

· 论 著 ·

人体椎体松质骨的力学性质和应力分析

中国科学院力学研究所 李庄杰 陶祖莱
中国人民解放军航空医学研究所 杨企文 俞梦孙

内容提要 在人体新鲜椎骨(8个脊柱样本,160个椎体骨试样),整体静力学实验的基础上,通过有限元分析,确定了人体椎体松质骨的力学性质: $E=188 \pm 30 \text{ N/mm}^2$, $\nu=0.20$, 校核实验表明,此结果是可靠的。进而分析了在弹性极限条件下椎体的应力分布,得出相应极限压力应为 $\sigma_{zm}=5.53 \pm 0.15 \text{ N/mm}^2$ 。

前 言

脊柱骨折的发生和治疗,特殊情况下脊柱损伤耐限的确定和环境条件的合理设计,以及常见的腰肌劳损,椎间盘突出等疾病的病理机制和防治方法等一系列问题的解决都和脊柱的受力状态和力学行为有密切关系,而椎体的力学性质和应力分析则是基础。

椎体以松质骨为主体,外周是一层薄薄的骨皮质(厚约0.6mm)。关于椎体的力学性质,国外已经做了不少工作,Rolander^[1]和Schultz分别作过综述。我国朱东明^[3],杨企文^[4]等也做过一系列实验。总的来说,有关密质骨的数据比较接近,杨氏模量在11,000 N/mm^2 左右,但椎体松质骨的数据值则相当分散。据Yamada^[5]报导,椎体松质骨的杨氏模量为90 N/mm^2 ,而按Carter和Hayes^[6]的测量则为211 N/mm^2 。后者是前者的2.34倍,差异很大,造成这种差异的主要原因是实验条件。

众所周知,椎体松质骨是含水的海绵状结构,其力学性质依赖于其含水量,用一般方法把松质骨从椎体上取下来做成试样并作实验时,试样的含水量有明显的改变,这样得出的数据是不合理的。欲控制试样的含水量,就必需对试样附加约束,因而测量结果必然依赖于约束条件。而约束条件是否符合生理条件,则难以判定。实际上在生理条件下,椎体松质骨是在椎体密质骨的约束下受力的,而椎体力学分析所需要的正是这种约束条件下的椎体松质骨的力学性质。因此我们认为,以整个椎体为试样进行实验,进而通过理论分析来确定椎体松质骨的力学性质,是一条合理的途径。本文主要目的即在于此。

实验研究

实验材料: 18~48岁健康男性新鲜脊柱8具,取下椎体,切除附件,制成带端板的单个椎体,端面取平后作为试样。

实验装置: 用Schenck材料试验机进行测量,正向(沿椎体,纵轴方向)均匀加压,载荷误差不超过1%,位移测量误差亦为1%,加载速度为9.6 mm/min 。

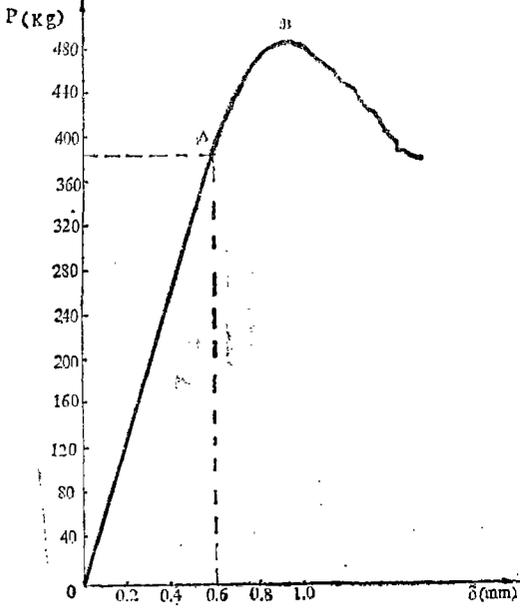


图1 典型的载荷—位移曲线

No.2, 男, 23岁, 体重68kg, 身高178cm, T₆

果, E_0 , ν_0 和 ν 的数据比较一致, 故取 $E_0=11000\text{N/cm}^2$, $\nu_0=0.25$, $\nu=0.20$ 。

为确定椎体松质骨的弹性模量E, 首先在线性区域内按测得的P和 δ 值, 用有限元法算出7个人的4个椎体(C₅, T₅, T₁₂, L₂)的模量。然后用所得的E值计算第八个人脊柱所

实验结果: 首先测定椎体的几何形状, 表1 给出了从C₅到L₄各个椎体的高度和上、下端面的矢径和横径尺寸的平均值。加载实验的结果以载荷(P)—位移(δ) 曲线的形式给出。图1是典型的测量曲线。显然, 在相当大的载荷范围内, 椎体可以看作线弹性体, 从A点开始, P— δ 曲线呈线性, 而B为屈服点。生理上感兴趣的载荷范围在线弹性区域之内。弹性极限点A则可看作是生理耐限。显然, P— δ 曲线反映了椎体整体的静力学性状, 欲由此确定椎体松质骨的力学性质, 则需作进一步的理论分析。

理论分析

假设椎体密质骨和松质骨都可作为均匀的线弹性体, 它们的力学性质分别用杨氏模量 E_0 , E 和 ν_0 , ν 来表征。据现有实验结

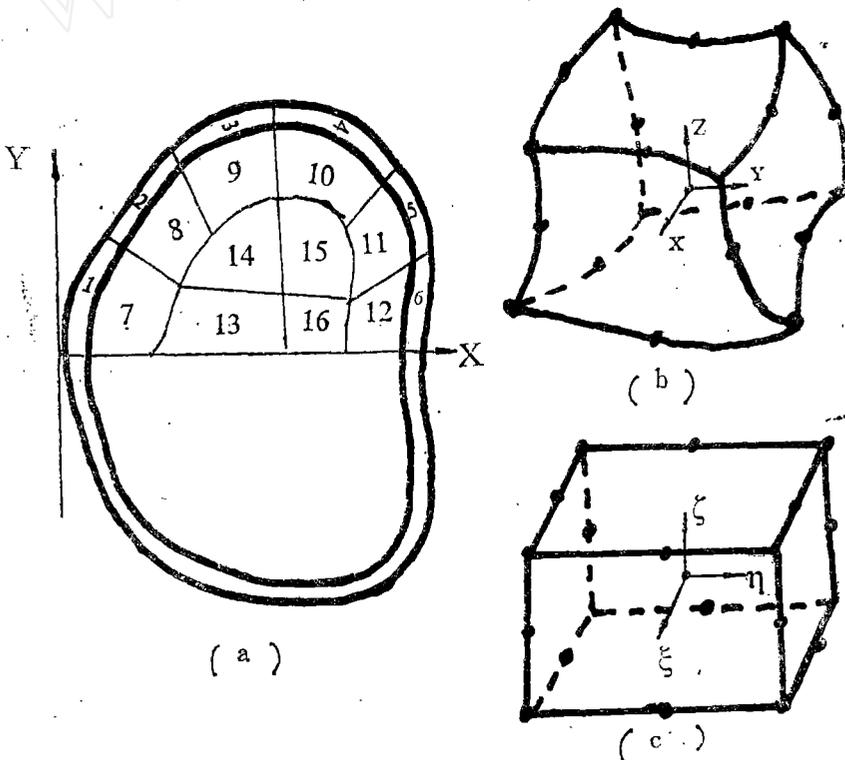


图2 有限单元的划分

- (a) 断面形状及单元划分, (b) 整体坐标 $\{x, y, z\}$ 中的曲六面体单元,
- (c) 局部坐标 $\{\xi, \eta, \zeta\}$ 中的正六面体单元。

得椎体 (从 C_4 到 L_2) 在给定位移下的载荷, 并和实验结果相比较, 以检验所得模量的可靠性。在此基础上再求椎体的应力分布, 确定椎体所能承受的极限应力。

假定椎体断面形状对矢状面来说近似对称, 则取一半进行分析 (在均匀受压状态下) 即可。采用曲六面体等参数元素, 每个椎体分为三层。如图 2(a) 所示每层有 16×2 个单元, 外缘的 6×2 个单元为密质骨区, 其内的 10×2 个单元为松质骨区, 每个单元均为曲六面体, 其上有 20 个结点。故每个椎体分为 48×2 个单元, 313×2 个结点。

设位移函数为 $\{u\}$

$$\{u\} = [N] \{\delta\}^e \dots\dots\dots (1)$$

$\{\delta\}^e$ 是各单元相应结点的位移。 $[N] = [N_i]$, $i=1, 2, \dots, 20$, 为形函数,

$$N_i = \begin{cases} \frac{1}{8} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) + (1 + \zeta_i \zeta) (\xi_i \xi + \eta_i \eta + \zeta_i \zeta - 2) & i=1, 2, \dots \\ \frac{1}{4} (1 - \xi^2) (1 + \eta_i \eta) (1 + \zeta_i \zeta) & i=9, \dots, 12 \\ \frac{1}{4} (1 - \eta^2) (1 + \xi_i \xi) (1 + \zeta_i \zeta) & i=13, \dots, 16 \\ \frac{1}{4} (1 - \zeta^2) (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) & i=17, \dots, 20 \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

则应变 $\{\epsilon\}$ 和应力 $\{\sigma\}$ 分别为

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}^e \dots\dots\dots (3)$$

$$\{\sigma\} = [D][B] \{\delta\}^e \dots\dots\dots (4)$$

$[B] = [[B_i]]$, $i=1, 2, \dots, 20$, 有

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ \frac{1}{1-\nu} & 1 & & & & & \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & \end{pmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

单元变形能为 U_e 。

$$U_e = \frac{1}{2} \iiint_e \{\sigma\}^T \{\epsilon\} dx dy dz = \frac{1}{2} \iiint_e \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dx dy dz$$

$$= \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K]^e \{\delta\}$$

故单元刚度矩阵 $[K]^e$ 为：

$$[K]^e = \iiint_e [B]^T [D] [B] dx dy dz \dots\dots\dots(7)$$

集合

$$[K]^e \rightarrow [K]$$

$$[P] = [K] \{\delta\}$$

此处 $[K]$ 为整体刚度矩阵， $\{\delta\}$ 为结点位移， $[P]$ 为结点载荷。由方程 (6)(7)(8)(3)(4)，应用实验测得的 P 和 δ 值，经迭代逼近，可求出椎体松质骨的弹性模量。椎体密质骨薄层起约束作用。

计算第五颈椎 (C_5)，第五和第十二胸椎 (T_5, T_{12}) 以及第二腰椎 (L_2) 的弹性模量，每种椎体的样本数为 $n = 7$ ，结果见表 2。t 检验表明，不同椎体之间松质骨弹性模量无显著性差异 ($P > 0.05$)，故取总体平均值， $E = 188 \text{N/mm}^2$ ($S.D. \pm 30 \text{N/mm}^2$)。这和 Carter 和 Hayes 的结果相近。

为检验上述理论结果的可靠性，作者做了校核实验。根据新的脊柱样本 (No.8) 各椎体的几何数据和上述弹性模量 $E = 188 \text{N/mm}^2$ ，应用有限元法计算从第四颈椎 (C_4) 到第二腰椎 (L_2) 各个椎体在给定位移下的载荷，并和实验结果作了比较，结果见图 3，二者基本一致。这表明，所得理论结果是可靠的。

进而应用上述参数和有限元方法，计算弹性极限状态下 C_5, T_5, T_{12}, L_2 四个椎体不同断面上的应力分布。图 4 和图 5 绘出计算出来的等 σ_x 线和等 σ_y 线，前后缘附近椎体

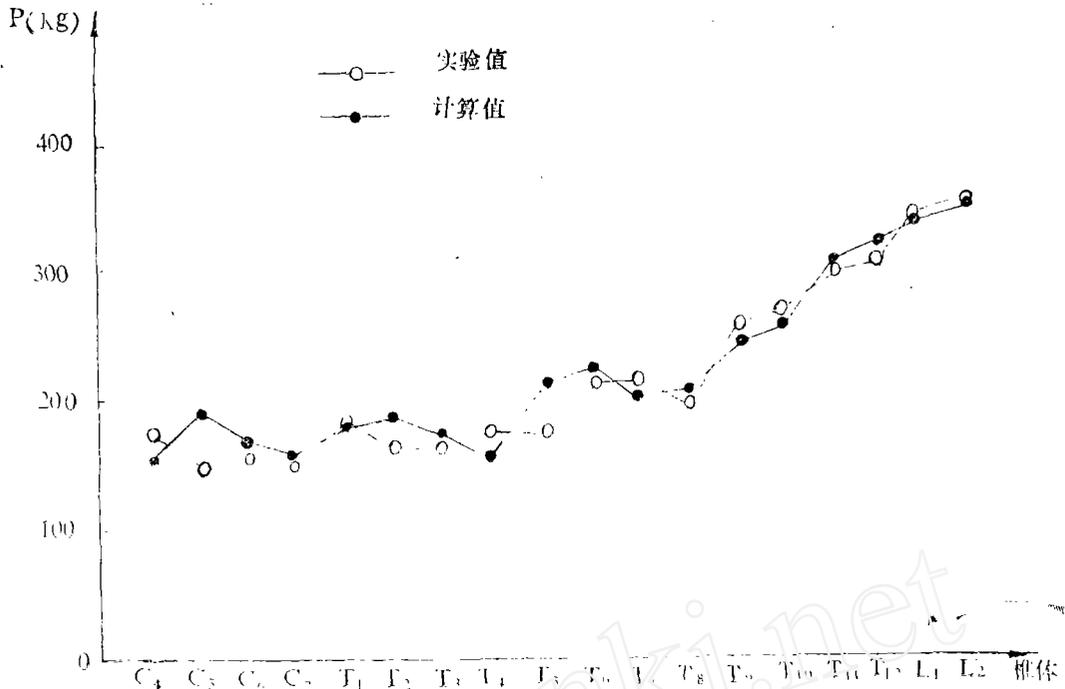


图3 计算结果和实验结果的比较 (No. 8 C₄-L₂)

受横向压应力 (σ_x, σ_y) 的作用, 两侧则受拉伸作用。与此相应的各椎体上最大正方向应力 (压应力) σ_{zm} 则列于表 2。同样, 不同椎体的 σ_{zm} 之间没有显著性差异。取总体平均, 则 $\sigma_{zm} = 5.53 \pm 0.15 \text{ N/mm}^2$ 。由此可见, 不同椎体的极限载荷不同〔4〕起因于几何尺寸的变化, 正常椎体松质骨抗压强度是不因椎体而异的 (统计意义上)。

表 2

椎 体	C ₅	T ₅	T ₁₂	L ₂	平均
E (N/mm ²)	181±15	196±40	187±25	187±39	188±30
v	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
E ₀ (N/mm ²)	11000	11000	11000	11000	11000
v ₀	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
σ_{zm} (N/mm ²)	5.57±0.19	5.47±0.11	5.48±0.13	5.63±0.17	5.53±0.15
η	7	7	7	7	28 (总数)

结 语

本文从人的新鲜脊柱椎体整体的静力学实验出发, 应用有限元分析以确定人体椎体松质骨在正常生理范围内的力学性质, 这是一条新的, 合理的途径。结果表明, 椎体松质骨的力学性质在正常情况下, 不因椎体所在部位而异, $E = 188 \pm 30 \text{ N/mm}^2$, $v = 0.20$; $\sigma_{zm} = 5.53 \pm 0.15 \text{ N/mm}^2$ 。此处 σ_{zm} 为相应于弹性极限时的最大压应力。作者认为, 以 σ_{zm} 作为椎体的抗压耐限更为合理一些。

表 1

C₃到L₄各个椎体的高度和上、下端面的矢径和横径的平均值

椎体	C ₃ (n=8)		C ₄ (n=12)		C ₅ (n=13)		C ₆ (n=13)		C ₇ (n=13)		T ₁ (n=13)		T ₂ (n=13)		L ₁ (n=13)		L ₂ (n=13)		L ₃ (n=13)		L ₄ (n=13)		T ₆ (n=13)		T ₇ (n=13)						
	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm	横径 mm	矢径 mm			
上	20.7±2.2	16.6±1.4	22.7±0.1	16.5±0.8	23.8±2.5	16.1±1.4	25.2±1.6	18.9±1.0	27.8±1.8	17.8±1.0	28.3±2.9	18.0±1.4	27.6±2.6	18.8±1.3	21.5±1.6	23.0±1.5	24.6±1.8	27.0±1.7	27.2±2.1	28.2±1.8	29.9±2.2	29.9±2.2	29.9±2.2	29.9±2.2	29.9±2.2	29.9±2.2	29.9±2.2	29.9±2.2	29.9±2.2		
缘	19.8±2.4	16.9±0.8	19.9±1.4	17.1±1.6	21.5±2.7	17.0±2.1	24.4±2.3	18.0±1.0	28.1±2.2	17.9±1.2	29.1±4.0	18.7±1.4	30.1±2.2	18.3±1.1	20.9±1.5	22.5±1.8	25.2±3.7	29.1±2.6	29.5±2.3	29.8±2.4	31.3±2.1	31.3±2.1	31.3±2.1	31.3±2.1	31.3±2.1	31.3±2.1	31.3±2.1	31.3±2.1	31.3±2.1		
下	14.2±0.5	168±6.6	13.6±1.4	170±4.7	12.0±1.3	168.2±5.9	13.4±1.9	168.2±5.9	15.3±1.6	168.2±5.9	17.1±1.1	168.2±5.9	18.3±1.1	168.2±5.9	18.4±1.0	19.3±1.1	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2		
缘	14.2±0.5	168±6.6	13.6±1.4	170±4.7	12.0±1.3	168.2±5.9	13.4±1.9	168.2±5.9	15.3±1.6	168.2±5.9	17.1±1.1	168.2±5.9	18.3±1.1	168.2±5.9	18.4±1.0	19.3±1.1	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2		
椎体高 h mm	14.2±0.5	168±6.6	13.6±1.4	170±4.7	12.0±1.3	168.2±5.9	13.4±1.9	168.2±5.9	15.3±1.6	168.2±5.9	17.1±1.1	168.2±5.9	18.3±1.1	168.2±5.9	18.4±1.0	19.3±1.1	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2	19.3±1.2		
身高 H cm	168±6.6	170±4.7	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9		
h/H (×10 ⁻³)	8.4±0.3	8.2±0.2	7.9±0.5	7.9±0.5	7.9±0.5	7.9±0.5	7.9±0.5	7.9±0.5	9.3±0.5	9.3±0.5	10.5±0.5	10.5±0.5	10.8±0.6	10.8±0.6	11.0±0.6	11.6±0.6	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2	11.5±0.2		
椎体	T ₇ (n=13)	T ₈ (n=13)	T ₉ (n=13)	T ₁₀ (n=13)	T ₁₁ (n=13)	T ₁₂ (n=13)	L ₁ (n=13)	L ₂ (n=13)	L ₃ (n=13)	L ₄ (n=13)																					
上	31.5±2.2	32.4±3.4	34.0±2.1	36.5±2.4	39.6±2.4	42.0±2.0	43.5±3.8	46.3±2.1	48.9±1.8	49.5±1.5																					
缘	27.0±2.1	29.2±2.4	30.3±2.3	31.0±2.3	31.6±2.4	33.4±4.2	33.4±2.3	34.2±1.9	35.3±2.0	36.0±2.0																					
下	33.2±2.5	34.9±2.7	36.6±2.3	39.7±2.7	42.2±2.8	43.9±2.1	46.0±3.9	49.1±2.2	51.7±2.0	52.4±2.3																					
缘	28.7±2.2	29.6±2.4	30.6±2.3	31.1±2.5	31.9±2.2	32.3±2.1	33.9±2.3	34.8±2.1	34.9±2.3	35.3±1.4																					
椎体高 h mm	20.2±1.8	20.6±1.2	21.8±1.4	22.9±1.1	22.4±1.0	24.3±2.6	25.9±1.8	27.3±1.9	28.5±1.9	29±1.7																					
身高 H cm	198.3±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9	168.2±5.9																					
h/H (×10 ⁻³)	12.7±1.4	12.4±0.7	13.4±0.8	13.9±0.5	13.9±0.9	15.1±1.4	16.1±1.6	17.3±1.3	17.8±1.2	18.2±1.6																					

注: H为平均身高, h为个体身高

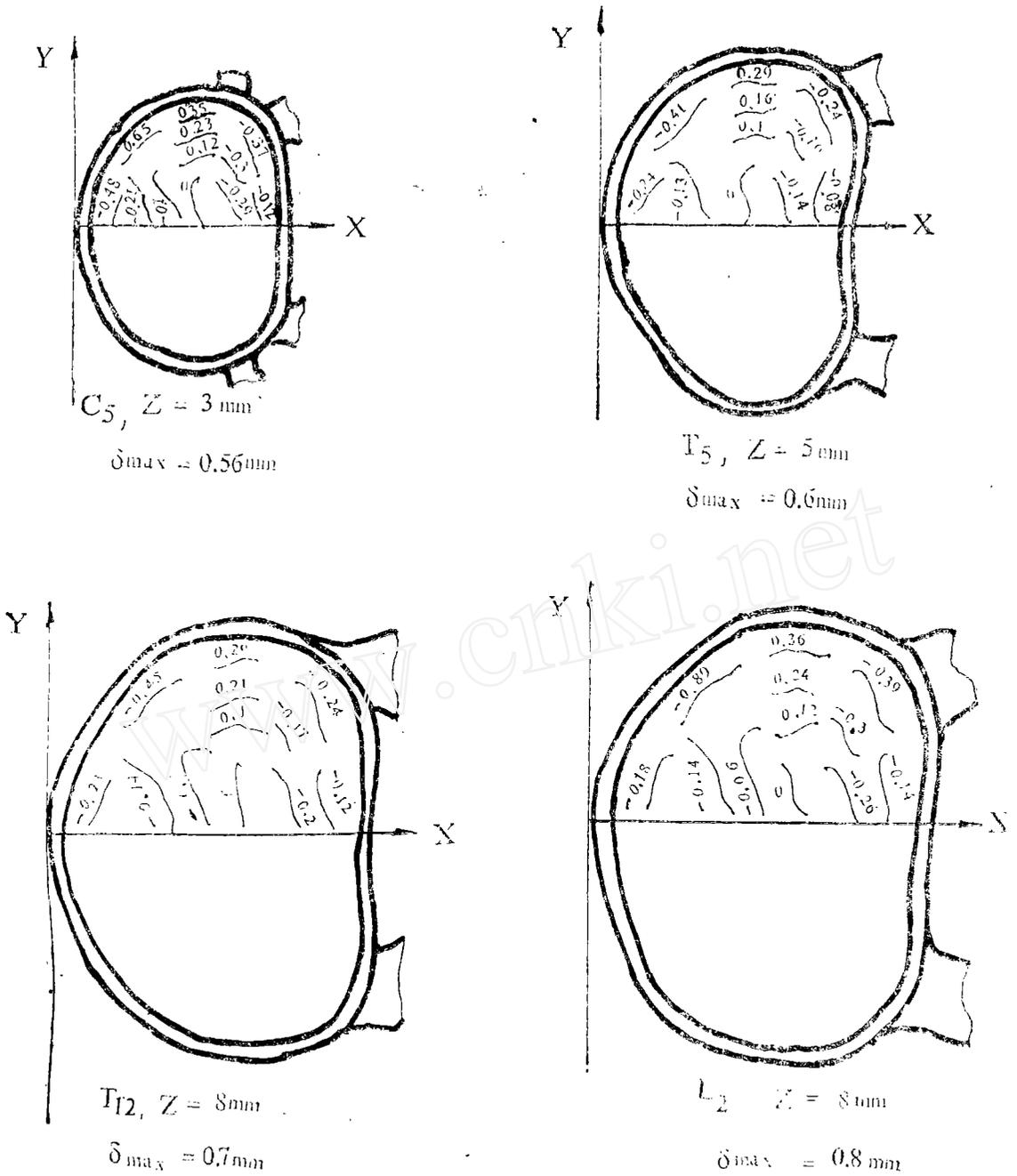


图4 弹性极限条件下的等 σ_x 线 (N/mm²)

参 考 文 献

1. Rolander SD, Blair WE. Deformation and fracture of the lumbar vertebra and plate, Symposium on Lumbar Spine, Ortho Clinics of North America 1975; 6:75-81.
2. Schultz AB. Mechanics of the human spine. Appl Mech Rev 1974; 27:1487-1497.
3. 朱东明、孙长祝、徐扬采. 人体脊柱生物力学问题. 北京生物医学工程 1983;

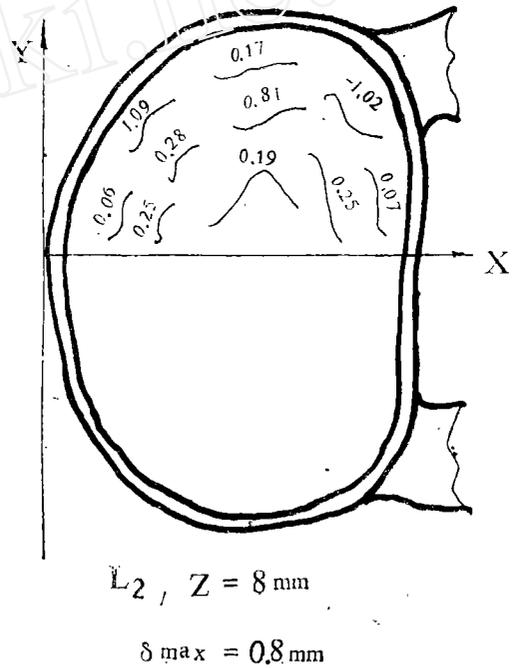
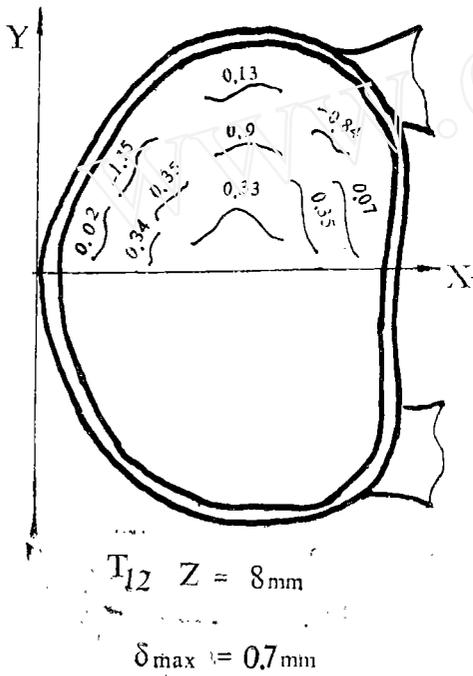
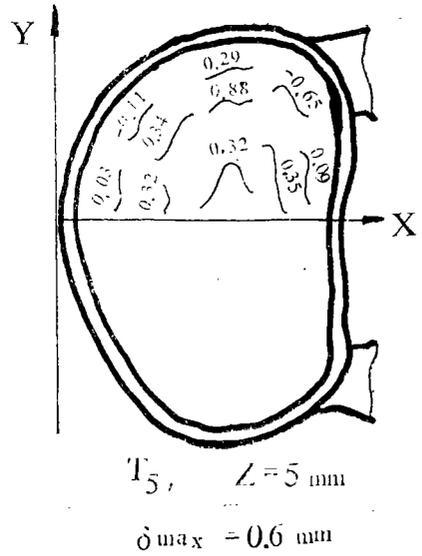
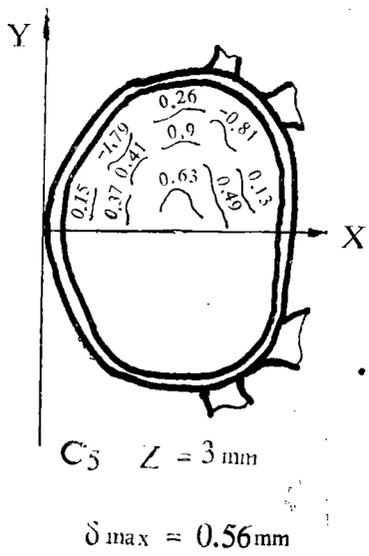


图5 弹性极限条件下的等 σ_y 线 (N/mm^2)

- 1 (2):36~50.
4. 杨企文, 俞梦孙, 等. 椎骨材料慢速(静)加载强度. 北京生物医学工程 1983; 1(2):9~14.
5. Yamada H. Strength of biological materials. First edition Tokyo, 1970年.
6. Carter DR, Hayes WC. Bone, The compressive Behavior of, as a Two-Phase Porous Structure. J Bone Joint Surg 1977; 59A:954~962.