

# 一种用于热流脉动测量的宽频带热电模拟网络\*

王世芬

(中国科学院力学研究所)

**摘要** 本文简述设计对数模拟网络的方法和预计网络频域和时域特性的理论分析,并给出按其设计制作的频宽为0.04Hz~200kHz的九节热电模拟网络。与其它设计方法相比,它具有精度高,元件少、成本低、制作简便等优点。

**关键词** 宽频带模拟网络,对数模拟网络,热流脉动测量,脉冲式风洞。

## 符 号

$C_i$	网络第 $i$ 节电容	$i$	电流
$F$	网络工作区域	$k$	导热系数
$N$	网络节数	$q$	单位面积热流率
$R_i$	网络第 $i$ 节电阻	$q_{1j}$	矩阵 $B$ 的特征矢量
$T$	温度	$r$	单位长度电阻
$V$	电压	$t$	时间
$V_0$	铂膜电阻温度计初始端	$X$	距离
	电压 ( $t=0$ )	$\alpha$	电阻温度系数
$V_0(t) - V_1(t)$	网络第一个电阻	$\beta$	电阻匹配系数
	两端电压降	$\gamma$	对数模拟网络常数
$Z$	网络阻抗	$\lambda_j$	矩阵 $B$ 的特征值
$a$	算术模拟网络常数	$\rho$	密度
$b$	矩阵 $B$ 的元素	$\omega$	角频率
$c$	比热或单位长度电容	$\omega_2$	(9)式定义的频率上限
$f_{max}$	最高的频率		

\* 国家自然科学基金资助项目

本文于1989年7月10日收到,10月19日收到修改稿。

## 一、引言

铂膜电阻温度计作为热交换测量仪,以响应快、性能稳定、制作简单和使用方便等优点已广泛应用于脉冲型风洞气动加热实验。实验时,将附在玻璃或其它绝缘材料上亚微米厚的铂膜齐平安装在模型表面,通以恒定电流,根据铂膜两端电压确定其表面热流率。在大多数气动热研究中,由于铂膜端电压并非一个简单函数,热流率的转换通常是将其电压信号经过A/D变换,输入到计算机进行数值计算。或直接将其模拟信号输入热电模拟网络,产生一个与热流率成正比的电信号进行测量。实践表明:在采集系统精度不够高或数据处理系统运算速度不十分快的情况下,用热电模拟网络进行热流率转换是提高工效和测量精度、减小A/D变换中数据离散化带来的误差的一种好方法<sup>[1]</sup>。

热电模拟原理早在50年代就用于解瞬态传热问题<sup>[2,3]</sup>, Meyer直接应用于模型传热的测量<sup>[4]</sup>,我国在70年代曾仿照Meyer方法研制了一批热电模拟网络进行热流率平均量测定<sup>[6]</sup>。倘若在边界层转换或激波和湍流边界层相互作用区内热流率高频脉动现象观测中,仍用Meyer法研制宽频带热电模拟网络,势必带来网络元件过多,制作麻烦等弊病。为此,我们选用了Oldfield等人设计宽频带热电网络的新方法<sup>[6]</sup>,研制出四路频宽为0.04Hz~200kHz模拟网络,其每个网络仅由九节元件构成。与Meyer法相比,它具有精度高、元件少、成本低、制作简便等优点。本文将简述其工作原理、设计方法和制作中的有关问题。

## 二、热电模拟网络

### 1. 工作原理

在半无限体一维热传导和半无限长传输线的电流传递之间有极其相似的关系:

热系统	电系统
$\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} = \frac{\rho c}{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$	$\frac{\partial^2 i}{\partial X^2} = r c \frac{\partial V}{\partial t}$
$X=0 \quad q = -k \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right _{x=0}$	$X=0 \quad i = -\frac{1}{r} \cdot \left. \frac{\partial V}{\partial X} \right _{x=0}$
$X=\infty \quad T=0$	$X=\infty \quad V=0$

将铂膜电阻温度计通以恒定电流,其表面温升 $T$ 可用 $V$ 代替,即 $V = V_0 \alpha T$ 。因此,当此电压信号输入半无限长传输线时;只要热、电两系统的初始条件和边界条件相同,则传输线的端面电流正比于热流率

$$i = \frac{V_0 \alpha}{\sqrt{\frac{r}{c}} \sqrt{k \rho c}} q \quad (1)$$

实际上,由于不易获得所需分布参数的传输线以及测量端面电流的困难,这种分布参数

半无限长模拟传输线常用集中参数的分离元件构成有限节网络代替(图1)。

为了保持所需要的 $(r/c)$ , T型网络每节电阻实由电阻匹配系数为 $\beta_i$ 的两个电阻组成(图2):

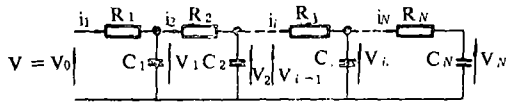


图1 有限节数分离元件模拟网络

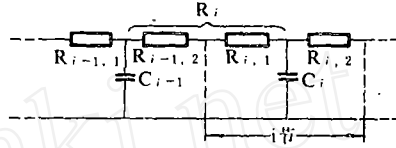


图2 T型网络

$$R_{i,1} = \beta_i \left( \frac{r}{c} \right) C_i \quad R_{i,2} = (1 - \beta_i) \left( \frac{r}{c} \right) C_i \quad R_{i,1} + R_{i,2} = \left( \frac{r}{c} \right) C_i$$

$$R_i = R_{i-1,2} + R_{i,1} = \left( \frac{r}{c} \right) [(1 - \beta_{i-1}) C_{i-1} + \beta_i C_i] \quad i > 1 \quad (2)$$

$$R_1 = \beta_1 C_1 \left( \frac{r}{c} \right)$$

由图1可知, 通过第一个电阻 $R_1$ 的电流:

$$i_1 = [V_0(t) - V_1(t)] / R_1 \quad (3)$$

将(2)、(3)式代入(1)式, 得

$$q = \frac{1}{\alpha V_0} \cdot \sqrt{\frac{k\rho c}{\beta_1 R_1 C_1}} [V_0(t) - V_1(t)] \quad (4)$$

由此可见, 使用热模拟网络后, 测出第一个电阻 $R_1$ 两端的电压降 $[V_0(t) - V_1(t)]$ , 只需要简单的算术运算即可求出表面热流率。

## 2. 常见的几种T型网络

### (1) 等值模拟网络

在此网络中, 所有节的元件都相同, 即

$$C_i = C \quad R_i = R = \left( \frac{r}{c} \right) C \quad R_1 = \frac{R}{2}$$

### (2) 算术模拟网络

在此网络中, 各节 $C_i$ 值按算术级数递增, 即

$$C_i = C_1 [1 + a(i-1)] \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

$R_i$ 值由(2)式计算。

### (3) 对数模拟网络

在此网络中,  $C$ 值用对数标度, 其间距均等。因此,  $C_i$ 值为一列几何级数, 即

$$C_i = \gamma^{i-1} C_1 \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

$R_i$ 值由(2)式计算。

## 三、模拟网络的设计

### 1. 设计准则

从模拟网络阻抗与角频率关系曲线可以看出,网络的阻抗有三条渐近线(图3):

在非常低的频率,电容起主要作用,

$$|Z| \sim \frac{1}{\omega \sum_{i=1}^N C_i} \quad (5)$$

在中间频率范围,即工作区

$$|Z| \sim \sqrt{\frac{r}{c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega}} \quad (6)$$

在非常高的频率,所有电容实际短路,

$$Z \sim R_1 = \beta_1 \left( \frac{r}{c} \right) C_1 \quad (7)$$

通常将频率下限  $\omega_1$  定义为方程(5)和(6)的交点

$$\omega_1 = \left( \frac{c}{r} \right) \left[ \frac{1}{\sum_{i=1}^N C_i} \right]^2 \quad (8)$$

频率上限  $\omega_2$  定义为方程(6)和(7)的交点

$$\omega_2 = \left( \frac{r}{c} \right) \cdot \frac{1}{R_1^2} = \frac{1}{\beta^2 C_1^2} \cdot \left( \frac{c}{r} \right) \quad (9)$$

工作区域定义为

$$F = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\left[ \sum_{i=1}^N C_i \right]^2}{\beta^2 C_1^2} \quad (10)$$

网络设计就是根据指定的工作频率范围,合理选择网络元件参数和节数,使其特性阻抗满足  $|Z| \sim \frac{1}{\sqrt{\omega}} \sqrt{\frac{r}{c}}$ 。

## 2. 网络节数的选定

根据我们研究的要求,频率上限指定 200kHz,下限定 0.1Hz,即工作区域  $F = 2 \times 10^6$ 。对于这个给定的区域,上述三种网络所需节数分别为:

等值  $N = 0.5 \sqrt{F} \sim 708$

算术  $N \approx F^{1/4} / \sqrt{a} = 38 \quad (\beta = 0.5, a = 1, Na \gg 1)$

对数  $N = \log[1 + \beta(\gamma - 1)\sqrt{F}] / \log \gamma \sim 9 \quad (\beta = 0.4052, \gamma = 10^{1/3})$

为便于制作,我们选用  $\gamma = 10^{1/3}$  的九节对数网络。

## 3. 元件的选择

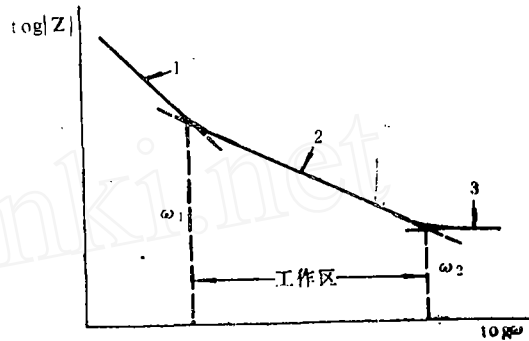


图3 网络阻抗与角频率关系

- 1— $|Z| \sim \frac{1}{\omega \sum_{i=1}^N C_i}$
- 2— $|Z| \sim \sqrt{\frac{r}{c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega}}$
- 3— $Z \sim R_1$

在对数网络中, 为了不偏离模拟情况, 保持传输线参数, 电阻值必须与电容值匹配, 即  $R_{i-1,1}$ ,  $R_{i-1,2}$ ,  $R_{i,1}$ ,  $R_{i,2}$  也应按几何级数递增。由于电阻数目为电容的二倍, 其阻值的增加速率为

$$\frac{R_{i-1,2}}{R_{i-1,1}} = \frac{R_{i,1}}{R_{i-1,2}} = \frac{R_{i,2}}{R_{i,1}} = \sqrt{\gamma} = \frac{1-\beta}{\beta}$$

$$R_1 = \beta C_1 \left( \frac{r}{c} \right) \quad R_i = \left( \frac{r}{c} \right) \frac{C_i}{\sqrt{\gamma}} \quad (i=2, 3, \dots, N)$$

$\gamma$  值的选择主要考虑电容值难以达到高精度。鉴于市场上常用的标准值为 10nf, 22nf, 47nf, 100nf, 220nf, 470nf……系列, 故取  $\gamma$  为  $10^{1/3}$  ( $\beta=0.4025$ )。

$\omega_2$  值取决于网络的  $|Z|\sqrt{\omega}$  偏离半无限长传输线值  $\sqrt{\frac{r}{c}}$  达 10% 的上限频率  $f_{max}$ 。对于九节对数网络,

$$\omega_2 = 2\pi f_{max} / 0.95 = 1.323 \times 10^6 \quad (f_{max} = 200\text{kHz})$$

至于  $R_1$  的数值, 从测试系统的阻抗匹配来考虑, 即使网络的接入既不影响前级 (直流放大器) 的工作, 又不对后级 (数据采集系统) 提出过高要求。初定为 200 欧姆, 这样

$$C_1 = \frac{R_1}{\beta} \left( \frac{c}{r} \right) = \frac{1}{\beta R_1 \omega_2} = 9.33\text{nf}$$

将其  $C_1$  变成最近的常用标准值 10nf, 以后各节依次取 22nf, 47nf, 100nf, 220nf, 470nf, 1 $\mu$ f, 2.2 $\mu$ f 和 4.7 $\mu$ f。市场采购精度控制在 5% 以内即可。由于网络电容使用了  $\gamma$  值的序列, 在这种情况下, 电阻亦应按实际的  $\gamma_i$  值选择相应的数值, 以保持  $r/c$  比值不变, 即

$$R_1 = \frac{1}{\omega_2 \beta^2} \cdot \frac{1}{C_1 + \sqrt{C_1 C_2}} \quad R_i = \frac{1}{\omega_2 \beta^2 C_i^2} \sqrt{C_i C_{i-1}} \quad (i=2, 3, \dots, 9) \quad (11)$$

值得指出的是: 为了确保网络的精度和稳定性, 必须选用噪声低、温度系数小和性能稳定的元件, 其阻值与(11)式偏差在 1% 以内。

#### 四、实际网络的频率响应和时间响应

由于在上述设计中, 用集中参数有限节数的网络代替分布参数的半无限长传输线, 必须重新审核其网络的频率响应和时间响应这二个特征参量是否满足测量要求。

对于图 1 所示的网络, 其频率响应可用下式逐步迭代计算:

$$Z_N = R_N + \frac{1}{j\omega C_N} \quad Z_i = R_i + \frac{Z_{i+1}}{1 + j\omega C_i Z_{i+1}} \quad (i=N-1, \dots, 2, 1) \quad (12)$$

通常作  $\log(|Z|\sqrt{\omega}) \sim \log\omega$  图, 将其计算结果与半无限长分布参数的传输线阻抗  $|Z|\sqrt{\omega} = \sqrt{\frac{r}{c}}$  进行比较。

检查网络时间响应最适宜的输入电压波形是  $V = \sqrt{t}$ 。半无限长分布参数的传输线对这种输入波的响应是  $i$  为阶跃波, 其高度为  $\frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{c}{r}}$ 。而图 1 所示的网络其时间响应曲线为

$$i(t) = \frac{1}{C_1 R_1^2} \sum_{i=1}^N q_{1i}^2 \frac{1}{(-\lambda_i)} \cdot \frac{Daw(\sqrt{-\lambda_i t})}{\sqrt{-\lambda_i}} \quad (13)$$

其中  $q_{ij}$ 、 $\lambda_j$  为对称三角矩阵  $B$  的特征矢量和特征值。矩阵  $B$  的元素为

$$b_{ii} = -\frac{1}{C_i} \left( \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_{i+1}} \right) \quad (R_{N+1} = \infty)$$

$$b_{i,i+1} = b_{i+1,i} = \frac{1}{R_i \sqrt{C_i C_{i+1}}} \quad b_{ij} = 0 \quad (|i-j| > 1)$$

$Daw(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$  为 Dawson 积分。

表 1 本文研究的四路宽频带模拟网络元件

CH i	1		2		3		4	
	$C_i$	$R_i$	$C_i$	$R_i$	$C_i$	$R_i$	$C_i$	$R_i$
1	10nf	185Ω	10nf	185Ω	10nf	185Ω	10nf	185Ω
2	22.03nf	682.8Ω	22.03nf	682.4Ω	22.03nf	682.5Ω	22.03nf	682.9Ω
3	46.51nf	1.471k	46.51nf	1.473k	46.51nf	1.473k	46.51nf	1.471k
4	100.4nf	3.145k	101.1nf	3.154k	101.4nf	3.160k	102.9nf	3.182k
5	218.9nf	6.810k	218.5nf	6.837k	217.6nf	6.832k	217.0nf	6.873k
6	469.4nf	14.72k	468.9nf	14.70k	468.8nf	14.70k	468.4nf	14.60k
7	996.6nf	31.46k	983.7nf	31.24k	982.8nf	31.22k	979.8nf	31.16k
8	2.25μf	68.94k	2.25μf	68.42k	2.26μf	68.51k	2.28μf	68.72k
9	4.85μf	152.0k	4.85μf	151.5k	4.85μf	152.3k	2.85μf	152.9k

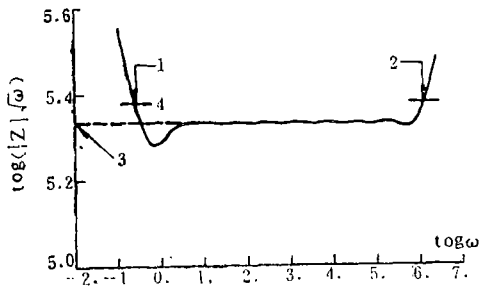


图 4 本文研制的九节网络的频率响应

- 1— $f = 0.04\text{Hz}$
- 2— $f = 200\text{kHz}$
- 3— $\sqrt{\frac{r}{c}} = 2.14 \times 10^6$
- 4— $+10\%$

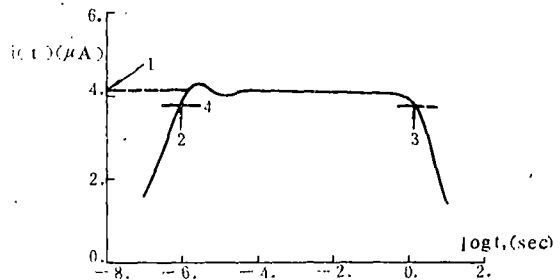


图 5 本文研制的九节网络的时间响应

- 1— $\frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{c}{r}} = 4.14 \times 10^{-6}$
- 2— $t = 0.8\mu\text{s}$
- 3— $t = 1.58\text{s}$
- 4— $-10\%$

对于本文研制的四路宽频带模拟网络(表1),采用微机对其频率响应和时间响应曲线逐个进行了计算,结果如图4和图5所示。从图中可以看出:尽管电容精度不高,与理论值之差大于1%,但在频率和时间响应曲线中部,网络 $|Z|\sqrt{\omega}$ 和 $i$ 与半无限长分布参数传输线的理论值之差仍小于1%。若以10%精度为界,本文研制的九节热电模拟网络的频率范围为0.04Hz~200kHz,运行时间为0.8微秒~1.58秒,与设计相符。

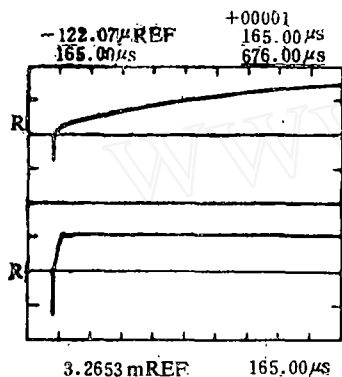


图6 本文研制的九节网络电信号观测  
上线—温度曲线 下线—热流率曲线

在网络制作中,曾得到杨海升、祝辉两同志的大力帮助,在此表示衷心感谢!

## 五、电信号观测

为了进一步观察已制成的九节热电模拟网络特性,将铂膜电阻温度计综合热特性标定装置产生的理想抛物线电压函数<sup>[7]</sup>送入模拟网络输入端,并同时记录输入和输出信号(图6)。观测结果表明:网络输出与理论值相符很好,其精度在1%以内。曲线起点下跳是因电桥初始不平衡所致。

## 参 考 文 献

- [1] 王世芬:第四届全国激波管和激波学术会议论文集,(1987),424-431。
- [2] Lawson, D. I. and Mcguirs, J. H.; Inst. Mech. Engr. Proc. A167275 (1952)。
- [3] Robertson, A.F. and Daniel Gross; Jour. of research of the N.B.S., 61,2 (1958)。
- [4] Meyer, R. F.; N.R.C. of Canada, Aero.Rept LR 279(1960)。
- [5] 俞鸿儒,李仲发:力学与实践,1(1980)。
- [6] Oldfield, M.L.G., Burd, H.J. and Doe, N.G.; 16th Symposium of international centre for heat and mass transfer, (1982)。
- [7] 李仲发:第二届全国激波管会议文集,(1981)。

# A WIDE-BANDWIDTH ANALOGUE CIRCUITS FOR HEAT TRANSFER FLUCTUATION MEASUREMENTS

Wang Shifen

*(Institute of Mechanics, Academia Sinica)*

**Abstract** This paper describes a method for designing logarithmic analogue and a theoretical analysis to predict the performance of the analogue, both in the frequency domain and the time domain. 9 section analogues for a frequency range of 0.04Hz to 200kHz based on the design are given. This method combines the advantages of high precision, fewer elements, low cost, easier manufacture and so on as compared with others.

**Key words** wide-bandwidth analogue circuits, logarithmic analogue, heat transfer fluctuation measurements, impulse tunnel.