

$$\pm C][(\tau_{31} + \tau_{32}) \pm C] = 0 \quad (7)$$

式中各符号意义见文献[4]。当用应力偏量的不变量表示时,式(7)即为

$$J_3 - k^2 J_2 + 2k^3 J_1 - k^6 = 0 \quad (8)$$

同理可知,式(7)及式(8)是不正确的。文献[5]早已提出的最大相当应力塑性条件,其数学表达式为

$$\max\{|\sigma_1 - \sigma|, |\sigma_2 - \sigma|, |\sigma_3 - \sigma|\} = k \quad (9)$$

式中, $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}$, 为平均正应力。文献[5]中,给出了式(9)在主应力空间的屈服面及在 π 平面的屈服轨迹。这个屈服轨迹与文献[4]中所给出的双剪应力屈服准则在 π 平面上的屈服轨迹形状相同。可见双剪应力屈服准则,就是文

献[5]中所给出的最大相当应力塑性条件。因此,双剪应力屈服准则的正确表达式应为式(9)。

参 考 文 献

- [1] 普拉格, W., 霍奇, P. G., 陈森译, 理想塑性固体理论, 科学出版社, 1964年, 23页。
- [2] Salencon, J., Applications of the Theory of Plasticity in Soil Mechanics, John Wiley & Sons, Ltd., 1977, p.5.
- [3] Соколовский В. В., Статика сыпучей среды, М., Физматгиз (1960), 16.
- [4] Yu Mao-Hong, Int. J. Mech. Sci., 25, 1(1983), 71-74.
- [5] Ивлев Д. Д., Теория идеальной пластичности, М., Наука (1966), 19.

(本文于1986年6月5日收到)

用小管流变仪对高浓度水煤浆的流变测量

汪建敏 祝金奎 谢秀兰 范 椿 (中国科学院力学研究所)

提要 在实验室用自制的小管流变仪对高浓度水煤浆的流变行为进行了实验研究。采用不同长短的管子进行了末端效应修正。采用不同管径的管子进行了滑移效应修正。我们假设高浓度水煤浆是不依赖于时间的流体,根据实验数据得到剪切应力和剪切速率的关系符合 Herschel-Bulkley 模型。

关键词 流变测量, 高浓度水煤浆, 剪切应力, 剪切速率, 小管流变仪

晏名文^[1]综述了1981年到1983年三次国际煤浆技术会议中水煤浆流变性能的研究工作,他们都采用旋转流变仪来测量水煤浆的流变性能。旋转流变仪测出的数据往往和管式流变仪测出的有所不同。这是因为这二种流变仪的几何形状不同故而流动状态也不相同。当我

们研究水煤浆的管道输送时,采用管式流变仪较好,这二者的流动情况相似。中国矿业学院研究生部张荣曾等^[2]研制了一种连续测量流动特性的毛细管流变仪,采用计算机处理数据。但对颗粒较大的流体不适用。我们用比毛细管口径略大的小口径管道做成流变仪,叫做小管流变仪。

1. 小管流变仪简介

实验室自制的小管流变仪如图1所示。水煤浆的压力测量采用二种方法:一种是定压下稳态记录压力,压力在全量程中稳定不变,重量法求平均流速,可以做到定常可靠;另一种方法,瞬态记录压力,压力可以连续记录,流量用压差计算,其点数可以任意,量程可以大大增加。管道E的直径和管长分别如表1。

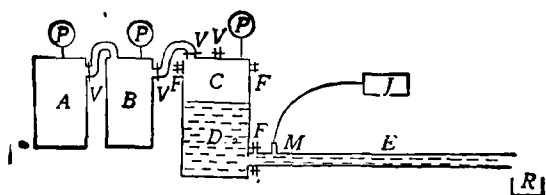


图1 小管流变仪简图

- A. 气源 B. 稳压罐 C. 贮存罐 D. 高浓度水煤浆
E. 小口径管道 R. 体积量杯 P. 压力表 V. 开关
F. 法兰 M. 瞬态压力感受器 J. 压力记录仪

表 1

直径(cm)	管长 (cm)		
φ 0.388	56.5	193.3	
φ 0.8		194	447
φ 1.08		193.9	324.3 426.1

2. 压力降和体积流量之间的关系

我们采用极坐标 (r, θ, z) , r 为管道的半径方向, z 为管道轴线方向, θ 为管道的圆周角。在完全发展的管流中有:

$$\tau_{rz} = \frac{1}{2} r \Delta p / L \quad (1)$$

其中 τ_{rz} 是 r, z 方向的剪切应力, Δp 为管道二端之压力降, L 为管道长度。用管壁处的边界条件代入(1)可得:

$$\tau_{rz} = \tau_w r / R \quad (2)$$

其中 τ_w 为管壁处之剪切应力, R 为管道半径。

对于时间不依赖的流体, 完全发展的层流流动, 其体积流量 Q 经分部积分后有:

$$Q = \pi \left[u r^2 \Big|_0^R - \int_0^R r^2 du \right] \quad (3)$$

其中 u 是管道中的速度, u 是 r 的函数。

管道中完全发展的层流, 其剪切速率 $-\frac{du}{dr}$ 是剪应力的函数, 即:

$$-du/dr = f(\tau_{rz}) \quad (4)$$

将(2), (4)代入(3), 并考虑管壁无滑移的情况, 经简单推导可得:

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau_{rz}^2 f(\tau_{rz}) d\tau_{rz} \quad (5)$$

管壁的剪应力由方程(1)可知:

$$\tau_w = D \Delta p / 4L \quad (6)$$

其中 D 是管道直径。

将方程(5)两边乘以 τ_w^3 , 并对 τ_w 微分, 再利用方程(4), 可得管壁的剪切速率 $\dot{\gamma}_w$ 如下:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_w &= -(du/dr)_{r=R} \\ &= [3Q + \Delta p dQ/d\Delta p] / \pi R^3 \quad (7) \end{aligned}$$

方程(6), (7)就给出了管壁的应力-应变关系。方程(7)可写成更方便的形式:

$$\dot{\gamma}_w = \frac{3n+1}{4n} (8V/D) \quad (8)$$

其中

$$n = \frac{d \ln \tau_w}{d \ln \left(\frac{4Q}{\pi R^3} \right)} = \frac{d \ln \tau_w}{d \ln \left(\frac{8V}{D} \right)} \quad (9)$$

这里 V 是平均速度。

我们对浓度为 69.1% 的某种水煤浆进行了测量。

图2中 A, B 线表示管径为 0.388 cm, 管长分别为 56.5 cm; 193.3 cm, 在相同温度下得到的实验曲线。($T = 12^\circ\text{C}$)

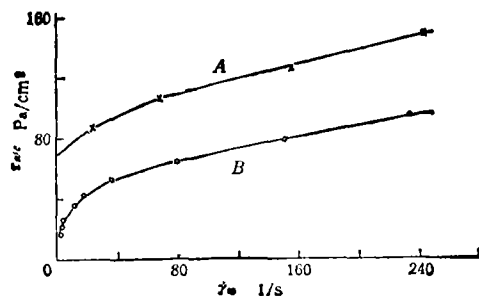


图2 管壁的应力 τ_w 和应变 $\dot{\gamma}_w$ 的实验结果

$R = 0.194 \text{ cm}$ $T = 12^\circ\text{C}$

A: $L = 56.5 \text{ cm}$ B: $L = 193.3 \text{ cm}$

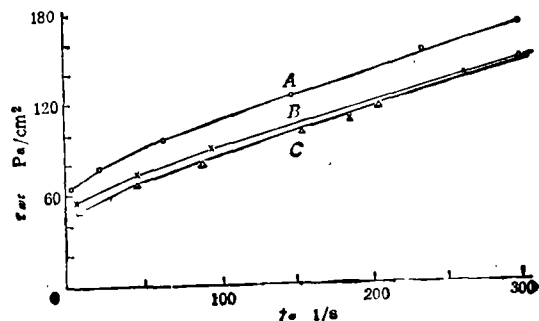


图3 管壁的应力 τ_w 和应变 $\dot{\gamma}_w$ 的实验结果

$R = 0.54 \text{ cm}$ $T = 12^\circ\text{C}$

A: $L = 193.9 \text{ cm}$ B: $L = 324.3 \text{ cm}$ C: $L = 426.1 \text{ cm}$

图3中A, B, C线为管径1.08 cm, 管长分别为193.9 cm; 324.3 cm; 426.1 cm; 在相同温度下得到的实验曲线。(T = 12°C)

图4中A, B线表示管径为0.8 cm, 管长为447 cm, 温度分别为20°C和10°C的实验曲线。

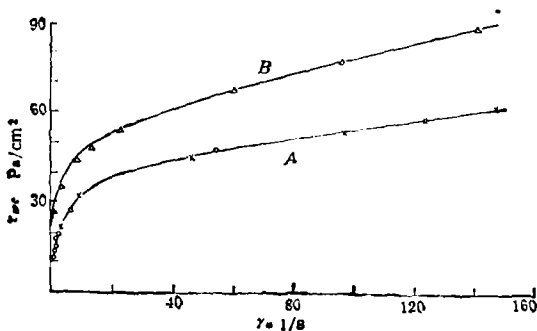


图4 管壁的应力 τ_w 和应变 $\dot{\gamma}_w$ 的实验结果
R = 0.4 cm L = 447 cm
A: T = 20°C B: T = 10°C

3. 末端修正

由图2、3可见, 相同管径而管长不同的实验结果是不相同的, 本文不考虑温度变化的状况。只考虑由于使用不同管长时, 产生末端效应的修正。我们采用 Bagley^[3] 方法。即在方程(6)中增加一项修正 e 。经末端修正后的管壁切应力 τ_{wc} 如下:

$$\tau_{wc} = \Delta p / [4(L/D + e)] \quad (10)$$

其中修正项 e 可用作图法得到。对于不同的 $8V/D$ 值作出 $\Delta p - L/D$ 曲线, 其横坐标的截距即末端效应修正值 e 。

图5和图6分别给出半径 $R = 0.194$ cm

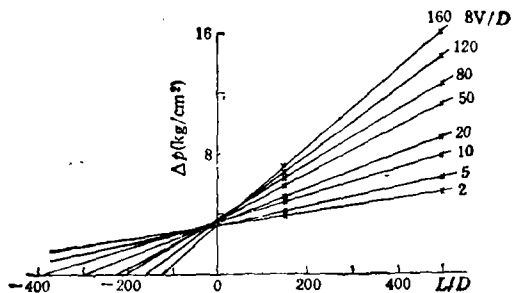


图5 压力降 Δp 和比值 L/D 的关系
R = 0.194 cm 的情况

和 $R = 0.54$ cm 的末端修正值 e 。

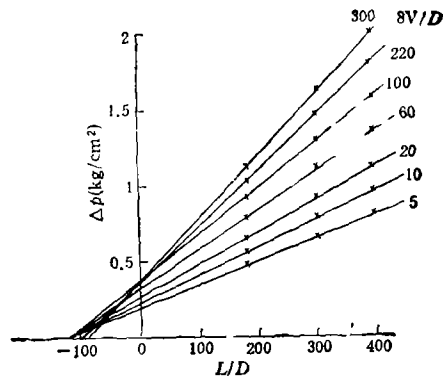


图6 压力降 Δp 和比值 L/D 的关系
R = 0.54 cm 的情况

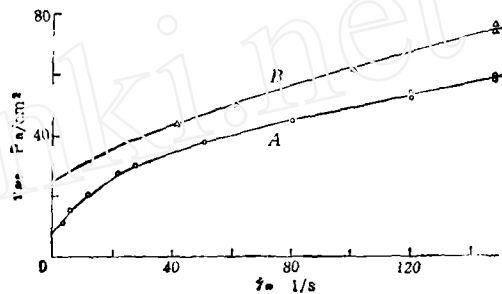


图7 修正后的管壁应力 τ_{wc} 和应变 $\dot{\gamma}_w$ 的关系
A: R = 0.194 cm B: R = 0.54 cm

图7中的A, B曲线分别是 $R = 0.194$ cm 和 $R = 0.54$ cm 的修正后的管壁应力 τ_{wc} 和应变 $\dot{\gamma}_w$ 的关系曲线。

4. 管壁滑移修正

对于管式流变仪来讲, 除了末端修正外, 还要考虑管壁滑移修正。这首先是 Oldroyd 提出的, 他认为流体和固体表面之间有一个有效表面速度 (effective surface velocity)^[4]。

在这种情况下, 将(2), (4)代入(3)后, 所得之方程比方程(5)多了一项如下:

$$\frac{Q}{\pi R^3 \tau_{wc}} = \frac{u_s}{R \tau_{wc}} + \frac{1}{\tau_{wc}} \int_0^{\tau_{wc}} \tau_{rz}^2 / (\tau_{rz}) d\tau_{rz} \quad (11)$$

其中 u_s 是有效滑移速度 (Oldroyd 称之为有效表面速度)。

Oldroyd 定义了一个滑移系数^[4]

$$\beta = u_s / \tau_{wc} \quad (12)$$

Jastrzeski^[5] 和 Kozicki 等^[6]在实验中发现,对于浓悬浮体来说,滑移不仅是剪切应力的函数,还是管径的函数,他们定义的滑移系数为:

$$\beta_c = u_i R / \tau_{wc} \quad (13)$$

高浓度水煤浆是浓悬浮体,故本文采用方程(13)之滑移速度。

滑移系数 β_c 可用作图法得到。对于不同的 τ_{wc} 值,作出 $4Q/(\pi R^3 \tau_{wc})$ 与 $4/R^2$ 的关系曲线,其曲线相应的斜率即滑移系数 β_c ,图8给出了上述曲线。

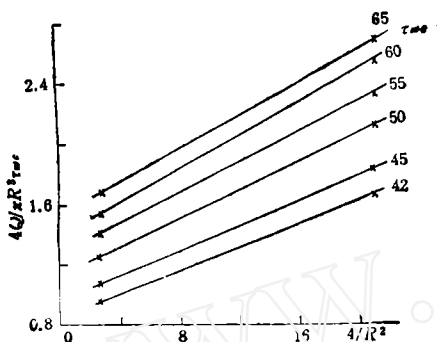


图8 对于不同的 τ_{wc} 值 $4Q_c/(\pi R^3 \tau_{wc})$ 和 $4/R^2$ 的关系

修正值 Q_c 为:

$$Q_c = Q - \beta_c \pi R \tau_{wc} \quad (14)$$

经滑移修正后的管壁剪切速率 $\dot{\gamma}_{wc}$ 为:

$$\dot{\gamma}_{wc} = \frac{3n' + 1}{n'} \left(\frac{Q_c}{\pi R^3} \right) \quad (15)$$

$$n' = \frac{d \log \tau_{wc}}{d \log (Q_c / \pi R^3)} \quad (16)$$

这里参数 n' 是在双对数坐标中 $\tau_{wc}-Q_c/\pi R^3$ 曲线的斜率,一般情况下,它不是常数而是 $Q_c/\pi R^3$ 的函数。

由上述可知,先由作图法求出 β_c ,然后代入方程(14)可得 Q_c ,再代入(15),(16)就可求出修正后的管壁剪切速率 $\dot{\gamma}_{wc}$ 的值。

5. 高浓度水煤浆的流变状态方程

非牛顿流体力学与牛顿流体力学不同,它

不能用一种流变状态方程来适用各种流动情况。因此用实验方法来确定物质在某种流动情况下的状态方程是研究此物质流动的基础。

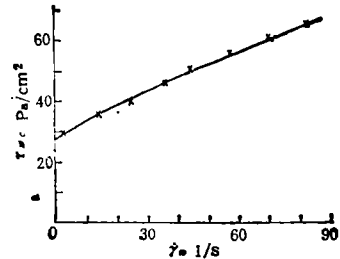


图9 修正后的管壁应力 τ_{wc} 和应变 $\dot{\gamma}_{wc}$ 的关系

由方程(15),(16)和(10)可以画出修正后的管壁应力 τ_{wc} 和应变 $\dot{\gamma}_{wc}$ 的关系曲线。如图9所示。由图9可得出高浓度水煤浆的流变状态方程,即:经过末端修正和滑移修正后的管壁应力 τ_{wc} 和应变 $\dot{\gamma}_{wc}$ 曲线,符合 Herschel-Bulkley 方程:

$$\tau = \tau_0 + K \dot{\gamma}^n \quad (17)$$

其中,屈服应力 $\tau_0 = 28 \text{ Pa/cm}^2$,模量系数 $K = 3.5332 \text{ Pas}^n/\text{cm}^2$,幂律指数 $n = 0.4428$,其相关系数为 0.9987。

参 考 文 献

- [1] 晏名文,力学进展,14,(1984),183.
- [2] Liang Juntai, Zhang Rong zeng, Proceedings Seventh International Symposium on Coal Slurry Fuels Preparation and Utilization, (1985)146.
- [3] Bogley, E.B., *J. Appl. Phys.*, 28,(1957),624.
- [4] Oldroyd, J.G., *J. Colloid Sci.*, 4,(1949), 333.
- [5] Jastrzeski, Z. D., *Ind. Eng. Chem. Fundls.* 6, (1967), 445.
- [6] Kozicki, W., Hsu, C.J., Tiu, C., *Chem. Eng. Sci.*, 22, (1967), 487.
- [7] Metzner, A.B., Reed, J. C., *A. I. Ch. E. J.*, 1, (1955), 434.
- [8] Boger, D. V., Ramamurthy, A. V., *A. I. Ch. E. J.*, 16, (1970), 1000.
- [9] Griskey, R. G., Green, R. G., *A. I. Ch. E. J.*, 17, (1971), 725.

(本文于1987年5月6日收到)