

弹塑性材料中孔洞成核、发展及应力场*

叶裕恭

(中国科学院力学研究所)

摘要 采用 Bermin 的孔洞成核的局部应力准则以及 Euler 坐标系下大应变有限元方法, 分析了平面应变条件下二相粒子与基体在三种不同的界面结合强度下的宏观材料的力学行为.

关键词 断裂韧性, 两相粒子, 结合强度, 空洞成核, 本构关系.

一、成核的局部应力准则

大量实验研究表明,许多金属与非金属材料的韧性断裂过程首先是孔洞在二相粒子与基体之间的界面上成核,而后通过孔洞长大,聚合直到宏观的断裂.孔洞成核表征了材料微观结构中的损伤的形成,因此有关成核的实验和理论研究一直是人们关注的.目前较广泛使用成核的准则有三:(1)能量准则⁽¹⁾、(2)局部应力准则^(2, 3, 4)、(3)应变准则⁽⁵⁾.Tanaka,Mori 和 Nakamura⁽⁶⁾的研究表明,当粒子尺度 $> 250\text{\AA}$ 时,孔洞成核的能量准则是容易得到满足的.关键在于局部应力条件是否达到.而局部应变准则一般是用来作为含有夹杂物材料内部孔洞成核的宏观应变条件,因此在具体探讨粒子与基体之间界面的成核过程,局部应力条件就显得更为适合.Argon 首先提出的,之后 Beremin 加以检验的局部应力判据较好的反映了三轴平均应力 σ_m 和有效应力 σ_e 的综合效应,同时也考虑了二相粒子的形状系数 λ ,因而比较容易被人接受,该式有

$$\sigma_e = \sigma_m + \lambda\sigma_c \quad (1)$$

式中 σ_c 是界面结合强度.

通过实验研究和计算分析,多种材料中粒子与基体的结合强度如下表所示(表中仅列出了部分金属材料)

材料型号	粒子成分	屈服应力 σ_s	温度	平均二相粒子尺度 μm	粒子与基体结合强度 σ_c	$\mu = \frac{\sigma_c}{\sigma_s}$
A 508 钢	MnS	460MPa	373 ° K	$17 \times 10 \times 3$	$1120 \pm 60\text{MPa}$	~ 2.5 ⁽⁴⁾
1045 钢	Fe ₃ C	50-68.6ksi	室温	0.44	242 ksi	3.5~4.8 ^(2,3)
铜	Cu-Cr	8.2-13ksi	室温	0.89	144 ksi	11-17.5 ^(2,3)
碳钢	Fe ₃ C	60.5kg/mm ²	室温	0.05	188kg/mm ²	3.5 ⁽⁷⁾

* 本文于 1988 年 3 月 21 日收到. 得到中国科学院重大科研项目基金支持.

从表中最后一列数据可以看出,对于不同的金属材料,二相粒子与基体的结合强度有很大差异,这些差异不仅影响到孔洞型损伤的形成和发展,而且也影响了材料的宏观力学行为.在韧性材料变形局部化的研究中,人们往往回避了基体中二相粒子的客观存在,采用简化的多孔弹塑性力学模型探讨断裂过程中变形局部化的物理机制^(8,9),但是多孔模型并不能反映出真实材料孔洞成核之后的长大和发展趋势.有两点是显而易见的:(1)二相粒子与基体脱开之前,材料的力学行为与多孔材料是不同的.(2)二相粒子与基体脱开样式受加载方式的影响,在单向加载下,孔洞成核后往往是一种极冠样式,孔洞继续长大受到二相粒子的制约,而单纯孔洞,变形是不受束的.基于这样的现实,采用计算模拟研究孔洞成核前后材料宏观力学响应是有意义的.

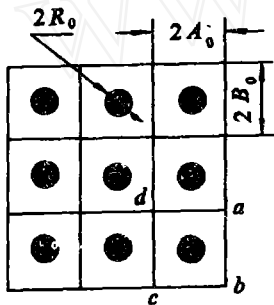


图1

二、大应变计算基本方程

平面应变条件下,弹塑性基体中镶嵌有双周期分布的刚性圆柱粒子,其力学模型如图1所示. $2A_0, 2B_0, R_0$ 分别表示变形前粒子的间距以及粒子半径.把abcd视为一个芯体,基于结构和载荷的对称性,可以选用1/4芯体作为计算模型.

由势能泛函 π 的极值条件可以导出 McMeeking-Rice 给出的虚功方程⁽¹⁰⁾

$$\delta\pi = \int_V [\tau_{ij}^* \delta D_{ij} - \frac{1}{2} \sigma_{ij} \delta (2D_{ki} D_{kj} - v_{k,i} v_{k,j})] dV - \int_S \hat{f}_i \delta v_i ds = 0 \quad (2)$$

式中 $\pi = 1/2 \int_V [\tau_{ij}^* D_{ij} - \sigma_{ij} (2D_{ik} D_{kj} - v_{k,i} v_{k,j})] dV - \int_S \hat{f}_i v_i ds$

$$D_{ij} \text{ 是应变速率张量 } D_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i})$$

τ_{ij} 是 Kirchhoff 应力张量

$()^*$ 表示 Jaumann 导数

σ_{ij} 表示 Cauchy 应力张量;

$v_{i,j} = \partial v_i / \partial x_j$, x_j 是物质点位置矢量.

\hat{f}_i 是载荷率.

利用 Prandtl-Reuss 增量型本构关系

$$\tau_{ij}^* = L_{ijkl} D_{kl} \quad (3)$$

式中

$$L_{ijkl} = [E / (1 + \nu)] \{ \delta_{ik} \delta_{jl} + [\nu / (1 - 2\nu)] \delta_{ij} \delta_{kl} - \beta \frac{3S_{ij} S_{kl}}{2\sigma_e^2 (1 + [2(1 + \nu) / 3E] E_c^{(p)})} \}$$

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{当 } \sigma_e = \sigma_{eMax} \text{ 和 } \sigma_e^* > 0 \\ 0 & \text{当 } \sigma_e < \sigma_{eMax} \text{ 或 } \sigma_e^* < 0 \end{cases}$$

$$\sigma_e = (\frac{3}{2} \rho_{ij} S_{ij})^{1/2}, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{2} \delta_{ij} \sigma_{kk}$$

把(3)式代入(2)有

$$\delta\pi = \int_V [L_{ijkl} D_{kl} \delta D_{ij} + \delta v_{k,i} \sigma_{ij} v_{k,j} - 2\delta D_{kl} \sigma_{ij} D_{kl}] dV - \int_S \dot{f}_i \delta v_i ds = 0 \quad (4)$$

对于平面应变状态,变形率张量满足 $D_{13} = D_{33} = D_{23} = 0$

假如基体材料的单轴应力-应变曲线满足幂硬化,下列关系成立

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & \text{对于 } \sigma \leq \sigma_s \\ \sigma_s (\varepsilon / \varepsilon_s)^n & \text{对于 } \sigma > \sigma_s \end{cases} \quad (5)$$

式中 σ , ε 分别为真应力和对数真应变, σ_s, ε_s 分别为屈服应力和应变.由此可导出切线模量与有效应变关系.为简单起见,计算中略去了 ε_s 与 ε_s^p , E_{ss} 与 E_{ss}^p 之间区别.

二相粒子与基体界面之间的结合强度为 σ_c ,计算中以(1)式作为成核判据,一旦粒子与基体结合处脱离,需要不断修改边界条件.

三、边界条件与宏观材料力学参数

1、圆柱刚性粒子双周期排列的边界条件

1/4 芯体模型见图 2 所示,在单向加载条件下,除了 mn 边界上的平均载荷率保持为零外,尚须考虑材料中所有芯体的边界在变形后能继续相互连接和匹配,因此芯体的边界位移受到一定的限制,其变形前后必须继续保持为直线边界.粒子与基体脱开前,边界条件满足

$$v_\alpha(x_1, x_2) = 0, \quad (\alpha = 1, 2) \quad \text{在 } x_1^2 + x_2^2 = R_0^2 \text{ 上} \quad (6a)$$

$$v_1(0, x_2) = 0, \quad \dot{f}_2(0, x_2) = 0 \quad \text{在 } x_1 = 0 \text{ 上} \quad (6b)$$

$$v_2(x_1, 0) = 0, \quad \dot{f}_1(x_1, 0) = 0 \quad \text{在 } x_2 = 0 \text{ 上} \quad (6c)$$

$$v_1(A, x_2) = \text{限量}, \quad \dot{f}_2(A, x_2) = 0, \quad \dot{T}_{mn} = \frac{1}{B} \int_0^B \dot{f}_1(A, x_2) dx_2 = 0 \quad \text{在 } x_1 = A \text{ 上} \quad (6d)$$

$$v_2(x_1, B) = V_2, \quad \dot{f}_1(x_1, B) = 0, \quad \dot{T}_{mc} = \frac{1}{A} \int_0^A \dot{f}_2(x_1, B) dx_1 \quad \text{在 } x_2 = B \text{ 上} \quad (6e)$$

式中 \dot{f}_1, \dot{f}_2 分别表示边界上的载荷率, V_2 表示 mc 边界的法向加载的位移率, v_α 表示位移率.在变形过程中,芯体内部处于不同的应力状态,当 mc 边界在 x_2 方向加载位移率给定 V_2 ,那么 mn 边界在 x_1 方向的位移率 V_1 就不是随意的,它需要在 $\dot{T}_{mn} = 0$ 的前提下确定.数值计算中通过反复调整芯体 $x_1 = A$ 边界的位移率,直到该边界上的载荷率 $\dot{T}_{mn} < 10^{-4}$ 为止.

粒子与基体连接的节点一旦脱开,譬如脱开节点 i 的坐标为 (x_1^i, x_2^i) ,那么相应节点处的约束条件必须修正,并且有 $v_\alpha(x_1^i, x_2^i) \neq 0$.

2、宏观材料力学性能参数

把芯体视为宏观材料中的一个物质点,由于在整个加载过程中,应力、应变张量的主方向保持不变,因此可以以芯体三个端面上的平均应力 \bar{T}_α 以及芯体三个方向的应变 $\bar{\varepsilon}_\alpha$ 表示该点的应力应变状态($\alpha = 1, 2, 3$).对于平面应变条件下的单向加载,有 $\bar{T}_1 = 0, \bar{\varepsilon}_3 = 0$,同样该点的有效应力 $\bar{\sigma}_e$,有效应变 $\bar{\varepsilon}_e$,三轴平均应力 $\bar{\sigma}_m$,平均应变 $\bar{\varepsilon}_m$,分别有

$$\bar{\sigma}_e = (\bar{T}_2^2 + \bar{T}_3^2 - \bar{T}_2\bar{T}_3)^{1/2} \tag{7a}$$

$$\bar{\sigma}_m = 1/3(\bar{T}_2 + \bar{T}_3) \tag{7b}$$

$$\bar{\epsilon}_e = 2/3(\bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2 + \bar{\epsilon}_1\bar{\epsilon}_2) \tag{7c}$$

$$\bar{\epsilon}_m = 1/3(\bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2) \tag{7d}$$

利用 (7a) — (7d) 可以建立宏观材料应力应变之间的关系. 由于这些宏观力学量是基于确定的一组细观几何参数 (包括粒子尺寸和间距) 和物理参数 (包括粒子、基体材料性能及两者结合强度等) 得到的, 因此它们实际上是细观结构参数在宏观上的表现.

四、结果与分析

基体材料的机械性能选取为: 屈服应力 $\sigma_s = 0.0022E$, E 为弹性模量, 泊松比 $\nu = 0.3$, 应变硬化指数 $n = 0.1$, 原始状态下, 圆柱粒子等间距排列, 有 $A_0/B_0 = 1$, 粒子与基体的结合强度 σ_c 分别为 $2\sigma_s$, $3\sigma_s$, $4\sigma_s$, 计算中 $1/4$ 芯体被分成 24 个 8 节点等参单元, 为了保持单向加载 (但非单向应力状态), 在加载过程中, 表征芯体 x_1, x_2 两方向的应变增量比值 α 是变化的. $\alpha = d\bar{\epsilon}_1/d\bar{\epsilon}_2$. 图 3 示出了在相同几何参数下, 多孔材料以及不同结合强度 σ_c 下, 含有圆柱刚性粒子弹塑性材料的 $\alpha - \bar{\epsilon}_2$ 的关系.

在平面应变条件下, 对于均质弹塑性材料, 基于塑性体积不变 $d\bar{\epsilon}_{ij}^p = 0$, 如果略去弹性变形引起的体积变化, 因此有 $d\bar{\epsilon}_1 + d\bar{\epsilon}_2 \approx 0$, 故有 $|\alpha| \approx 1$. 当材料内部一旦有微孔或微裂纹形成, 材料变成可膨胀性, $|\alpha|$ 值将随着材料可膨胀性的大小而变化. 图 3 表明, 多孔介质的体积膨胀效应随着轴向应变 $\bar{\epsilon}_2$ 增大开始有一段平稳的阶段, 当 $\bar{\epsilon}_2$ 达到极大值 \bar{T}_2 出现的时刻, 体积膨胀效应急剧增大. 之后又开始缓和下来, 从直观上可以推测到单向加载下的微孔洞, 拉伸到最后将变成针状裂纹, 压缩的最后变成钱币型裂纹, 到这时体积膨胀效应又会逐渐减弱. 对于含有二相粒子的弹塑性材料, 从曲线可知, 在粒子与基体尚未脱开之前的弹塑性状态, $|\alpha|$ 接近于 1, 随着 $\bar{\epsilon}_2$ 的加大, 基体与粒子之间的裂纹逐渐扩大体积膨胀效应也因此逐渐明显, 三种不同结合强度的结果说明, 随着结合强度 σ_c 的增大, 体积膨胀越弱, 计算结果还表明了粒子与基体

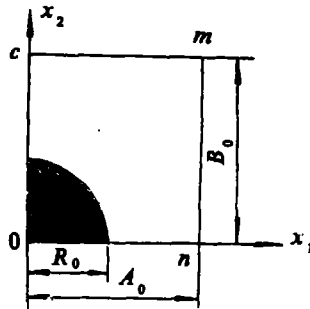


图2

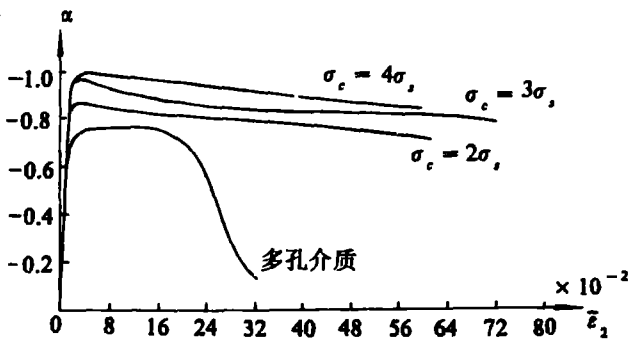


图3

脱开的过程, 界面脱开是间断性的, 这是因为界面上某点一旦脱开, 从而导致其附近结合处应力松弛或者能量释放, 只有当位移加载继续加大到一定程度, 界面脱开才会继续发生。图4表示了结合强度 σ_c 等于3倍 σ_s 时脱开的示意图。图中 $\Delta\theta$ 表示界面裂纹所在方位, $\Delta\bar{\epsilon}_2$ 表示处于该裂纹状态下的轴向应变范围。当轴向应变 $\bar{\epsilon}_2$ 已接近0.75时, 裂纹尚未发展成完整的孔洞, 这是因为未脱开处的局部应力发展得极为缓慢, 而有趣的是已脱开并成为裂纹的局部表面却有较大的应力集中, 其值高达8倍 σ_s , 为此是否可以这样设想, 在单轴加载条件下, 材料中的损伤发展不排除界面上微裂纹在基体内部延伸扩大。

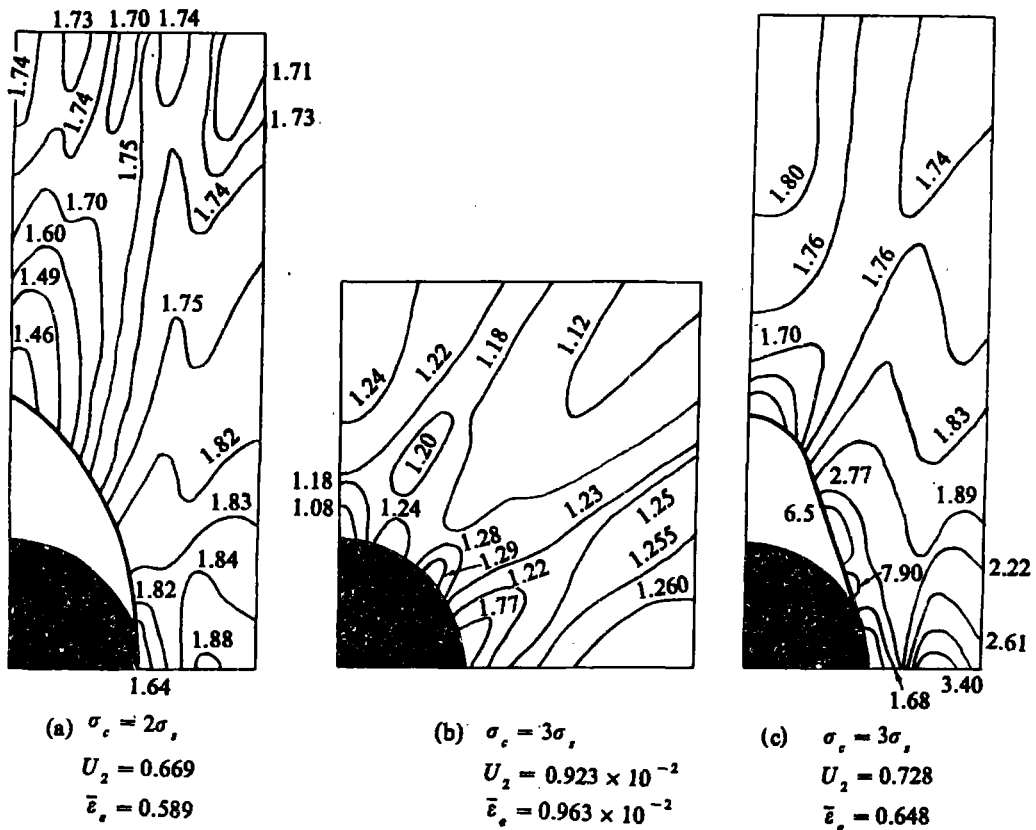
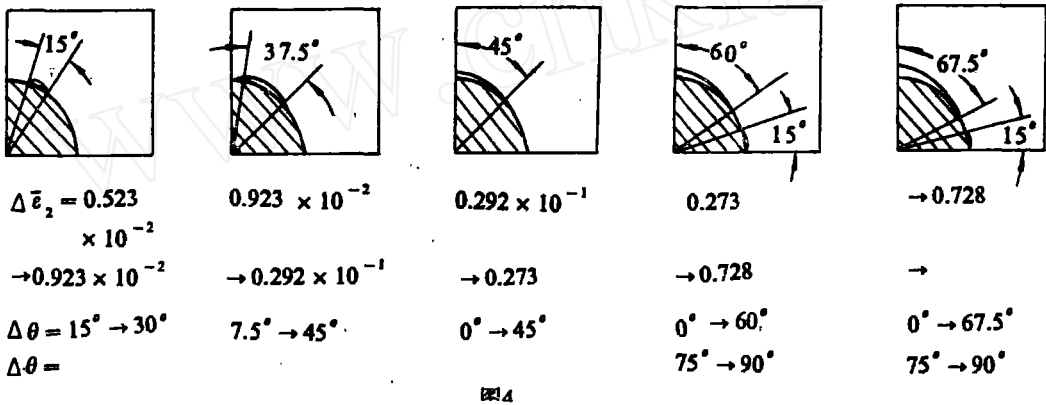


图5示出了有效应力等高线的分布.其中图5(a)、5(b)表示 $\sigma_c = 3.0\sigma_s$ 情况下,轴向应变 $\bar{\epsilon}_2$ 分别为 0.923×10^{-2} 、 0.728 时的应力状态.有效应力最大值出现在临近尚未脱开的界面上后者有效应力最大值都出现在已开裂的界面上.图5(c)示出了 $\sigma_c = 2.0\sigma_s$, $\bar{\epsilon}_2 = 0.669$ 时的有效应力等高线分布,这时粒子与基体已经脱开,在已脱开的界面上没有最大的局部应力集中.

粒子与基体结合处最早脱离的方位也是人们感兴趣的,然而从计算角度来看,这几乎是人为的,通过公式(1)中的 λ 值的选择,可以改变粒子与基体首先脱开的方位,这是因为在单轴加载下,基体中有效应力 σ_e 最大值在 45° 方位,而最大静水拉力却在接近拉伸轴方位,倘如加大系数 λ 值,显然这是增强 σ_e 的主导作用,其结果必然导致粒子与基体脱开的方向趋向 45° 方位.反之则使粒子脱开方向趋向于拉伸轴.利用这个结论,可以通过对真实材料中的粒子与基体脱开方位的实际观测得到一些修正局部应力准则的启示.

图6、7示出了界面结合强度分别为 $2\sigma_s$ 、 $3\sigma_s$ 、 $4\sigma_s$ 时计算得到的 $T_2 - \bar{\epsilon}_2$ 、 $\bar{\sigma}_s - \bar{\epsilon}_s$ 、 $\bar{\sigma}_m - \bar{\epsilon}_m$ 曲线,结果表明,随着界面结合强度增高,孔洞成核推迟.通常人们把 $\bar{\sigma}_s - \bar{\epsilon}_s$ 曲线上的切线模量出现负值时,称之为材料“软化”.对于目前计算选用的幂硬化基体材料,在 $\sigma_c = 2\sigma_s$ 时,材料“软化”在 $\bar{\epsilon}_s > 0.5$ 之后出现,对于 $\sigma_c = 3\sigma_s$ 、 $4\sigma_s$ 的情况,“软化”点更要向后推迟.因此结合强度增高,对提高材料的极限强度是有利的.图8示出了多孔单轴加载和单孔单轴加载下宏观材料 $\bar{\sigma}_s \sim \bar{\epsilon}_s$ 的关系,两者相差如此之大说明孔洞之间的交互作用是不能忽略的.

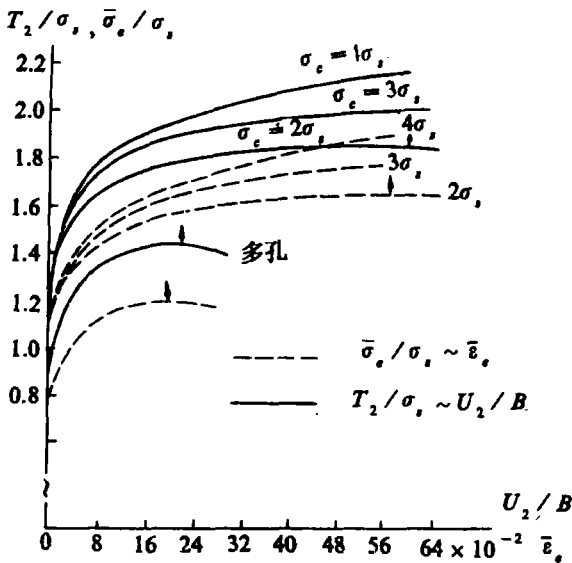


图6

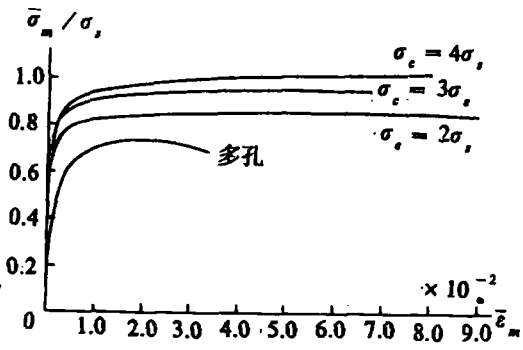


图7

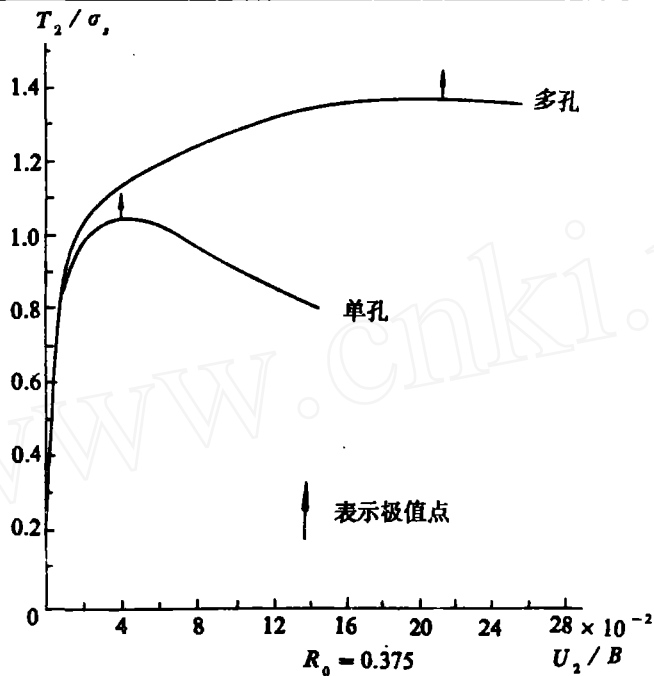


图8

五、 结 论

1、二相粒子与基体之间的结合强度直接影响宏观材料的极限强度以及材料软化效应 σ_c 增大,材料越强化,这类高结合强度的材料其界面上的裂纹很难形成和发展成封闭式的孔洞,在稳态的变形条件下(指未发生分叉失稳),材料基于孔洞型的聚合断裂不如结合强度低的材料来得容易。

2、单轴加载下,非孤立空洞或非孤立粒子之间的交互作用是明显的,由于孔洞之间或者粒子之间相互制约,导致材料更加强化,这是在材料微观断裂的机制研究中不可忽视的。

3、文中方法可以用探讨两种不同组分粘弹型材料复合的力学行为,并能作为建立这类两相复合材料本构关系的手段。

参 考 文 献

- [1] Gurland J. and Plateau J., Trans. ASM, 56(1963), 442.
- [2] Argon A. S., Im J. and Safoglu R., Met. Trans. A, 6A(1975), 825.
- [3] Argon A. S. and Im J., Met. Trans. A, 6A(1975), 839.
- [4] Beremin F. M., Met. Trans. A, 12A(1981), 723.
- [5] Goods S. H. and Brown L. M., Acta Metall, 27(1979), 1.
- [6] Tanaka K., Mori T. and Nakamura., Phil.Mag., 21(1970),267.
- [7] 叶裕恭, 力学学报 18(1986),46.

- [8] Tvergaard V., *Int.J.Fract.Mech.*, 17(1981),389.
[9] 叶裕恭, 李国琛, *固体力学学报*, 4(1987),294.
[10] McMeeking R. M. and Rice J. R., *Int.J.Solid Struct.*, 11(1975),601.
[11] Fisher J. R. and Gurland J., *MetaScience*, 15(1981),185.

CAVITY NUCLEATION, GROWTH AND STRESS FIELD IN ELASTIC-PLASTIC MEDIUM

Ye Yugong

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, China)

Abstract

A finite element method is used to study the cavity nucleation and growth in an elastic-plastic medium. The critical cohesion strength, σ_c at IPM (interface between second phase particle and matrix) is employed as the criterion of cavity formation. Three different values of σ_c are taken to examine their influence on the overall mechanical behaviour and process of cavity formation.

Key words

Matrix, Particle, Cavity nucleation and growth, Cohesion strength, Large strain analysis, Mechanical behaviour.