

正柱等离子体在双极扩散及准双极扩散下的磁流体力学性能*

唐福林 卓克聪

(中国科学院力学研究所)

摘要 本文在离子和电子的质量、动量守恒方程的基础上,应用数值方法,求解了交叉电磁场中正柱等离子体的离子和电子的速度、密度和电位沿半径的分布,并对双极扩散和准双极扩散(等离子体中径向电流密度不为零)两种情况下的磁流体力学性能进行了比较。数值计算是对氩等离子体进行的。计算结果表明,提高外加磁感应强度能使准双极扩散条件下的平均离子密度提高,鞘层间距离缩短,阴极鞘层边界离子与电子的径向速度比值上升,而阳极鞘层边界离子与电子的径向速度比值则下降。其中离子密度的变化与实验定论相符^[1]。在双极扩散时,磁感应强度增减的影响甚微。

关键词 正柱等离子体,双极扩散,准双极扩散。

一、引言

磁场中,中等低气压弧光放电与辉光放电的正柱等离子体的研究一直受到人们的关注^[2,3]。1976年,Franklin^[4]总结了到那时为止的正柱理论,并给出一定量的实验数据,那里的磁场和放电都是轴向的。交叉电磁场中的正柱研究早在六十年代就已开始^[5]。近年来,随着等离子体涂层、等离子体沉积等技术的发展,此项研究又有了进一步的深入^[6]。在这些领域中,带电粒子的运动对上述技术的质量、生产率起主要作用。在Franklin等工作的基础上,本文求解了交叉电磁场中,中等低气压弧光放电与辉光放电的正柱等离子体在双极扩散和准双极扩散条件下的磁流体力学性能。上述等离子体的电离度比较低,大量中性粒子的存在,使其由带电粒子碰撞而引起的宏观速度非常微弱,因此一般都假定中性粒子处于静止状态^[2-4,7,8]。在文[9]中,曾考虑了当磁场与放电均为轴向时,双极扩散情况下的中性粒子的运动,计算表明中性粒子的径向速度要比带电粒子的小3至5个量级。基于上述原因,本文假定中性粒子是静止的,在离子和电子的质量、动量守恒方程的基础上,根据方程的奇点以及电子电流密度在鞘层边界应守恒的要求,用数值方法求解了带电粒子的速度、密度沿径向的分布,并对双极扩散和准双极扩散两种情况下的电子、离子的磁流体力学性能作了比较。比较结果表明,磁感应强度的强弱对双极扩散条件下的离子和电子的磁流体力学性能改变甚微,相反,在准双极扩散条件下,增强磁感应强度能

* 国家自然科学基金资助项目。

本文于1987年11月12日收到,1988年5月24日收到修改稿。

显著提高离子的平均密度, 缩短鞘层边界间距离, 阴极鞘层边界离子与电子的径向速度比值上升, 阳极鞘层边界离子与电子的径向速度比值下降。 这些为改进有关技术应用提供了途径。

二、基本方程

在上述基础上, 我们只考虑正柱等离子体中离子和电子的运动。 假定电子和离子的温度各在空间均匀分布, 而粒子速度分布是按相应温度的麦克斯韦分布。 忽略电子与离子的碰撞、电子与离子的体积复合与电子吸附、中性粒子的逐次电离以及粘性耗散因素, 可写出等离子体中带电粒子的基本方程为

$$\nabla \cdot (n_s \bar{V}_s) = \xi n_s \quad (1)$$

$$m_s n_s (\bar{V}_s \cdot \nabla) \bar{V}_s + k T_s \nabla n_s = n_s q_s (\bar{E} + \bar{V}_s \times \bar{B}) - m_s n_s (\gamma_s + \xi) \bar{V}_s \quad (2)$$

这里, 下标 $s = i$ 或 e , 相应表示离子和电子; n ——数密度; m ——粒子质量; q ——粒子电荷; \bar{V} ——速度, 它在 r 和 θ 方向上的分量各为 V_r 和 V_θ ; k ——玻尔兹曼常数; T ——温度; \bar{E} ——电场; \bar{B} ——外加磁场; ξ ——电离频率; γ ——与中性粒子的碰撞频率。

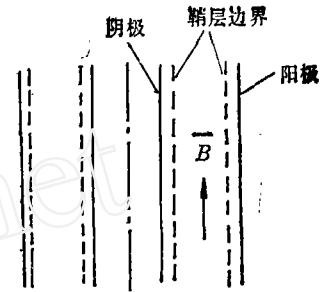


图 1 电极位置简图

当外加磁场 \bar{B} 和电极位置如图 1 所示时, 方程 (1)、(2) 在 r 和 θ 方向的投影为:

$$\frac{d}{dr} (n_s V_{sr}) = \xi n_s \quad (3)$$

$$V_{sr} \frac{dV_{sr}}{dr} + \frac{k T_s}{n_s m_s} \frac{dn_s}{dr} = \frac{V_{sr}^2}{r} + \frac{q_s}{m_s} (E + V_{s\theta} B) - (\gamma_s + \xi) V_{sr} \quad (4)$$

$$V_{sr} \frac{dV_{s\theta}}{dr} + \frac{V_{sr} V_{s\theta}}{r} = - \frac{q_s}{m_s} V_{sr} B - (\gamma_s + \xi) V_{s\theta} \quad (5)$$

由等离子体准中性要求

$$n_i = n_e = n \quad (6)$$

取下列各量 $u_0^2 = k(T_i + T_e)/m_i$, n_0 , γ_i , $a = u_0/\gamma_i$ 对方程 (3)–(6) 进行无量纲化, 这里 n_0 为问题特征密度。所得无量纲方程中各量是

$$\tilde{r} = r/a, \quad \tilde{u}_{sr} = V_{sr}/u_0, \quad \tilde{u}_{s\theta} = V_{s\theta}/u_0, \quad \tilde{n}_s = n_s/n_0, \quad \tilde{\xi} = \xi/\gamma_i, \quad \tilde{\gamma}_s = \gamma_s/\gamma_i, \\ \tilde{E} = qaE/[k(T_i + T_e)], \quad \tilde{\omega}_s = \omega_s/\gamma_i,$$

而 $\omega_s = q_s B/m_s$, 并取 $\tau = T_i/T_e$, $\mu = m_i/m_e$ 。

忽略无量纲方程中的电子惯性, 进行运算后, 可得 (为简单起, 略去无量纲量上的“~”)

$$\frac{d u_{ir}}{d r} = \xi - \frac{u_{ir}}{r} - \frac{u_{ir}}{n} \frac{d n}{d r} \quad (7)$$

$$\frac{d u_{i\theta}}{d r} = - \frac{u_{i\theta}}{r} - \omega_i - (\xi + \gamma_i) \frac{u_{i\theta}}{u_{ir}} \quad (8)$$

$$\frac{d n}{d r} = \frac{n}{u_{ir}^2 - 1} \left\{ - \frac{u_{ir}^2 + u_{i\theta}^2}{r} + (\gamma_i + 2\xi) u_{ir} - \omega_i u_{i\theta} + \frac{\omega_e}{\mu} u_{e\theta} + \frac{\gamma_e + \xi}{\mu} u_{er} \right\} \quad (9)$$

$$\frac{d\phi}{dr} = -\frac{1}{u_{ir}^2 - 1} \left\{ \frac{1}{1 + \tau} \left[\frac{u_{ir}^2 + u_{i\theta}^2}{r} - (\gamma_i + 2\xi)u_{ir} + \omega_i u_{i\theta} \right] + \left(\frac{\tau}{1 + \tau} - u_{ir}^2 \right) \left[\frac{\omega_e}{\mu} u_{e\theta} + \frac{(\gamma_e + \xi)}{\mu} u_{er} \right] \right\} \quad (10)$$

$$u_{er} = u_{ir} + \frac{J}{nr} \quad (11)$$

$$u_{e\theta} = \frac{\omega_e}{\xi + \gamma_e} u_{er} \quad (12)$$

其中 ϕ ——电位； J ——与径向电流密度成比例的数， $J = 0$ 与 $J \neq 0$ 各对应等离子体双极扩散与准双极扩散。在给定的边界条件下，积分上述方程，就可得到离子和电子在正柱区域的磁流体力学解。

三、方程的边界条件及数值解

为求解方程(7)–(12)，需要知道等离子体正柱的边界，即鞘层边界的位置，及该处的条件。但鞘层边界的位置事前不能确定。由方程(9)，(10)可知，当 $u_{ir} = \pm 1$ 时，方程有奇点，其位置分别对应阳极和阴极鞘层边界^[10]。同时，电子电流密度在鞘层边界连续。在阴极，由于其发射电子能力很大，如钨阴极，在温度为 3500 K 时， $J_e = 0.5 \times 10^8$ 安/米²，一般此连续条件都能满足，因此达到 $u_{ir} = -1$ 的位置也即阴极鞘层边界的位置。对阳极鞘层边界，由于电子径向速度最高为电子热速度，即 $u_{er} \leq \mu^{1/2}$ ，所以积分过程中能同时满足 $u_{ir} \leq +1$ 和 $u_{er} \leq \mu^{1/2}$ 的位置为阳极鞘层边界的位置。

由于在阳、阴极鞘层边界 $u_{ir} = \pm 1$ ，因此必然在两边界间的某一位置 $u_{ir} = 0$ ，由方程(5)可知，此处 $u_{i\theta}$ 也为零。如果给定这一位置 $r = bb$ ，取此处的数密度为特征密度 n_0 ，电位为零，即

$$r = bb, u_{ir} = u_{i\theta} = 0, n = 1, \phi_{bb} = 0 \quad (13)$$

这样，我们就能由 $r = bb$ 出发，按(13)将方程(7)–(10)进行积分，并由(11)，(12)联立决定 u_{er} 和 $u_{e\theta}$ 。当向左积分时，达到 $u_{ir} = -1$ ，积分就停止。当向右积分时，则应同时满足 $u_{ir} \leq +1$ 和 $u_{er} \leq \mu^{1/2}$ 。

由方程(8)， $r = bb$ 处，方程出现 0/0，即不定。为此，我们假定在 $r = bb$ 附近， u_{ir} 和 $u_{i\theta}$ 均与 r 成线性关系，即取

$$u_{i\theta} \propto (r - bb), u_{ir} \propto (r - bb)$$

然后将它们代入方程(7)和(8)，取极限后，可得在 $r = bb$

$$\frac{du_{i\theta}}{dr} = -\frac{\omega_i}{2 + \gamma_i/\xi} \quad (14)$$

这样，方程的积分就可进行了。

取 $J = \alpha \cdot bb \cdot \mu^{1/2}$ 。对氩等离子体进行计算，其 ξ ， γ_i 和 γ_e 的公式都取自[10]。计算参数为 $T_i = 3000\text{K}$ ； $T_e = 20000\text{K}$ ； $bb = 100$ 和 200 ； $\omega_i = 0, 0.24 \times 10^{-3}$ ， 0.24×10^{-2} 和 0.24×10^{-1} /秒，相应的磁感应强度为 $0, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$ 特； $\alpha = 0, 0.01$ 和 0.05 。

数值计算采用变步长 Runge-Kutta 方法在 Cromemco-68000 微机上进行。

四、结果和讨论

1. 离子和电子的径向速度 u_{ir}, u_{er} 在双极扩散 $\alpha = 0$ 时, $u_{ir} = -u_{er}$, 离子和电子在密度梯度作用下向内外鞘层边界扩散, 都由内鞘层边界的 -1 经 $r = bb$ 处的零点, 在外鞘层边界达到 $+1$, 最大速度绝对值不超过 1. 在准双极扩散 $\alpha \neq 0$ 时, 径向电流密度不为零, 由于电子的质量远轻于离子的质量, 等离子体的径向电流主要由 u_{er} 提供, 因此当电极位置如图 1 时, u_{er} 总是大于零, 而 u_{ir} 则在 $r = bb$ 处, 由阴极鞘层边界的 -1 过渡至正值. 当 $B = 0$, $u_{ir} = +1$ 处的 $u_{er} < \mu^{1/2}$. 随着 B 的增强, u_{er} 在阳极鞘层边界

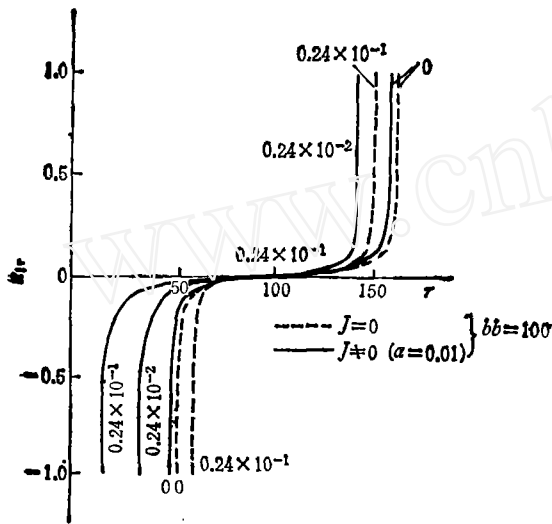


图 2a 离子径向速度分布

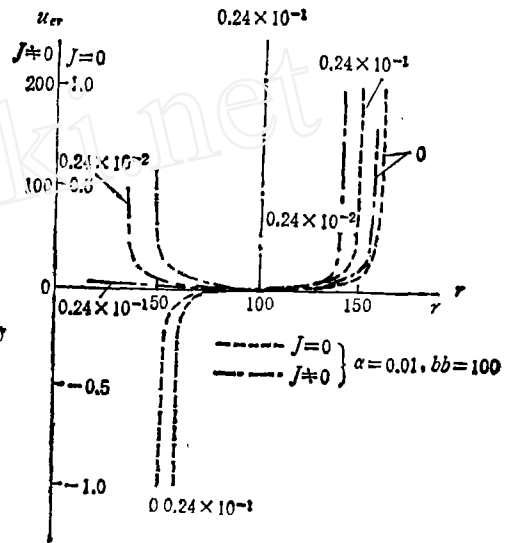


图 2b 电子径向速度分布

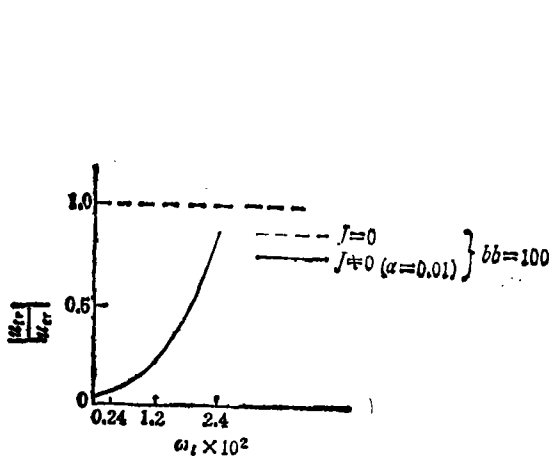


图 3 阴极鞘层边界的 $\left| \frac{u_{ir}}{u_{er}} \right|$ 与磁感应强度的关系

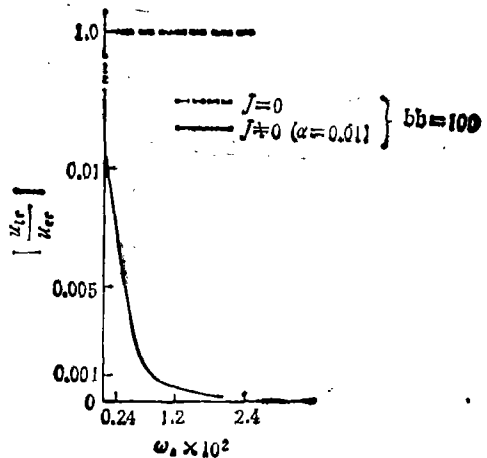


图 4 阳极鞘层边界的 $\left| \frac{u_{ir}}{u_{er}} \right|$ 与磁感应强度的关系

的值也迅速提高,达到一定磁感应强度和径向电流密度时, u_{er} 达到 $u_{er} = \mu^{1/2}$, 而 $u_{ir} < +1$, 这意味着没有稳定的阳极鞘层^[11](见图 2a, 2b).

$J = 0$ 时,离子电流密度和电子电流密度在内外鞘层边界的比值, $|u_{ir}/u_{er}|$, 与外加磁场无关. 当 $J = 0.01$, $bb = 100$ 时,阳极鞘层边界的 $|u_{ir}/u_{er}|$ 由外加磁场为零时的约 0.01, 随着磁感应强度的增强,很快下降至 ~ 0.0001 , 而在阴极鞘层边界, $|u_{ir}/u_{er}|$ 的变化趋势却截然相反.

2. 离子(电子)密度沿半径的分布 $n(r)$ $J = 0$ 时, $n(r)$ 几乎与 B 的大小无关. 准双极扩散时, u_{er} 随 J 增大而增大,再加 ω , 随 B 增强而提高, 因此电离度随 J 与 B 的增高而增高,但离子在鞘层边界的速度又有限制,所以离子密度峰值随 J 与 B 的增强而上升(见图 5, o).

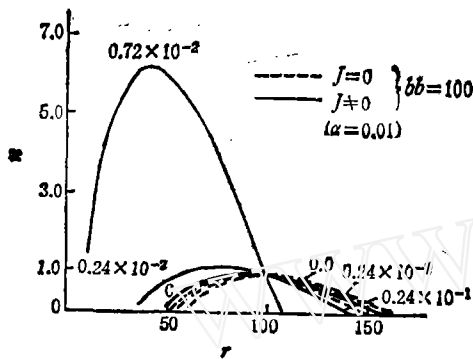


图 5 离子密度分布

3. 电极鞘层边界间的空间距离 L 及离子平均密度 $n_{平均}$ 无论 J 是否为零, L 随 B 的增强而减少, 因此 $n_{平均}$ 随 J 及 B 的增强而迅速上升(见图 7, 8).

4. 电势降 $\Delta\phi$ $J = 0$ 时, $\Delta\phi$ 很小, 且与 B 基本无关. $J \neq 0$ 时, $\Delta\phi$ 随 J 和 B 增大而上升,但达到一定 B 值后, $\Delta\phi$ 基本不变,并略有下降(见图 9).

以上说明,虽然 $J \neq 0$ 时的最大离子密度 n_{max} 和 $n_{平均}$ 比 $J = 0$ 时的大,且随 J 和 B 的提高而提高,但在阳极鞘层边界的 $|u_{ir}/u_{er}|$ 却随之下降,也即离子的能量相对下降. 因此对等离子体表面改性等技术应用而言, 准双极扩散情况较为有利,但 J 和 B 的大小,应针对不同的要求采取不同的组合.

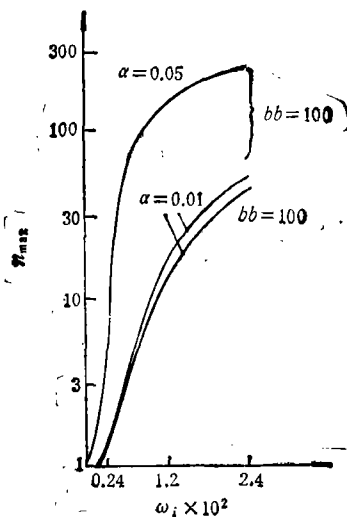


图 6 离子密度峰值 n_{max} 在不同电流密度下与磁感应强度的关系

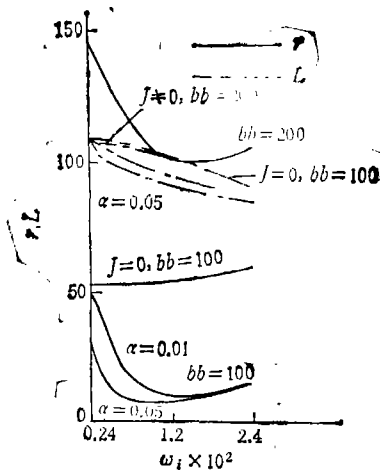


图 7 鞘层边界间距离 L 阴极鞘层边界 r 在不同电流密度下与磁感应强度的关系

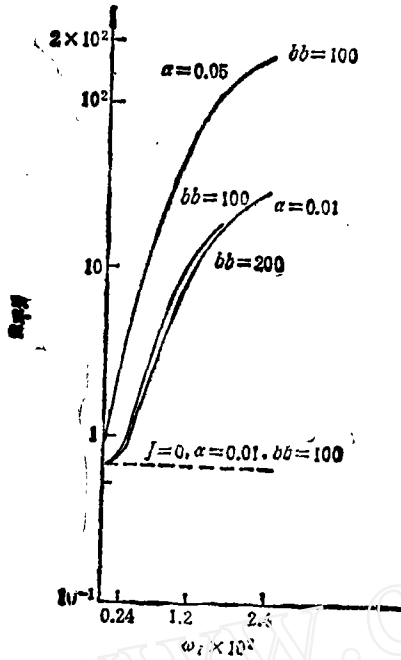


图 8 离子平均电离率 α 在不同电流密度下与磁感应强度的关系

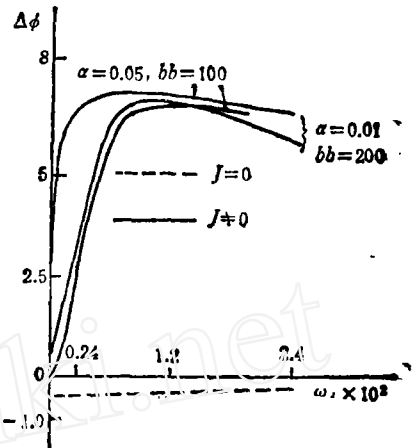


图 9 鞘层边界间电位差 $\Delta\phi$ 在不同电流密度下与磁感应强度的关系

参 考 文 献

- [1] Sidney, B. D., Hess, R. V., & Allario, F., *Bulletin of the American Physics Society*, 13, 6(1968), 889.
- [2] Ewald, H. N. et al., *Jour. Appl. Physics*, 38, 7(1967) 2753—2761.
- [3] Forrest, J. R. et al., *Brit. J. Appl. Phys.*, 17(1966) 1061—1067.
- [4] Franklin, R. N., *Plasma Phenomena in Gas Discharges*, Oxford University Press (1976).
- [5] Connolly, D. J. et al., *AIAA J.*, 6, 7(1968), 1271—1276.
- [6] Graves, D. B. & Jensen, K. F., *IEEE Transactions on Plasma Science*, PS-14, 2(1982), 78—91.
- [7] Hassan, H. A. and Thompson, C. C., *AIAA J.*, 7, 12(1969), 2300—2304.
- [8] Hassan, H. A. and Thompson, C. C., *Plasma Physics*, 12, (1970), 727—736.
- [9] Xu, F., Tang, F. L. and Chen, L. S., *Phys. Fluids*, 25, 12(1982), 2278—2283.
- [10] Seals, R. K., Jr. & Hassan, H. A., *AIAAJ*, 6, 12(1968), 2273—2278.
- [11] 王其平, 电器电弧理论, 机械工业出版社(1982)45—97.

THE MHD CHARACTERISTICS OF POSITIVE COLUMN PLASMA UNDER THE AMBIPOLAR AND QUASI- AMBIPOLAR DIFFUSIONS

Tang Fulin Zhuo Kecong

(Institute of Mechanics Academia Sinica)

Abstract An analysis of positive column plasma in which the magnetic and electric fields are crossed is presented on the base of complete conservation of mass and momentum equations for the ions and electrons. In this case, both ambipolar and quasi-ambipolar diffusions are considered. The radial distributions of potential, velocities and number density of ions and electrons are obtained numerically. The results of the computations indicate that when the magnetic field strength gets higher under the quasi-ambipolar diffusion the average number density of ions is higher, the spacing between the anode and cathode sheaths shorter, the ion-electron current density higher at the cathode sheath, but lower at the anode sheath.

Key words Positive column plasma, Ambipolar diffusion, Quasiambipolar diffusion.