

受有两级空洞损伤时韧性材料的力学行为

李国琛

(中国科学院力学研究所)

提要 本文利用大应变有限元方法研究了二级空洞对韧性材料的损伤作用。模型是以轴对称圆柱基体作为胞元,内含一初始的球型空洞。基体内的应力/应变随胞元外载的增大而达到临界状态,从而在围绕初级空洞的基体内将萌生次级空洞。后者是由空单元实现的,两级空洞的交互作用被证明将促进材料中的空洞化现象从而加速损伤并导致材料的总体弹性模量值在临近破坏时急剧下降。

关键词 韧性断裂, 空洞, 大应变。

一、前 言

为寻求解决韧性断裂的途径,许多研究工作者曾探索从分析空洞模型入手。例如,早期的 Rice和 Tracey^[1],在刚塑性的无限体内含有一球洞的前提下,曾导出了空洞扩展与宏观的应力和应变的关系式。之后, Gurson^[2]采用类似的分析方法研究了有限胞元体内含有空洞的模型并导出含有多空洞材料的塑性加载函数。其结果修改了经典塑性理论中的不可压缩性的假设并表明空洞化的损伤将带来加载面缩小的应变软化效应。Gurson 模型虽有物理含意的明确性和加载函数应用的简便性等优点,但是,由于它是在刚塑性材料下导出的且只有初级空洞,所以不能适应多种类型韧性材料的需要,尤其是未能反映两级空洞的交互作用。Tvergaard^[10]利用 Gurson 模型代表围绕大空洞的基体的材料本构行为以分析两级空洞在形成局部剪切带中的作用。Guennouni和Francois^[11]分析了刚塑性基体中含有两级大小空洞的力学响应后指出其交互作用将增大原一级(大的)空洞的扩张速率。

在实际材料中随着塑性变形的发展,首先在大夹杂物($\sim 10\mu\text{m}$)周围会形成初级空洞。此后,围绕碳化物或沉淀物的次级空洞($\sim 1\mu\text{m}$)则只有在更高的应力/应变条件下才能形成。有关次级空洞萌生的条件等在 Xia, Yang, Hong和Li^[3]的实验报告中有详细报导。为说明两级空洞的交互作用 Li和Howard^[4]曾采用应变软化模型来描述初级空洞周围基体材料承受次级空洞的损伤作用。但该模型仍假设基体无塑性体应变,未能反映次级空洞对体膨胀的贡献。为更真实地描述次级空洞的影响还应该包括该级空洞的扩

本文于1988年3月9号收到。

展所带来的损伤作用。为此,本文在原应变软化模型的基础上进一步引入了空单元的计算模拟方法并计算了空洞化损伤所造成的材料弹性模量值的降低。Tvergaard^[10]最早提出用空单元代表由于空洞扩展和聚合而导致材料丧失局部刚度。它反映了细观尺度上的损伤,因此有限元的网格划分应与材料内部的这一尺度相匹配。

二、两级空洞的计算模型

虽然实际材料中的大夹杂物常是盘状或接近椭球型的,作者在前文中^[6]曾论述过椭

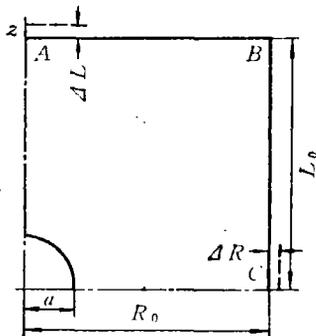


图1 胞元模型

球洞与某种球洞在损伤作用中的相当关系。为此,作为初级空洞本文将沿用球型空洞埋置于轴对称的圆柱基体中。图1绘制了该胞元的四分之一。初级空洞半径 a 与圆柱基体半径 R_0 之比为

$$r = a/R_0. \quad (1)$$

根据Li和Howard^[6]所述过的有关空洞模型的宏观响应与微观参数的关系已知胞元的长宽比尺寸对模拟空洞扩展及损伤的作用不大。为此在以下的分析中将取

$$L_0/R_0 = 1$$

作为初始的尺度比。总之,这一胞元是作为含有周期性空洞分布的材料的一个基本单元或典型代表。

在本文中假设围绕初级空洞的基体为应变硬化材料。其中次级空洞的逐渐形成和扩展所带来的微结构损伤是通过以下的本构描述和计算模拟来实现的。

(1) 对于初始为应变硬化的基体材料选用了可膨胀塑性本构方程^[7]。由此可以反映次级空洞还没有形成但围绕细小粒子(碳化物或沉淀物)的基体与粒子之间已有某些开裂和间隙。这样就在基体内造成平均意义的体膨胀。

(2) 随着基体与细小粒子之间的裂隙的扩大,基体材料损伤逐渐积累形成应变软化效应并伴之以较大的塑性可膨胀性。在计算中则利用当基体内某点的,或称局部的,应力/应变达到临界状态:

$$\text{如 应力准则 } \sigma_m + \lambda \sigma_c = \sigma_c \quad (2)$$

$$\text{或 应变准则 } \varepsilon_e = \varepsilon_c \quad (3)$$

作为出现应变软化的判据。其中 σ_c 和 σ_m 分别是局部的等效应力和平均应力, λ 是一个反映这两类应力对基体损伤作用不同的影响系数, σ_c 称作临界应力, ε_c 则是等效应变,其临界值是 ε_c 。应变准则主要适用于局部的三轴张应力较低,材料的韧性主要取决于塑性应变的情况。

(3) 当基体与细小粒子已基本脱节则为次级空洞的萌生。在用有限元计算模拟时是用空单元来实现的。由于在此之前基体与细小粒子的间隙已较大所以计算时可用该有限单元的平均应变(主要是塑性体应变部分)达到临界值时作为判据,即

$$\varepsilon_m = E_c \quad (4)$$

对应以上说明,图2给出了基体与粒子之间脱节的示意性过程。



图 2

胞元的各边界上受有均匀的增量位移。圆柱侧面上的径向位移增量 dU_r 与上下圆截面上的轴向位移增量 dW_z 之间的关系是

$$\frac{dU_r}{R/R_0} = -\alpha \frac{dW_z}{L/L_0} \quad \left(\begin{array}{l} W_z = \Delta L/L_0 \\ U_r = \Delta R/R_0 \end{array} \right) \quad (5)$$

其中 R 和 L 是圆柱体的瞬时尺寸， α 是增量位移之间的比例系数。由它可以控制胞元总体应变的比值。胞元的各边界面上的剪切应力均为零。

三、大应变计算中的基本方程

大应变计算的原则是基于 McMeeking 和 Rice^[8] 所提出的逐级更新的 Lagrangian 体系。其中规定速率场 V_i 的解应满足使以下泛函

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \left[\frac{\mathcal{D}\tau^{ij}}{\mathcal{D}t} D_{ij} - \sigma^{ij} (2D_{ik} D_{jl} g^{kl} - V^h |_{,j} V_k |_{,i}) \right] dv - \int_{\dot{S}} \dot{F}^i V_i ds \quad (6)$$

为最小。其中 $\mathcal{D}\tau^{ij}/\mathcal{D}t$ 是 Kirchhoff 应力 τ^{ij} 的 Jaumann 率， D_{ij} 是变形率且有 $D_{ij} = \frac{1}{2}(V_i |_{,j} + V_j |_{,i})$ ， σ^{ij} 是 Cauchy 应力（即真应力） g^{ij} 是度量张量， \dot{F}^i 是外加载荷率又 v 和 s 分别为体积和表面积。文献[7]所给出的可膨胀塑性本构方程为

$$-\frac{\mathcal{D}\tau^{ij}}{\mathcal{D}t} = L^{ijkl} D_{kl} \quad (7)$$

其中
$$L^{ijkl} = \frac{E}{1+\nu} \left[\frac{1}{2} (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}) + \frac{\nu - E/3E_0^{(e)}}{1-2\nu + E/E_0^{(e)}} g^{ij} g^{kl} - \frac{3}{2\sigma^2} \frac{E}{E_0^{(e)}} \frac{s^i s^j s^k s^l}{\frac{2}{3}(1+\nu) + \frac{E}{E_0^{(e)}}} \right];$$

E ， ν 分别是弹性模量和 Poisson 系数， s^i 是应力偏量， $E_0^{(e)}$ 和 $E_0^{(p)}$ 是材料的等效应力—应变曲线 $(\sigma_e - \epsilon_p)$ 和平均应力—应变曲线 $(\sigma_m - \epsilon_m)$ 上的塑性切线模量。当 $E_0^{(e)} \rightarrow \infty$ 以上结果趋于 Prandtl-Reuss 的经典方程。

由于是轴对称受力，可以如图 1 所示取胞元的 1/4 为代表。计算时的边界条件为：

$$\begin{aligned} \dot{W} &= (dW_z) L_0 && \text{在 } z = L \text{ 面上} \\ \dot{F}_z &= 0 \\ \dot{U} &= (dU_r) R_0 && \text{在 } r = R \text{ 面上} \\ \dot{F}_z &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

并取伸长度 W_z 作为广义时间 t 。

在轴对称受力情况下, 胞元的宏观应力、应变(均在应力、应变符号上冠以“-”)还将有以下各项关系:

(1) 由于各边界面上的位移是均匀移动的,

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_z &= \ln(1+W_z) \\ \bar{\varepsilon}_r &= \ln(1+U_r) \\ \dot{\varepsilon}_e &= \frac{2}{3}(\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_r), \quad \bar{\varepsilon}_e = \int \dot{\varepsilon}_e dt = \frac{2}{3}(\bar{\varepsilon}_z - \bar{\varepsilon}_r) \\ \dot{\varepsilon}_m &= \frac{2\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_z}{3}, \quad \bar{\varepsilon}_m = \frac{2\bar{\varepsilon}_r + \bar{\varepsilon}_z}{3}\end{aligned}\quad (9)$$

(2) 定义在图 1 中 AB 平面上的平均轴向应力为 $\bar{\sigma}_z$ 又圆柱面上 BC 的平均径向应力为 $\bar{\sigma}_r$ 。不难证明在各边界面上 AB 和 BC 将分别有:

$$\begin{aligned}\int_{AB} \sigma_z \dot{L} ds_{AB} &= \dot{L} \int_{AB} \sigma_z ds_{AB} = \bar{\sigma}_z s_{AB} \dot{L} \\ \int_{BC} \sigma_r \dot{R} ds_{BC} &= \dot{R} \int_{BC} \sigma_r ds_{BC} = \bar{\sigma}_r s_{BC} \dot{R}\end{aligned}$$

所以选择平均应力 $\bar{\sigma}_z, \bar{\sigma}_r$ 作为胞元的宏观应力则在此情况下符合外力功率相等的原则。相应地还有宏观的等效应力和平均应力分别为

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_e &= \bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_r \\ \bar{\sigma}_m &= \frac{\bar{\sigma}_z + 2\bar{\sigma}_r}{3}\end{aligned}\quad (10)$$

用有限元方法计算时, 图 1 中的 $1/4$ 胞元被分割为 436 个等应变三角单元共有 248 个节点。这一网络密度与前文〔4〕、〔5〕相近, 可以保证足够的计算精度。由于准备采用空单元来模拟次级空洞的萌生和扩展作用, 而这一情况又可以在基体内任何达到临界状态处发生, 所以没有必要对应力集中区域划分更精细的网格。因此, 图 1 中的 $1/4$ 胞元是用基本上等面积的三角形单元分割的。

四、两级空洞的交互作用

对于基体材料的力学性能参数这里借用了文献〔3〕中所给出的钢材数据, 如表 1 所列。

表 1 $E/E_{te}-\varepsilon_e$ 关系表 (屈服应变 $\sigma_y/E = 0.002, \nu = 0.3$)

ε_e	0.030	0.040	0.050	0.065	0.080
E/E_{te}	84	102	143	183	257
ε_e	0.120	0.200	0.600	0.750	0.900
E/E_{te}	476	500	580	700	900

又在应变硬化阶段 $E/E_{im} = 1.1$ 。由于在大应变计算时一般可以忽略全应变与塑性应变的区别所以自此以下不再对切线模量等附加 (p) 的上标。依照文献[3]中测定的情况，软化条件(2)、(3)中所涉及的各项参数取为

$$\lambda = 1.7, \quad \sigma_c = 5.4\sigma_y, \quad \epsilon_c = 1.3;$$

于是 $E/E_{ie} = -1000$ 。 $E/E_{im} = -70$ 。萌生空单元的临界条件按(4)式并取 $E_s = 0.033$ ，相当于基体内有局部的体膨胀10%。

为使胞元的宏观力学响应能大体上反映文献[3]中所试验的 A、B、C 三类轴对称圆柱棒试件(即光滑的、大缺口、小缺口)中心部位的材料按连续介质考虑时的力学性能，本文计算时对各算例控制其加载的比例参数 α 。其变化范围是：

- (A) 由0.30逐渐增大到0.49,
- (B) 由0.20逐渐增大到0.47,
- (C) 由0.15逐渐增大到0.46.

由(5)式可见 α 值愈小则胞元侧面所承受的张力愈大。为此，A、B 和 C 代表了三种不同的试样在其中心部位所承受的三种等级的三轴张应力情况。张应力愈大则韧性愈小。因此，胞元所能维持的宏观等效应变值 $\bar{\epsilon}_e$ 将与其承受的宏观平均应力 $\bar{\sigma}_m$ 成反比。

初级空洞的初始半径按(1)中的定义取为 $r = 0.2$ 。初始的空洞百分数 $f_v = 0.53\%$ 。

图3绘制了三种胞元在临近破断之前的情景。黑色区代表了基体内由于次级空洞的萌生、扩展与聚合而形成的区域。阴线区是形成这类空单元区的先导，应变软化部分。在以上的算例中大多数的情况是由应力准则(2)控制着应变软化的出现，但对于韧性较大的A例则会有应变准则(3)起主导作用的情况。

在实际计算中用空单元技术来反映材料内部空洞，裂隙的形成和扩展不仅有其直观性和便利性等优点也是为继续保持数值稳定性所必须的。众所周知，数值计算中的刚度矩阵的稳定性要求其主对角线上的系数之间的比值不能太大，反映在取有限元时其面

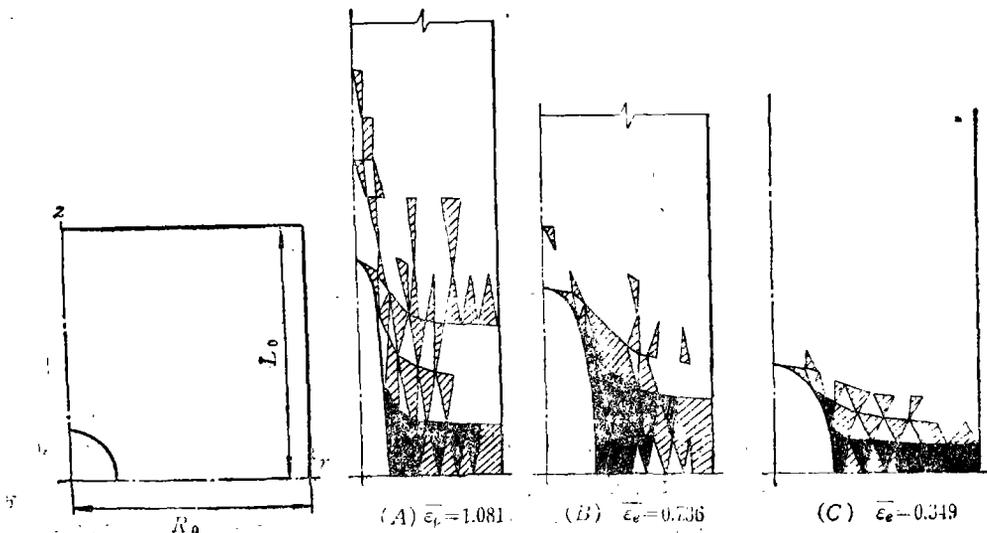


图3 三种试样中心部位材料的损伤图

积差别就不可太悬殊,否则将导致总体刚度矩阵中出现“病态”现象。在使用了应变软化效应来描述材料内部的损伤时,由于局部刚度系数值的降低,其效果也会促使病态方程组的形成。于是唯一可取的数值处理办法,同时也符合实际物理现象,就是将该“极弱”单元摘除。与此相配合的,对于韧性较大的情况需要采用应变准则(3)。如图3(A)所示,当应变很大时,有关的单元被拉长较多。根据有限元计算的要求,单元的几何尺寸比不可太大否则计算精度要降低。为此可以利用软化后塑性体应变增大的事实,一旦单元中的平均应变 ϵ_m 达到临界值 E_c 后即可按判据(4)予以消除。否则,单元一再拉长也未必达到应力准则(2)的规定,就无从软化和空洞化;既不反映事实也将阻碍计算的继续进行。

从图3中还可以看到,由于受力状态的不同,材料内部损伤的不同特点。对于韧性较大,三轴张应力较小的(A)例无论是初级空洞或次级空洞均被拉伸得很细长。而对于三轴张应力较大的(C)例则空洞的形状呈均匀鼓胀的特征。三个算例中的共同特点是在初级空洞周围次级空洞可以与之聚合。这就表明在实验中观测初级空洞的扩展时应该计入这一影响。例如,Marini等^[9]曾声称其实测的空洞扩展就比按文献[1]所导出的理论值大许多。其原因就可以归结为原有的理论模型^[1]只考虑了初级空洞的扩展而没有计入两级空洞的交互作用及其聚合等因素。从图3中还可可见次级空洞的扩展常是间断性的由此形成中间断面上的锯齿形状。这些都与实验观测的现象^[9]相吻合。

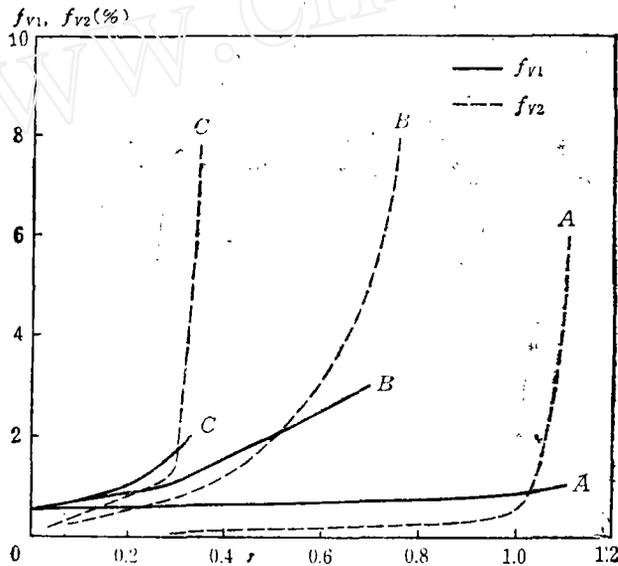


图4 两级空洞的体积百分数与胞元宏观的等效应变的关系

图4绘制了两级空洞体积百分数 f_{v1} (初级)和 f_{v2} (次级)随胞元的宏观等效应变 ϵ_e 的变化。从图中可见初级空洞与次级空洞的扩展加速的转折点位置基本相同。这表明二者有相互促进的作用。因此两级空洞的损伤后果不是简单地迭加,而是相互加聚。为此,作为胞元的总体损伤和断裂判据就不能仅用含空洞百分数这一个参数来表征。

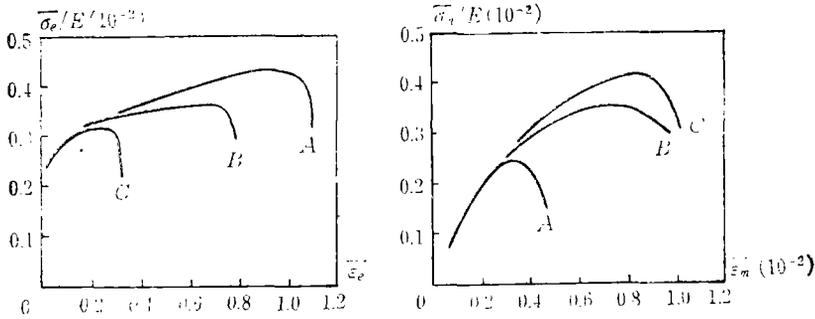


图 5 胞元的总体应力-应变图

图 5 给出了胞元的总体的等效应力-应变曲线 ($\bar{\sigma}_e - \bar{\epsilon}_e$) 和平均应力-应变曲线 ($\bar{\sigma}_m - \bar{\epsilon}_m$), 表明了三个胞元不同受力状态。比较图 4、5 可见, 由于次级空洞的大量发展 (约在 $\bar{\epsilon}_e = 1.05(A)$, $0.70(B)$ 和 $0.32(C)$) 造成了宏观上的应力响应的急速降低, 从而形成明显的应变软化效应。

五、宏观弹性模量值与材料内部损伤的关系

在完成图 5 所示的各应力-应变曲线的计算过程中每个算例约需 700 个增量, 在这一全过程中平均每 80 个增量左右 (开始时间间隔大些以后临近破断时间间隔小些) 停顿一次记录有关的数据并予以贮存下来, 然后使胞元在停顿点承受卸载 (即施加相反方向的位移增量)。此时径向与轴向的卸载比值仍按 (5) 式的规定进行, 卸载过程一般持续 10 个负的位移增量以使胞元的总体轴向应力 $\bar{\sigma}_z$ 降低约 50% 左右, 一般通过一两个减量后即可得到胞元的稳定的弹性模量。按照弹性力学的应力-应变关系式, 在轴对称情况下应有

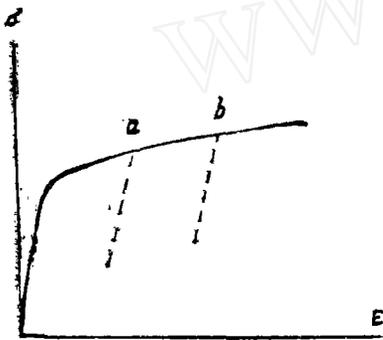


图 6 在各停顿点 a, b... 处施行卸载和沿原路径继续加载的示意图

$$\bar{E} = \frac{\Delta \bar{\sigma}_z (\Delta \bar{\sigma}_z + \Delta \bar{\sigma}_r) - 2 \Delta \bar{\sigma}_z^2}{\Delta \bar{\epsilon}_z (\Delta \bar{\sigma}_z + \Delta \bar{\sigma}_r) - 2 \Delta \bar{\epsilon}_z \Delta \bar{\sigma}_z} \quad (11)$$

其中 $\Delta \bar{\sigma}$ 和 $\Delta \bar{\epsilon}$ 分别为每个减量加载过程中胞元的宏观应力和应变的变化, 弹性模量 \bar{E} 带有一个横线表示宏观的或总体的以区别于基体的弹性模量 E 。后者在计算中一直保持为常数。

每次卸载后可根据原记录的贮存数据按塑性加载的路径 (图 6 中的实线) 继续计算直到下一个中断点, 如 b 点, 再依照前面的办法贮存数据, 之后再实行总体弹性卸载计算以求新历程下的总体弹性模量值 (图 6 中的虚线)。简言之, 在整个加载路径上各中断点 (如图 6 中的 a, b...) 都可以利用计算机记忆的办法实行加载和卸载两个路径的计算。这样作法可以避免反复加卸载而带来的计算发散性。

在各中断点处按(11)式计算的 \bar{E} 值随 $\bar{\epsilon}_e$ 的变化记录在图7中。比较图4和图7可见胞元总体弹性模量值的下降与次级空洞的大量发展是紧密相关的。二者发生转折时的等效应变值 $\bar{\epsilon}_e$ 相吻合。

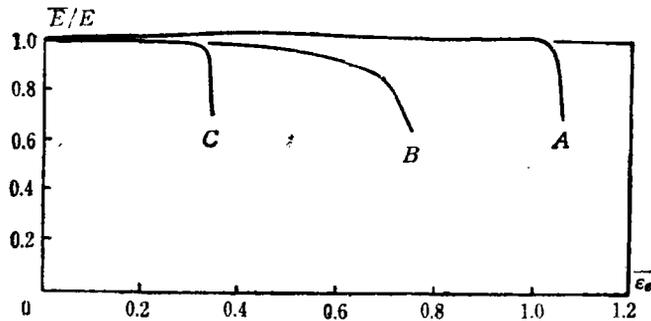


图7 胞元宏观弹性模量 \bar{E} (除以基体弹性模量 E)随宏观等效应变 $\bar{\epsilon}_e$ 的变化

六、结 论

由于实际材料中常含有不同尺度的二相粒子,这样,就会围绕各类粒子形成两级空洞。它们是在不同的受力阶段上萌生和扩展的,二者之间有明显的交互影响。一般来说,这一作用将加聚空洞化的损伤,其后果不能用含有同样体积百分数的初级空洞所代表。为此,在估计材料损伤时引用基于单级空洞模型的结论,例如 Gurson 的模型^[2],可靠性是不够的。

材料受空洞化损伤的后期其宏观弹性模量也会出现明显的下降。由此可见,在引用经典的从塑性势出发的理论时所涉及的正交法则需要慎重,因为后者是建立在弹性和塑性二者无关的前提之下。另外,从本计算模拟角度也可见用弹性模量的降低作为损伤的估计参数是有参考价值的。

参 考 文 献

- [1] Rice J. R. and Tracey D. M., J. Mech. Phys. Solids, 17(1969), 201.
- [2] Gurson A. L., J. Eng. Mat. Technol., 99(1977), 2.
- [3] Xia X.X., Yang G.Y., Hong Y.S. and Li G. C., Mechanical Behaviour of Materials. V, Proc. 5th Int. Conf., Beijing, China. 3-6 June(1987), v1, 199.
- [4] Li G. C. and Howard I. C., J. Mech. Phys. Solids, 31 (1983), 85.
- [5] 李国琛, 固体力学学报, 3 (1985), 388.
- [6] Li G. C. and Howard I. C., Int. J. Solids Structures, 19(1983)1089.
- [7] 李国琛, 力学学报, 16(1984), 580.
- [8] Mc Meeking R. M. and Rice J. R., Int. J. Solids Structures, 11(1975), 601.
- [9] Marini B., Mudry F. and Pineau A., Engng. Fracture Mech., 22(1985), 989.
- [10] Tvergaard V., Int. J. Solids Structures, 18(1982), 659.

- [11] Guennouni T. and Francois D., *Mechanical Behaviour of Materials-V*, Proc. 5th Int. Conf., Beijing, China, 3-6 June (1987), v1, 155.

THE MECHANICAL BEHAVIOUR OF DUCTILE MATERIALS DAMAGED BY SECOND GENERATIONS OF VOIDS

Li Guochen

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

Large strain finite element method is employed to investigate the damaging effect of two generations of voids in ductile materials. An axisymmetric cylinder embedding an initially spherical void is chosen as the model cell. Secondary voids will initiate around the initial void when the local stress/strain in the matrix increases to certain critical conditions. This event is numerically simulated through an empty element technique. The interaction between these two generations of voids has been proved to be favourable to the voiding condition, thus accelerating the material damage, characterized by the value of the overall elastic modulus which may undergo drastic drop when nearing final fracture.

Key words

Ductile damage, Void, Large strain.