面的任何凹凸将变得平坦，于是得到一个光滑的表面。Quach<sup>[41]</sup> 评述了这一过程。对于粘弹性涂布材料，弹性效应阻碍表面变平，因此，粘弹性涂布材料似乎

没有牛顿涂布材料好。当考虑非线性效应时，将增加这一过程的复杂性<sup>[40]</sup>。与此相似的过程是一个液滴在表面扩展。文献[41]的研究表明，在这种情况下剪切变稀能帮助流体更快扩展。大多数非牛顿流体既表现出剪切变稀又表现出弹性，所以很难说非牛顿涂布材料比牛顿涂布材料更坏或者更好。

另一种形式的不稳定性称为“桔皮”现象。一般认为这种类型的不稳定性是由温度差引起的。这种不稳定性和Bénard涡胞有关。其机理可能是浮力和表面张力梯度<sup>[42]</sup>。

## 6 旋转甩涂

最后我们简要讨论这个甩涂过程，由此看出影响涂布质量的因素。旋转甩涂工艺现在广泛地使用于工业，特别是制造计算机硬盘。这种涂布方法是先将所需的液体涂料涂布在一只慢速旋转的圆盘上，然后高速旋转，在离心作用下一些涂料被甩掉，圆盘上只留下一薄层涂料，经蒸发后形成均匀薄膜。

一些学者<sup>[43-45]</sup>在实验室中用各种溶液进行了实验，发现：

①几乎在旋转甩涂开始的同时，表面变平，薄膜厚度随时间而均匀地减薄。

②假如最初涂布的溶液并不均匀，圆盘的旋转速度也不快，则我们能看到液体波从中心向外面的方向移动。要想得到均匀的薄膜厚度，旋转速度的量级应该高于6000转/分，初始厚度的量级应小于0.01厘米。

③对于高粘度( $\geq 1100$ 厘泊)液体，最初出现的是直线条纹(arms)，这可能会影响薄膜厚度的均匀性。

④薄膜厚度 $h$ 和旋转速度 $\Omega$ 之间的关系是

$$h \propto \Omega^{-b} \quad (7)$$

这里 $b$ 在 $1/2$ 到 $2/3$ 的范围内，它依赖于液体的粘度。液体的粘度愈高则 $b$ 值愈大。根据文献[44]的一组实验数据， $h$ 可由下式表示：

$$h = \frac{6.93 k_0 \nu^{0.29} \Omega^{-b}}{(1 - k_0)^{1.15}} [1 + \exp(-\alpha \Omega t - \beta)] \quad (8)$$

这里 $k_0$ 是固体在溶液中的体积分数， $\nu$ 是溶剂的动力粘度， $\alpha$ ， $\beta$ 是常数， $t$ 是时间。

⑤Lai已经观察到“桔皮”现象<sup>[46]</sup>。这种现象可能是因为使用的低沸点溶剂在薄膜表面急速蒸发，引起温度变化而发生。它可以用下面两种方法避免：一是将材料在饱和蒸气压下旋转甩涂，二是在低速下旋转甩涂。低于6000转/分的旋转甩涂可以避免产生“桔皮”现象。但基于第②条的分析，旋转甩涂的速度不能低于6000转/分。故只能采用饱和蒸气压的方法。

Emslie等<sup>[47]</sup>首先给出了旋转甩涂的数学模型，他们用的是牛顿流体本构方程。其后Jenckhe等<sup>[48]</sup>，范椿<sup>[49]</sup>，陈文芳等<sup>[50]</sup>研究了其他流体作为涂布流体的本构方程的情况。在这些分析中都作了润滑近似，这就忽略了Coriolis力，保留了离心力。表面张力和空气阻力也予以忽略。作了这些简化后，其基本近似方程如下：

$$\left. \begin{aligned} \eta \frac{\partial u}{\partial z} &= \rho r \Omega^2 (h - z) \\ \frac{\partial h}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \int_0^h u dz \right) - E_s \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

这里  $\eta$  是涂布流体的表观粘度(可以不是常数),  $\rho$  是密度,  $\Omega$  是旋转速度,  $h$  是薄膜厚度,  $r, z$  是通常的柱坐标,  $u$  是径向速度,  $t$  是时间,  $E_s$  是溶剂在表面的蒸发速率。

如果忽略蒸发, 所选择的  $\eta$  是一个简单函数, 则上述方程可以得到一个近似分析解<sup>[47-50]</sup>。如果考虑蒸发, 则  $\eta$  将随时间而变化。在上面的方程中我们已经假定  $u$  随时间的改变可以忽略。文献[43]和[45]中给出了一些  $\eta$  随时间而改变的关系式, 这些关系式比较简单但并不合理。迄今为止, 我们还没有找到满意的关系式。适当地调整参数可能得到方程(7)那样的关系式。

蒸发速率依赖于  $\Omega$ , 流体的性质, 以及周围的情况。粘度  $\eta$  是浓度和溶剂粘度的函数。对于浓溶液来说这个函数关系还不知道, 只是有了某些悬浮体的经验公式。以上所说的这些问题仍需仔细研究。

对于真实的  $\eta$ , 在任何情况下, 方程组(9)没有近似分析解, 只能进行数值计算。

忽略Coriolis 力, 保留离心力意味着

$$\eta \gg \rho a^2 h^2 \Omega \quad (10)$$

这里  $a$  是圆盘的半径。满足式(10)的粘度必须是高的, 在这样的情况下可能形成直线条纹(参见第③条)。另外, 如文献[50]所述, 流动是不稳定的。如果我们认为离心力大于Coriolis 力, 将离心力作为零级项, Coriolis 力作为一级项, 则从方程组可以看出,  $u$  没有改变, 因此,  $h$  也不改变, 但是离开基片的流体的旋转速度将减小。因此, 包含Coriolis 力作为一个修正项并不影响  $h$  而可能影响流动的稳定性。

从上述可以看出, 在过去20年中虽然广泛地使用了这种加工工艺, 但还没有对这种加工过程有很好的了解, 理论知识远未达到完善的地步。如果工艺技术失败, 我们不能肯定是否能找到对策。因此, 需要继续在此领域内进行研究。从发表的文献也证实了这仍然是一个活跃的研究领域。

## 7 结 论

在过去的大约20年里, 由于工业发展的需求, 流体动力学不再仅限于大尺度运动如航空学, 海洋学和气象学等等的研究范围。流体动力学已经向小尺度运动方向延伸和开拓, 例如化学工程和生物学中的流体动力学问题。涂布流动就是这种小尺度流动的一个例子。现在这一研究领域正在流体力学家族中获得一席之地。

润滑近似意味着流动几乎是平行的, 因此忽略了流场的收敛和发散。粘弹性流体在收敛和发散流动中的特性与在平行流动中显著不同, 在收敛或发散流动中存在伸长流动的成分。而粘弹性流体的伸长粘度和剪切粘度二者之间的关系并不是简单的。因此, 在粘弹性流体中流动的润滑近似要比牛顿流体中流动的润滑近似受更大的限制。所以在涂布过程中研究粘弹性流体的收敛和发散流动是很有意义的。

本文讨论了涂布材料的流变性质在涂布质量中的重要地位。考虑了与测量流变性质有关的问题。叙述了材料的成分与流变性质二者之间的关系。因此, 涂布材料的流变测量能够用来自:

- ①推知材料所需要的加工性质;
- ②提出新的配方, 使得涂布液体有所希望的性质;
- ③提出最佳的涂布方法。

## 参 考 文 献

- 1 Kornum L O. *Rheol. Acta*, **18** (1979) : 178
- 2 米德尔曼 S. 聚合物加工基础. 科学出版社 (1984), 第 8 章
- 3 Pearson J R A, Richardson S M (Editors). *Computational Analysis of Polymer Processing*. Appl. Sci. Pub. (1983), Ch. 8
- 4 Quach A. *Ind. Eng. Chem. Prod. Res. Dev.*, **12** (1973) : 110
- 5 Ruschak K J. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **17** (1985) : 65
- 6 Sweeting O J (Editor). *The Sci. and Tech. of Polymer Films*, Interscience Pub. (1968)
- 7 Walters (Editor). *Rheometry*, Ind. Appl. Chichester Res. Studies (1980), Ch. 6
- 8 许元泽, 章其忠, 孙立群. 流变学进展 (陈文芳, 袁龙蔚, 许元泽主编). 学术期刊出版社 (1986) : 375
- 9 Yang M C, Scriven L E, Macosko C W. *J. Rheol.*, **30** (1986) : 1015
- 10 Ginn R F. *J. Pulp and Paper Sci.*, **10** (1984) : 89-98
- 11 Pangalcs G, Dealy S M, Lyne M B. *J. Rheol.*, **29** (1985) : 471
- 12 Otsubo Y, Amari T, Watanabe K, Nakamichi T. *J. Rheol.*, **31** (1987) : 251
- 13 Hocking L M. *J. Fluid Mech.*, **76** (1976) : 801
- 14 Dussan V E B, Davis S H. *ibid*, **65** (1974) : 71
- 15 江体乾. 流变学进展 (陈文芳, 袁龙蔚, 许元泽主编). 学术期刊出版社 (1986) : 105
- 16 Dutta A, Mashelkar R A. *Rheol. Acta*, **21** (1982) : 52
- 17 Dussan V E B. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **11** (1979) : 371
- 18 Saffman P G, Taylor G I. *Proc. Roy. Soc.*, **A245** (1958) : 312
- 19 Pitts E, Greiller J. *J. Fluid Mech.*, **11** (1961) : 33
- 20 Greener J, Sullivan T, Turner B, Middleman S. *Chem. Eng. Commun.*, **5** (1980) : 73
- 21 Greener J, Middleman S. *I. & E. C. Fund.*, **20** (1981) : 63
- 22 Bauman T, Sullivan T, Middleman S. *Chem. Eng. Commun.*, **14** (1982) : 35
- 23 Benkreira H, Edwards M F, Wilkinson W L. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **14** (1984) : 377
- 24 Coyle D J, Macosko C W, Scriven L E. *J. Fluid Mech.*, **171** (1986) : 183
- 25 Yih C S. *Phys. Fluids*, **6** (1963) : 321
- 26 Yih C S. *ibid*, **8** (1965) : 1257
- 27 范椿. 力学学报, **2** (1982) : 155
- 28 Fan Chun (范椿). *ZAMP*, **33** (1982) : 181
- 29 Gupta A S. *J. Fluid Mech.*, **28** (1967) : 17
- 30 Gupta A S, Lajpat Rai. *ibid*, **33** (1968) : 87
- 31 Fan Chun. *ZAMP*, **35** (1984) : 435
- 32 范椿. 力学与实践, **8**, 6 (1986) : 18
- 33 Kao T W. *Phys. Fluids*, **8** (1965) : 812
- 34 Kao T W. *ibid*, **8** (1965) : 2190
- 35 Kao T W. *J. Fluid Mech.*, **33** (1968) : 561
- 36 Wang C K, Seaborg J J, Lin S P. *Phys. Fluids*, **21** (1978) : 1669
- 37 范椿, 王振东, 王培光. 流变学进展 (II) (韩式方, 吴大诚主编). 成都科技大学出版社 (1987) : 18
- 38 唐寅南, 张荣基, 江体乾. 流变学进展 (陈文芳, 袁龙蔚, 许元泽主编). 学术期刊出版社 (1986) : 76
- 39 陈文芳. 力学进展, **15** (1985) : 49
- 40 Keunings R, Busfield D W. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **22** (1987) : 219
- 41 Rosenblat S, Davis S H. *Frontiers in Fluid Mech.* (Ed. by Davis S. H., Lumley J. L.). Springer Verleg (1985) : 171
- 42 Scriven L E, Sternling C V. *J. Fluid Mech.*, **19** (1964) : 321
- 43 Meyerhofer D. *J. Appl. Phys.*, **49** (1978) : 3993
- 44 Daughton W J, Given F L. *J. Electrochem. Soc.*, **126** (1979) : 269; **129** (1982) : 173
- 45 Jenekhe S A. *I. & E. C. Fund.*, **23** (1984) : 425
- 46 Lai J H. *Polym. Eng. Sci.*, **19** (1979) : 1117
- 47 Emslie A G, Bonner F T, Peck L G. *J. Appl. Phys.*, **29** (1958) : 858
- 48 Jenekhe S A, Schuldt S B. *Chem. Eng. Commun.*, **33** (1985) : 135
- 49 范椿. 力学与实践, **8**, 4 (1986) : 31
- 50 陈文芳, 蔡扶时, 许元泽. 力学学报, **19** (1987) : 111

# COATING FLOWS, COATING FLUIDS AND THEIR RHEOLOGICAL PROPERTIES

C. F. Chan Man Fong

Department of Mechanics, Beijing University (Peking University)

Fan Chun

Institute of Mechanics, Academia Sinica

**Abstract** Examples of coating methods are listed and the basic flow equations are derived. The rheological properties of coating materials are described and examples are given. Previous works on (a) ribbing, (b) stability of flow down a plane, (c) orange peel, (d) the process of levelling under the action of surface tension, and (e) the three-phase line singularity are reviewed. Finally we consider fairly comprehensively the spin coating process.

**Keywords** *coating; lubrication approximation; rheology; stability; three-phase line; spin coating*

---

(上接第 288 页)

渗透和结合，促进地球物理，地球生物化学，植物生理等与数学、力学等的广泛合作，借助计算机，激光，遥感等现代技术，积极发展我国的环境与灾害力学研究，是介入国际上改善环境，减轻灾害活动，发展我国环境科学的一个十分重要且有战略意义的环节，应当引起足够的重视。目前尤应重视与全球气候变化以及与农业生态有关的大气及下垫面间的质量和能量输运机理的研究；土壤侵蚀，雪崩，风吹雪，泥石流，风沙，火灾等自然灾害及工业污染灾害问题的研究。

为了加强和促进环境与灾害力学的发展，与会代表建议建立跨所的联络小组，组织和协调研究工作，将过去组织上的松散形式逐步向紧密形式过渡，争取办成跨所的，多学科综合的环境与灾害力学研究中心或开放实验室，积极开展经常性的，灵活多样的专题学术交流活动，以促进学科间的渗透和结合；增强合作意识，积极介入国家科委，基金委，中科院组织的有关重大项目，加强和促进小范围的双边、多边合作项目。

我国的环境与灾害力学还处于起步阶段，举步艰难。与会代表呼吁国家科委，国家基金委，院资源环境局，数理化学局对这样一个与国计民生休戚相关的交叉领域予以足够的重视，并积极给予支持和必要的资助，使这一重要领域能够得到健康发展。

徐大鹏 供稿