

# 高密度聚乙烯的复合应力蠕变<sup>1)</sup>

卢锡年

(中国科学院力学研究所)

**摘要** 本文通过实验方法确定多重积分型蠕变方程中的各个时间函数,并在认识材料非线性粘弹特征的基础上作出合理修正,最后得到适用于单轴及复合应力条件下的蠕变方程。

**关键词** 蠕变,复合应力,高密度聚乙烯

聚合物作为工程材料使用时,材料的力学行为一般具有非线性粘弹特征。解决非线性粘弹材料在复杂应力状态下的力学问题比较困难,在现有分析方法的基础上配合相应的实验工作以求解,是目前可行的途径之一。

复合应力蠕变是研究材料在复杂应力状态下力学行为规律的一种较理想的实验方法,近三十年来不断有研究工作发表。由于实验需要专用的高性能设备,限制了工作开展的广泛性。目前已发表的工作,包括高温或室温,恒应力或阶梯状应力等不同条件下材料的复合应力规律,研究对象包括不锈钢、硬铝及若干聚合物。总的说来,到目前为止数据积累不够充分,分析工作也有待完善。

目前,高密度聚乙烯(HDPE)已成功地进入了石油、天然气工程应用中。HDPE油气管具有铺设方便、重量轻、耐腐蚀等优点,已成为钢制油气管的替代产品。本文以此作为应用背景,在自行研制的专用复合应力蠕变机上开展实验研究,以认识材料的非线性粘弹特点,并建立适用的蠕变本构方程。

**数学分析** 描述单轴拉伸下材料的蠕变行为,曾成功地使用了带有记忆特征的积分方程型本构关系。该方程写作

$$\varepsilon = \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau$$

非线性粘弹材料的复合应力蠕变可用多重积分形式的方程来表示。Leadermen及Findley等认为,用多重积分式中的前三项来描述聚合物的蠕变行为是可行的。该式中包含了12个独立的时间函数。对于二维应力状态,独立的时间函数减为9个。

在复合拉扭条件下,若应力及温度均为常数,可导出下列蠕变方程:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \sigma(\pi_1 + \nu_0) + \sigma^2(\pi_2 + \pi_3 + \nu_1) + \sigma^3(\pi_4 + \pi_5 + \nu_2 + \nu_3) \\ &\quad + 2\sigma T^2(\pi^4 + \nu_2) + 2T^2\pi_2 \\ &= R\sigma + M\sigma^2 + N\sigma^3 + 2\sigma T^2(\pi^4 + \nu_2) + 2T^2\pi_2. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{12} = T\nu_0 + 2T^3\nu_2 + \sigma T\nu_1 + T\sigma^2(\nu_2 + \nu_3) \quad (2)$$

1) 本文为国家自然科学基金资助项目。

本文于1989年1月17日收到第一次稿,于1989年9月13日收到第二次稿。

通过实验定出方程(1)、(2)中的 9 个时间函数, 即可得到复合应力蠕变的解析表达式, 它当然可以同时适用于单轴应力状态。

以上分析中考虑了非线性粘弹性, 并采用了小变形及各向同性假定。

**实验装置及试样** 实验用复合拉扭蠕变试验机于 1985 年完成研制并装备使用。除可供复合应力试验使用外它还可以换装夹具作为三轴单向拉伸蠕变机使用。试验机配有测量轴向变形的差动变压器及测量扭转变形用的电位器式传感器及相应的测量放大器与记录仪。该设备可保证在  $-70^{\circ}$  至  $+250^{\circ}\text{C}$  范围内长时连续工作。

试验料为日本三井公司的高密度聚乙烯, 牌号为 Hi-Zex 6300M。粒料用挤出成型法制成圆棒, 车削加工为薄壁管状试件。试件通过螺纹部分受载, 中部两个凸台为固定引伸计用。凸台之间 50mm 为试件标距段。

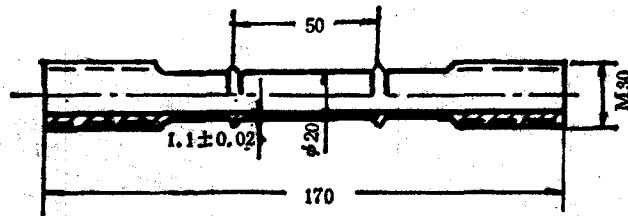


图 1 试件

**方程的修正及时间常数的确定** 根据 Findley 等提出的方法, 可以通过三个单向拉伸, 三个单纯扭转及两个拉扭复合蠕变试验定出方程(1)、(2)中全部 9 个时间常数。但实验发现对于 HDPE 材料, 方程(1)计算得到的  $\varepsilon_{11}$  值与实验值相差过大, 为此需要寻求合理修正的方法。

单轴拉伸条件下,  $\tau = 0$ , 方程(1)简化为:

$$\varepsilon_{11} = R\sigma + M\sigma^2 + N\sigma^3 \quad (3)$$

式中第一项为线性项, 第二、三项为非线性项。若材料在低应力下存在一个线粘弹区, 则方程(3)中的非线性项不应出现在该应力区内。线粘弹区设法通过实验定出。

所有实验数据均收集在图 2 和图 3 中。由图可见, 在双对数坐标上,  $\varepsilon_{11}-t$ 、 $\varepsilon_{12}-t$  均成直线关系, 直线的斜率也近似相同。因此, 可以用下列幂函数方程来描述轴向及剪切蠕变应变与时间相关的部分,

$$\varepsilon_{11} = At^n \quad (4)$$

$$\varepsilon_{12} = Bt^n \quad (5)$$

实验定出  $m = n = 0.21$ 。

方程(4)对时间求导, 可得轴向蠕变率方程:

$$\dot{\varepsilon}_{11}(t) = An t^{n-1} \quad (6)$$

$n$  与应力无关, 因此可用蠕变系数  $A$  表示不同应力水平下的相对蠕变速度。

通过一系列不同应力水平下的单轴拉伸蠕变实验, 可以定出  $A-\sigma$  曲线, 见图 4。该关系在  $\sigma = 2.4\text{MPa}$  以下为直线, 即此时蠕变速度与应力成线性关系。

此外, 通过瞬态加、卸载实验, 得到材料的瞬态应变值与载荷的关系, 见图 5。结果表

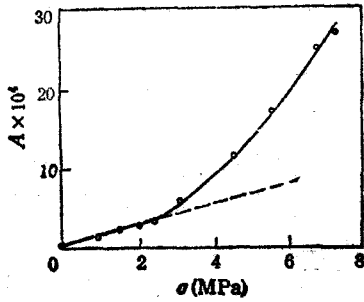


图2 蠕变系数A与应力关系

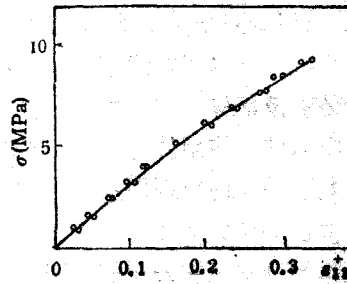


图3 瞬时应变与应力关系

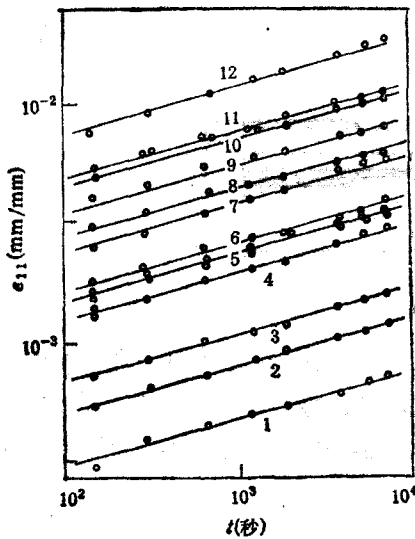


图4  $\lg \epsilon_{11} - \lg t$

1.  $\sigma = 0.82$  2.  $\sigma = 1.43$  3.  $\sigma = 1.94$  4.  $\sigma = 2.4, \tau = 3.7$  5.  $\sigma = 2.7, \tau = 4.1$  6.  $\sigma = 2.8, \tau = 2.4$  7.  $\sigma = 3.9, \tau = 3.5$  8.  $\sigma = 4.0, \tau = 2.8$  9.  $\sigma = 4.7, \tau = 2.8$  10.  $\sigma = 4.7, \tau = 4.3$  11.  $\sigma = 5.17, \tau = 2.14$  12.  $\sigma = 7.2$

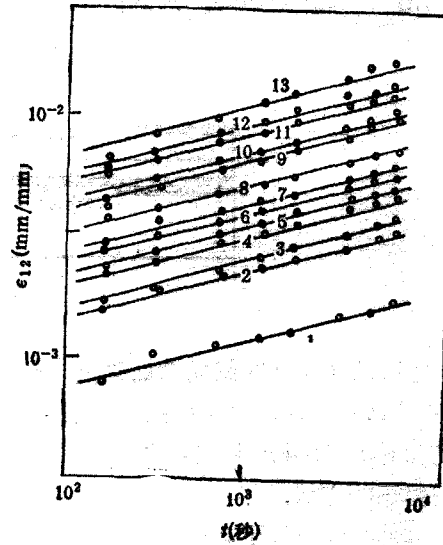


图5  $\lg \epsilon_{12} - \lg t$

1.  $\tau = 1.2$  2.  $\tau = 1.8$  3.  $\sigma = 5.17, \tau = 2.14$  4.  $\sigma = 2.8, \tau = 0.4$  5.  $\tau = 2.6$  6.  $\tau = 2.84$  7.  $\sigma = 4.0, \tau = 2.8$  8.  $\tau = 3.13$  9.  $\tau = 3.53$  10.  $\sigma = 3.9, \tau = 3.5$  11.  $\sigma = 2.7, \tau = 4.1$  12.  $\tau = 4.15$  13.  $\tau = 4.5$

明,瞬态应变在  $\sigma = 5\text{MPa}$  以下与应力成线性关系。

综合以上实验结果,可以判断在  $\sigma = 2.4\text{MPa}$  以下为材料的线粘弹区。据此可将方程(3)改写为:

$$\epsilon_{11} = R\sigma + L\Delta\sigma + M\Delta\sigma^2 + N\Delta\sigma^3 \quad (7)$$

规定 
$$\begin{cases} \Delta\sigma = \sigma - \sigma_0 & \text{当 } \sigma \geq \sigma_0 \\ \Delta\sigma = 0 & \text{当 } \sigma < \sigma_0 \end{cases}$$

在本文情况下,  $\sigma_0 = 2.4\text{MPa}$ 。

这样,需要四个单轴拉伸蠕变实验定出方程(7)中的  $R, L, M, N$ 。确定全部时间常数的实验增加到9个。

最后,可以得到 HDPE 常温复合应力蠕变方程:

$$\epsilon_{11} = [1.33\sigma + 1.05(\sigma - \sigma_0) + 0.592(\sigma - \sigma_0)^2 + 0.0077(\sigma - \sigma_0)^3 + 0.088\sigma T^2 - 0.157T^2]10^{-4}t^{0.21} \quad (8)$$

$$\epsilon_{12} = [2.57T + 0.11T^2 - 0.011\sigma T^2 + 0.019\sigma T]10^{-4}t^{0.21} \quad (9)$$

式中  $\sigma$  为拉应力,  $T$  为剪应力. 使用的单位为:  $\sigma$ 、 $T$  为 MPa,  $\epsilon$  为 mm/mm,  $t$  为秒.

**计算与实验值比较** 通过(8)、(9)可得到各种应力组合下的蠕变计算值. 计算结果及实验值列出于表 1 和表 2, 并收集在图 6、7、8、9、内.

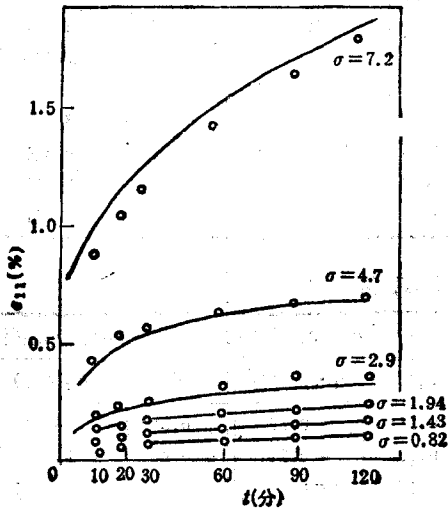


图 6 拉伸蠕变曲线  
— 计算值 ○ 实验值

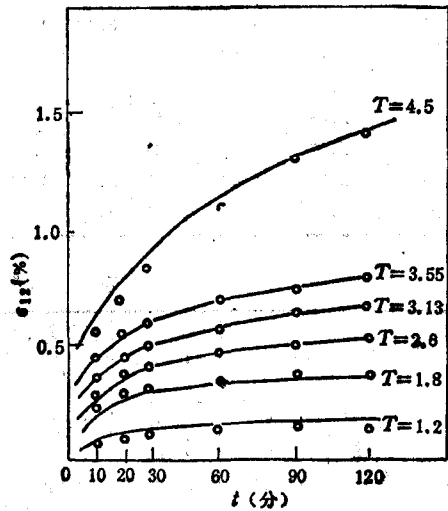


图 7 扭转蠕变曲线  
— 计算值 ○ 实验值

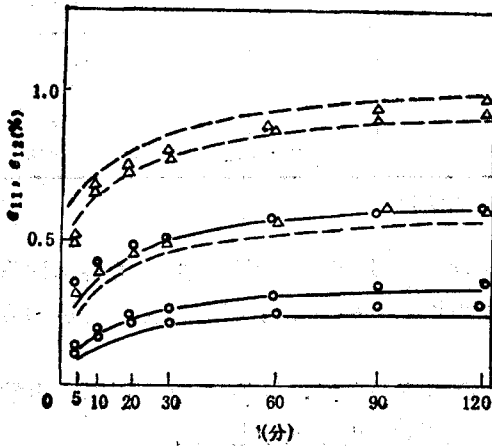


图 8 拉扭蠕变曲线  
—  $\epsilon_{11}$  计算 — —  $\epsilon_{12}$  计算  
○  $\epsilon_{11}$  实验 △  $\epsilon_{12}$  实验

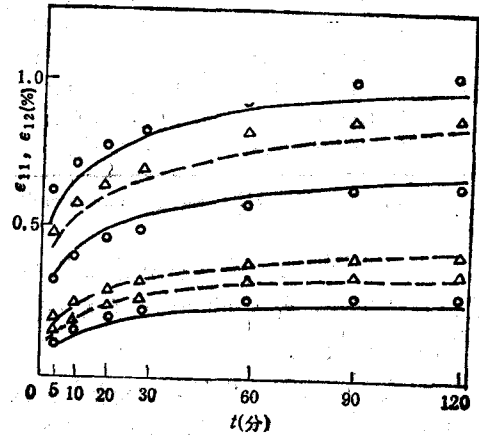


图 9 拉扭蠕变曲线  
○  $\epsilon_{11}$  实验 △  $\epsilon_{12}$  实验

表 1 中列出了拉伸及拉扭蠕变的  $\epsilon_{11}$  值. 为便于分析, 表中分项列出了对应于方程(8)各项的蠕变应变计算值. 由表可见, 应变的非线性部分随应力的增加而急剧增大. 此外, 剪应力  $T$  对拉伸变形也有着不可忽视的影响.

表1  $\epsilon_{11}$  的计算值及实验值

$\sigma$	$T$	$\epsilon_{11}$ (实)	$\epsilon_{11}$ (计)	线性项					非线性项			T对 $\epsilon_{11}$ 的影响			$\epsilon_{11}$ (实)- $\epsilon_{11}$ (计)
				$R\sigma$	$L\Delta\sigma$	$M\Delta\sigma^2$	$N\Delta\sigma^3$	$\Sigma$	$2(\nu_1-\nu_2)\sigma T^2$	$2T^2\nu^2$	$\Sigma$	$\epsilon_{11}$ (实)			
5.27	2.14	16.80	15.58	6.88	2.91	4.54	0.16	7.61	2.08	-0.72	1.36	5.7%			
2.80	2.40	5.71	4.75	3.72	0.42	0.09		0.51	1.42	-0.91	0.52	16.8%			
2.40	3.70	4.62	3.93	3.19					2.89	-2.15	0.74	13.6%			
4.00	2.80	10.50	10.10	5.32	1.68	1.52	0.03	3.23	2.76	-1.23	1.53	3.8%			
3.90	3.50	9.67	10.84	5.19	1.58	1.33	0.46	3.37	4.20	-1.92	2.28	-9.4%			
2.70	4.10	5.47	5.32	3.59	0.32	0.06		0.38	3.99	-2.64	1.35	2.7%			
0.82	0	1.12	1.09	1.09								2.7%			
1.43	0	2.03	1.92	1.92								5.4%			
1.94	0	2.68	2.59	2.59								3.4%			
2.90	0	5.47	4.55	3.87	0.53	0.15		0.68				16.8%			
4.70	0	12.50	11.87	6.25	2.40	3.13	0.09	5.62				5.0%			
7.20	0	27.10	29.03	9.58	5.04	13.64	0.77	19.45				-7.1%			

表2  $\epsilon_{12}$  的计算值及实验值

$\sigma$	$T$	$\epsilon_{12}$ (实)	$\epsilon_{12}$ (计)	线性项		非线性项		$\sigma$ 对 $\epsilon_{12}$ 的影响			$\epsilon_{12}$ (实)- $\epsilon_{12}$ (计)
				$\nu_0 T$	$2\nu_1 T^3$	$\nu_1 \sigma T$	$(\nu_2 + \nu_3) T \sigma^2$	$\Sigma$	$\epsilon_{12}$ (实)		
5.17	2.14	6.50	6.20	5.50	1.08	0.25	-0.63	-0.38	4.6%		
2.80	2.40	7.59	7.61	6.17	1.52	0.13	-0.21	-0.08	0.26%		
2.40	3.70	15.20	15.02	9.51	5.57	0.17	-0.23	-0.06	1.1%		
4.00	2.80	10.04	9.33	7.20	2.41	0.21	-0.49	-0.28	10.3%		
3.90	3.50	14.30	13.40	9.00	4.72	0.26	-0.59	-0.33	6.3%		
2.70	4.10	15.20	18.00	10.54	7.58	0.21	-0.33	-0.12	-18.4%		
0	1.20	2.74	3.10	3.08	0.02				-13.3%		
0	1.80	5.94	5.27	4.63	0.64				11.2%		
0	2.60	8.32	8.61	6.68	1.93				-3.5%		
0	3.13	11.70	11.40	8.04	3.36				2.6%		
0	3.55	14.30	14.04	9.12	4.92				1.8%		
0	4.50	20.50	21.60	11.56	10.04				-5.4%		

注:  $\sigma$ 、 $T$  单位均为 MPa,  $\epsilon$  单位为 mm/mm 各应变项均应乘以  $10^{-4}$ 。

表2中列出了扭转及拉扭蠕变的 $\epsilon_{12}$ 值,同样也分项列出了方程(9)中 $\epsilon_{12}$ 的各项计算值。从结果看, $\epsilon_{12}$ 中的非线性项随剪应力增大得比较缓慢,同时,拉伸应力 $\sigma$ 对剪切应变的影响也较弱。

比较实验值与计算值,大部分实验数据与计算值符合良好,偏差在10%以内,少数计算值偏离实验值稍多,但也不超过20%。总的来看,结果是令人满意的。

**结论** 1. 用多重积分形式的蠕变方程描述非线性粘弹材料的单轴及复合应力蠕变是可行的。对于本文讨论的高密度聚乙烯材料,用多重积分方程的前三项,并加以合理的修正后,可以与实验结果满意地符合。

2. 材料的非线性粘弹区约在屈服强度的十分之一以下,高于这一应力水平,材料的力学性质具有明显的非线性特征。

3. 试验材料的恒应力蠕变, 不论在拉伸、扭转或复合拉扭加载条件下, 均可用幂函数形式的方程来描述。对于  $\epsilon_{11}$  及  $\epsilon_{12}$ , 实验结果允许幂指数用统一值  $n = 0.21$ , 这可以使最后的结果大大简化。

### 参 考 文 献

- [1] Findley W. N. et al., Book "Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials" (1976).
- [2] Tobushi H. et al., Bulletin of JSME, 29(1986), p. 348.
- [3] Cho V. W. et al., Trans. ASME J. Appl. Mech., 47(1985), p. 755.
- [4] Ferry J. D., Book "Viscoelastic Properties of Polymer" (1980).
- [5] Findley W. N. et al., Trans. ASME J. Appl. Mech., 45(1978), p. 507.
- [6] Ewing P. et al., J. Strain Anal., 7(1972), p. 9.
- [7] Lai J. S. et al., Polymer Eng. and Sci., 5(1969) p. 5.
- [8] Onaran K. et al., Trans. Soc. of Rheology, 9(1965), p. 299.
- [9] Findley W. N. et al., Proceedings ASTM, 62(1962), p. 1103.

## BIAXIAL STRESS CREEP BEHAVIOUR OF HIGH DENSITY POLYETHYLENE

Lu Sinien

(Institute of Mechanics Academia Sinica)

**Abstract** A series of creep tests of HDPE in uniaxial and biaxial stress state were performed on a specially designed biaxial creep machine, a multiple integral function relationship was employed and the stress terms up to third order have been taken into account. It is found that the corrected multiple integral representation considering the linear viscoelastic range in low stress level agrees very well with test data.

**Key words** creep, biaxial stress, high density polyethylene