孤立磁通量管的磁流体静力学平衡

文 (中国科学院力学研究所,北京)

本文讨论具有细长磁位形的孤立轴对称通量管。通量管的内部采用磁流体静力 学模型,外部选用分层大气模型。 问题的数学描述归结为非线性偏微分方程问题, 在通量管自由边界上的条件是非线性的。根据小扩展角的近似,可形式地获得级数 展开解。我们具体地讨论了多方过程的等离子体,结果表明,热力学量和磁场的分 布从高β区域延伸到低β区域;而且根据通量管内、外的压差,通量管即可是扩展的, 或者是收缩的。

关键词: 太阳磁场,磁流体静力学,磁通量管

亩 前

在天体物理应用或实验室研究中,对磁流体静力学平衡问题都进行了广泛的探索。天体

物理环境下,大部分理论工作限于寻求连续磁场分布 的静力学方程解。然而,在观测倾向于孤立磁通量管 的模型时发现,其连续分布的磁场只集中于磁力管中。 例如,在太阳大气中,90%的磁通量存在于小尺度的孤 立通量管中[1], 也有诸如弧、拱和日珥这些大尺度结构 与孤立磁场位形相联系[2],恒星大气中的磁结构,情况 也类似。孤立磁通量管可能是天体物理应用中的基本 磁场位形,其结构如图 1 所示。

孤立通量管的一维模型给出均匀大气约束的磁通 量管,磁场沿管截面均匀分布[3]。许多情况下,通量 管有非均匀特性,解释观测现象时,至少要用二维模 型的,更一般地用三维模型的。我们已经研究了几个相 似解[6-8], 以及柱坐标系中 Taylor 级数展开的 近似 解[5,16],并对这些二维解和观测进行了比较。由于孤立 磁通量管问题的非线性困难,故不容易求解完整问题,我们曾讨论大标高分层大气约束的孤

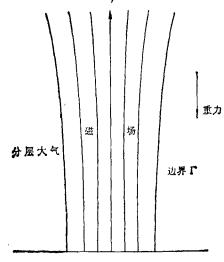


图1 孤立磁通量管的模型

1988年11月10日收到條改稿。

立无力场通量管(11,121),在此情况下,一般非线性问题化简为弱非线性问题,可求分析解。本文 讨论更一般的约束磁通量管。

二、约束磁通量管

取球坐标 (r, θ, φ) , 原点在恒星内部。轴对称 $(\partial/\partial \varphi - 0)$ 的磁流体静力学方程组为(多 见文献[13])

$$B_{\theta}\left(\frac{\partial B_{r}}{\partial \theta} - \frac{\partial r B_{\theta}}{\partial r}\right) - B_{\phi} \frac{\partial r B_{\phi}}{\partial r} = 4\pi r \left(\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{G \mathcal{M}_{*}}{r^{2}} \rho\right), \tag{2.1}$$

$$B_r \left(\frac{\partial r B_{\theta}}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right) - \frac{B_{\phi}}{\sin \theta} \frac{\partial B_{\phi} \sin \theta}{\partial \theta} - 4\pi \frac{\partial p}{\partial \theta}, \qquad (2.2)$$

$$B_{r} \frac{\partial r B_{\varphi}}{\partial r} + \frac{B_{\theta}}{\sin \theta} \frac{\partial B_{\varphi} \sin \theta}{\partial \theta} = 0, \qquad (2.3)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial r^2 B_r}{\partial r} + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial B_\theta \sin\theta}{\partial \theta} = 0, \qquad (2.4)$$

$$t = \rho \mathcal{R}T, \tag{2.5}$$

$$p = p(\rho), \tag{2.6}$$

其中磁场 $B = (B_r, B_\theta, B_\theta)$; p, ρ 和 T 分别是压力、密度和温度; \mathcal{R} , G 和 \mathcal{M}_* 为气体常 数、重力常数和恒星质量。 (2.1)—(2.6) 式共 6 个方程,用来确定 B_r , B_θ , B_φ , ρ , ρ 和 T 6 个 量。在许多磁流体静力学研究中没有考虑过程方程(2.6),组建出许多特解。 这种处理有一些 限制.

一般而言,方程组(2.1)一(2.6)也适用于管外的区域,那里磁场相对较弱,可用分层大气模 型描述。这样,可写出

$$\frac{dp_{\bullet}}{dr} = -\frac{G\mathcal{M}_{+}}{r^{2}} \rho_{\bullet}, \qquad (2.7)$$

$$p_{\bullet} = \rho_{\bullet} \mathcal{R} T_{\bullet}, \tag{2.8}$$

$$\rho_{\bullet} - \rho_{\bullet}(\rho_{\bullet}), \tag{2.9}$$

下标 e 表示管外区域。等温时(2.7)一(2.9)式给出:

$$p_{c}(r) = p_{c}(r_{0}) \exp \left[-\left(\frac{r_{0}}{\hbar}\right) \frac{r - r_{0}}{r_{0}}\right], \qquad (2.10)$$

其中 7。为典型半径,而大气标高 / 定义为

$$h = \frac{\mathcal{R}T_{\bullet}r_0^2}{G\mathcal{M}_*}.$$
 (2.11)

事实上,压力分布 $p_{\epsilon}(r)$ 可由理论或经验模型给出,天文学中已提出许多恒星大气模型。

由接触间断条件,两区域的界面 Γ 上满足

$$p(\mathbf{r}) + \frac{1}{8\pi} B^2(\mathbf{r}) - p_*(\mathbf{r}), \qquad \mathbf{r} \in \Gamma, \tag{2.12}$$

而边界面 **了可写为**

$$r - r_b(\theta) \stackrel{\circ}{old} \theta - \theta_b(r).$$
 (2.13)

问题就归结为在非线性边条件(2.12)式及自由边条件(2.13)式下,求解非线性方程组(2.1)—(2.6)式。

引进无量纲量:

$$R = \frac{r}{r_0}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_0}, \quad T^* = \frac{T}{T_0}, \quad B^* = \frac{B}{B_0},$$

$$\beta = \frac{p_0}{B_0^2/4\pi}, \quad \sigma = \frac{G \mathcal{M}_* \rho_0/r_0}{B_0^2/4\pi}, \quad \delta = \frac{\sigma}{\beta},$$
(2.14)

下标 0 为典型值,上标*为无量纲量,为了简化在下面省略。这样,通量管的基本方程组为

$$B_{\theta}\left(\frac{\partial B_{r}}{\partial \theta} - \frac{\partial R B_{\theta}}{\partial R}\right) - B_{\varphi} \frac{\partial R B_{\varphi}}{\partial R} - R\left(\beta \frac{\partial p}{\partial R} + \frac{\sigma}{R^{2}}\rho\right), \tag{2.15}$$

$$B_{r}\left(\frac{\partial RB_{\theta}}{\partial R} - \frac{\partial B_{r}}{\partial \theta}\right) - \frac{B_{\varphi}}{\sin \theta} \frac{\partial B_{\varphi} \sin \theta}{\partial \theta} = \beta \frac{\partial \varrho}{\partial \theta}, \qquad (2.16)$$

$$B_{r}, \frac{\partial RB_{\varphi}}{\partial R} + \frac{B_{\theta}}{\sin \theta} \frac{\partial B_{\varphi} \sin \theta}{\partial \theta} = 0, \qquad (2.17)$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial R^2 B_r}{\partial R} + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial B_{\theta}\sin\theta}{\partial \theta} = 0, \qquad (2.18)$$

$$p = \rho T, \tag{2.19}$$

$$p = p(\rho). \tag{2.20}$$

边界条件(2.12)式简化为

$$\rho[R_b(\theta), \theta] + \frac{1}{2\beta}B^2[R_b(\theta), \theta] - \rho_c[R_b(\theta)]. \tag{2.21}$$

磁场无源条件(2.5)或(2.18)式可写成积分形式。它要求沿通量管任意截面的磁通量守恒,而 将磁场分布与磁通量管位形联系在一起。由此给出

$$\iint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} - \boldsymbol{\varphi} \ (\mathring{\mathbf{R}} \boldsymbol{\mathfrak{Y}}), \tag{2.22}$$

其中 dS 为面积元。上式又可表示为

$$\int_{0}^{\theta_{b}} \int_{0}^{2\pi} B_{r} r^{2} \sin \theta d\theta d\varphi - \Phi, \qquad (2.23)$$

其中 $\theta = \theta$ 。是磁通量管的边界扩展角。

三、细长位形

磁通量管的具体位形不仅依赖于管内的解,也取决于管外区域中的压力分布。一般情况下,外部压力分布对通量管位形可有重大影响,这是需要仔细讨论的问题。本文只限于讨论 $9_{1} \ll 1$,即细长位形。根据小展角近似,通量管的解可表示为 θ 的级数,用渐近展开方法可形式地逐级求解非线性问题(参见文献[13])。

[′] **将二维量**表示为

$$\rho = \sum_{m=0}^{\infty} \rho^{(m)}(R)\theta^{m}, \quad \rho = \sum_{m=0}^{\infty} \rho^{(m)}(R)\theta^{m}, \quad T = \sum_{m=0}^{\infty} T^{(m)}(R)\theta^{m}, \quad B = \sum_{m=0}^{\infty} B^{(m)}(R)\theta^{m}, \quad (3.1)$$

其中上标m表示展开的阶数。管外分层大气的压力分布与 θ 无关,即只有零阶项非零:

$$\rho_{\bullet} = \rho_{\bullet}^{(0)}(R), \quad T_{\bullet} = T_{\bullet}^{(0)}(R), \quad \rho_{\bullet} = \rho_{\bullet}^{(0)}(R), \quad (3.2)$$

现在先讨论守恒关系(2.23)式,它可重新写为

$$2\pi \sum_{m=0}^{\infty} B_r^{(m)}(R) r^2 J^{(m)}(\theta_b) - \Phi, \qquad (3.3)$$

其中的积分表达式 $J^{(m)}(\theta_{\bullet})$ 为

$$J^{(m)}(\theta_b) = \int_0^{\theta_b} \theta^m \sin \theta d\theta. \tag{3.4}$$

对小角 θ 。近似,利用 $\sin \theta$ 和 $\cos \theta$ 展开,(3.4)式化为

$$J^{(m)}(\theta_b) = \frac{\theta_b^{m+2}}{m+2} + O(\theta_b^{m+4}). \tag{3.5}$$

积分(3.5)式就给出

$$J^{(0)} = \frac{\theta_b^i}{2} + O(\theta_b^i),$$
 (3.6)

$$J^{(5)} = \frac{\theta_b^3}{3} + O(\theta_b^5), \tag{3.7}$$

$$f^{(a)} = \frac{\theta_b^4}{4} + O(\theta_b^4) \tag{3.8}$$

等等。我们记

$$\Phi = 2B_r^{(0)}(1)J^{(0)}(\theta_0^2), \tag{3.9}$$

由(3.3)式可求出一阶边界展角为

$$\theta_b^{(I)} = \frac{1}{R} \left[\frac{B_r^{(0)}(1)}{B_o^{(0)}(R)} \right]^{1/2} \theta_0 + O(\theta_0^2), \tag{3.10}$$

其中 $\theta_0 = \theta_0(1)$ 。关系式(3.10)给出 $\theta_0^{(p)}(R)$ 与 $B_0^{(p)}(R)$ 之间的关联。若 $B_0^{(p)}(R)$ 正比于 $1/R^2$, $\theta_0^{(p)}$ 就是常数,通量管位形为球膨胀。类似地,可讨论(3.3)式的高阶关系。

方程(2.15)-(2.20)的零阶关系可写为

$$\frac{dp^{(0)}}{dR} + \frac{8}{R^2}\rho^{(0)} = 0, \tag{3.11}$$

$$p^{(0)} = \rho^{(0)} T^{(0)}, \tag{3.12}$$

$$p^{(0)} = p^{(0)}(\rho^{(0)}), \tag{3.13}$$

$$B_A^{(0)} = 0, \ B_{\infty}^{(0)} = 0.$$
 (3.14)

边界条件(2.21)式为

$$p^{(0)}(R) + \frac{1}{2\beta}B^{(0)} - p_{\bullet}(R)_{\bullet}$$
 (3.15)

将(3.13)式代人(3.11)式,密度 $\rho^{(0)}$ 的关系由下式给出:

$$\int \frac{dp^{(0)}(\rho^{(0)})}{d\rho^{(0)}} \frac{d\rho^{(0)}}{\rho^{(0)}} - \frac{8}{R} + \epsilon_0, \tag{3.16}$$

其中 c_0 为积分常数。如果过程(3.13)式确定了,就可求解零阶热力学量。例如,对多方过程有

$$p = \rho^n, \tag{3.17}$$

* 是多方指数。方程(3.17)的零阶关系为

$$p^{(0)} = \rho^{(0)^n}. (3.18)$$

将(3.18)式代入(3.16)式,我们有

$$\rho^{(0)} = \begin{cases} \left[\frac{n-1}{n} \left(\frac{\delta}{R} + c_0\right)\right]^{1/(n-1)}, & n \geq 1, \\ \exp\left(\frac{\delta}{R} + c_0\right), & n = 1. \end{cases}$$
(3.19)

由此给出压力分布为

$$\rho^{(0)} = \begin{cases} \left[\frac{n-1}{n} \left(\frac{\delta}{R} + c_0\right)\right]^{n/n-1}, & n \geq 1, \\ \exp\left(\frac{\delta}{R} + c_0\right), & n = 1. \end{cases}$$
 (3.21)

将(3.10)式及压力分布 $p^{(0)}(R)$ 代人零阶总压守恒条件(3.15)式,边界展角可确定为

$$\frac{R\theta_b^{(1)}}{\theta_0} = \left\{ \frac{B_r^{(0)}(1)}{2\beta} \frac{1}{\left[p_e(R) - p^{(0)}(R)\right]^{1/2}} \right\}^{1/2}, \tag{3.23}$$

它准确到 θ 3 阶。 表达式(3.23)说明,函数 $R\theta_{\theta}$ $^{\prime\prime}$ (R)即可递增,也可递减;所以,通量管即可发散,也可收缩,取决于通量管内、外的压力分布(尽管内外压力皆随R减小而减小)。可以看出,分层大气所约束的通量管在大多数情况下是发散的,但收缩的情况也不能绝对地排除在外。

类似地,一阶方程组可以写为[11]

$$B_{\theta}^{(1)}B_{r}^{(1)} = \beta R \frac{dp^{(1)}}{dR} + \frac{\sigma}{R} \rho^{(1)},$$
 (3.24)

$$-B_{r}^{(0)}B_{r}^{(1)} = \beta p^{(1)}, \tag{3.25}$$

$$B_{\theta}^{(t)} = -\frac{1}{2R} \frac{dR^2 B_r^{(0)}}{dR}, \tag{3.26}$$

$$B_r^{(0)} \frac{dR B_{\varphi}^{(1)}}{dR} + 2B_{\varphi}^{(1)} B_{\theta}^{(1)} = 0, \qquad (3.27)$$

$$\rho^{(1)} = \rho^{(0)}T^{(1)} + \rho^{(1)}T^{(0)}, \tag{3.28}$$

$$p^{(1)} = p^{(1)}(\rho^{(1)}, \rho^{(0)}). \tag{3.29}$$

边界条件(2.21)式的一阶关系给出类似于(3.25)式的公式。 将(3.25), (3.26)和(3.29)式代人 (3.24)式, 我们得到 $p^{(1)}$ 的方程如下:

$$\beta R \frac{dp^{(1)}}{dR} + \frac{\sigma}{R} \rho^{(1)}(p^{(1)}) - \frac{\beta}{2R} \frac{dR^2 B_r^{(0)}}{dR} \frac{p^{(1)}}{B_r^{(0)}}.$$
 (3.30)

对于多方过程(3.17),我们有一阶关系

$$p^{(1)} = n \rho^{(0)^{n-1}} \rho^{(1)}. \tag{3.31}$$

这样,方程(3.30)化为

$$\frac{dp^{(1)}}{dR} = \left[\frac{1}{2R^2B_r^{(0)}}\frac{dR^2B_r^{(0)}}{dR} - \frac{\sigma}{\pi R^2\rho^{(0)^{m-1}}}\right]\rho^{(2)}.$$
 (3.32)

利用(3.19)或(3.20)式,可得压力分布:

$$p^{(k)} = \begin{cases} c_1 R \sqrt{\overline{B_r^{(0)}}} \left[\frac{n-1}{n} \left(c_0 + \frac{\delta}{R} \right) \right]^{\frac{1}{n-1}}, & n \neq 1, \\ c_1 R \sqrt{\overline{B_r^{(0)}}} \exp\left(\frac{\delta}{R} \right), & n = 1, \end{cases}$$
(3.33)

其中 c. 为常数、考虑到(3.31)和(3.28)式,密度分布和温度分布分别

$$\rho^{(1)} = \begin{cases} \frac{c_1}{n} R \sqrt{B_r^{(0)}} \left[\frac{n-1}{n} \left(c_0 + \frac{\delta}{R} \right) \right]^{\frac{2-s}{s-1}}, & n \ge 1, \\ c_1 R \sqrt{B_r^{(0)}} \exp\left(\frac{\delta}{R} \right), & n = 1 \end{cases}$$
 (3.35)

和

$$T^{(1)} = \begin{cases} \frac{n-1}{n} c_1 R \sqrt{B_r^{(0)}}, & n \neq 1, \\ 0, & n = 0. \end{cases}$$
 (3.37)

由(3.25).(3.26)和(3.27)式可分别求出磁场分量 $B_{i}^{(1)}$, $B_{g}^{(1)}$ 和 $B_{g}^{(1)}$

类似地,我们可以逐步地分析高阶解的特性[13]。

四、多方等离子体模型

我们用多方过程来描述通量管内、外的等离子体,但两者的多方指数可不相同。这意味 着,本文集中分析 R = 1 附近延伸几个大气标高的区域。

由 R - R, 的条件可以确定各阶解的常数 c_{-} 。 在讨论 R - 1 附近的解时,选取 $R_{\star} = 1$ 。 这样,(3.19)和(3.21)式给出零阶热力学量为

$$p^{(0)} = K(R)^{\frac{n}{n-1}}, \quad n \ge 1, \tag{4.1}$$

$$\rho^{(0)} = K(R)^{\frac{1}{n-1}}, \quad n = 1,$$

$$T^{(0)} = K(R), \quad n = 1,$$
(4.2)

$$T^{(e)} = K(R), \qquad n \ge 1, \tag{4.3}$$

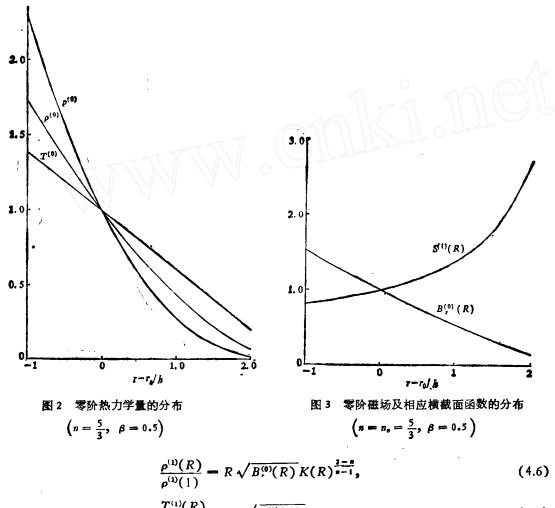
其中的函数 K(R) 定义为

$$K(R) = p_0^{\frac{n-1}{n}} - \frac{n-1}{n} \frac{1}{R} \frac{r-r_0}{h}. \tag{4.4}$$

而典型标高 $h - \mathcal{R}T_0 / \left(\frac{G\mathcal{M}_*}{r^2}\right), p_0 - p^{(0)}(1) - 1, \rho^{(0)}(1) - 1$ 和 $T^{(0)}(1) - 1$,我们分析 R = 1 附近的解。公式(4.1)—(4.4)表明,零阶热力学量的典型变化尺度是典型标高 h,与绝 热过程对应的结果 $\left(n-\frac{5}{2}\right)$ 示于图 2 中。 对于 n>1 的其他情况有类似的分布, n 值较大 时,热力学量衰减较快。零阶磁场 $B_{\bullet}^{(p)}$ 以及与此相应的 $\theta^{(u)}(R)$ 都将依赖于管外的压力分布。 若管外的分层大气的多方指数也 是 $n_e = \frac{5}{3}$,对于 $\beta = 0.5$, $B_e^{(0)}$ 和 $\theta^{(1)}$ 的分布如图 3.

考虑到定义(4.4)式,一阶热力学量可写为

$$\frac{p^{(1)}(R)}{p^{(1)}(1)} = R\sqrt{B_{\cdot}^{(0)}(R)}K(R)^{\frac{1}{n-1}},\tag{4.5}$$



$$\frac{T^{(1)}(R)}{T^{(1)}(1)} = R \sqrt{B_r^{(0)}(R)}, \qquad (4.7)$$

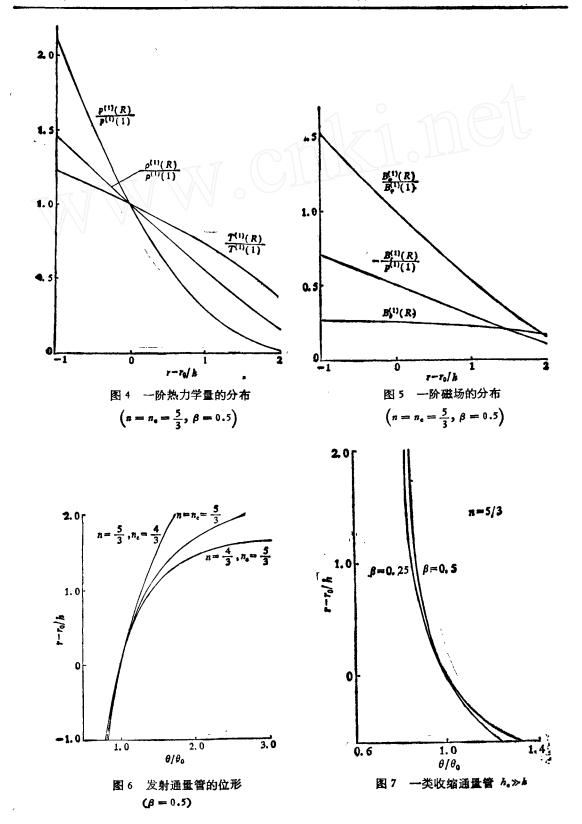
其中 $p^{(1)}(1)$, $\rho^{(1)}(1)$ 和 $T^{(1)}(1)$ 是一阶量在 R=1 处的值。类似地,一阶磁场分量为

$$B_r^{(1)} = -\beta p^{(1)}(1) \frac{p^{(1)}(R)}{B_r^{(0)}(R)}, \tag{4.8}$$

$$B_{\theta}^{(1)} = -\frac{1}{2R} \frac{dR^2 B_r^{(0)}}{dR},\tag{4.9}$$

$$\frac{B_{\varphi}^{(1)}(R)}{B_{\varphi}^{(1)}(1)} = RB_{r}^{(0)}(R), \tag{4.10}$$

其中 $B_{\bullet}^{(1)}(1)$ 是 R-1 处磁场分量的值。图 4 和图 5 分别是 $\beta-0.5$ 和 $n-n_{\bullet}-5/3$ 时的一阶热力学量和磁场分布。(4.8)式给出一阶磁压 $B_{\bullet}^{(0)}B_{\bullet}^{(1)}/\beta$ 与一阶热力学压力反号,因此热力学量较大的非均匀性对应于磁场较大的非均匀性,但两者变化趋势相反,即当 θ 增加时,一个量增大,一个量减小,反之亦然。 $p^{(1)}(1)$, $\rho^{(1)}(1)$ 和 $T^{(1)}(1)$ 的值由观测或物理条件确定。例如,对太阳黑子而言,这些量是负的,光球观测黑子内、外的值给出热力学量的差别,由此可



组建轴对称黑子的理论模型。这时,太阳表面、太阳大气(光球、色球、日冕)和对流区分别对应于 R=1, R>1 和 R<1.

通量管的边界依赖于管内、外的压差。外部压力可衰减得比内部更快或更慢,前者要求通量管发散,后者要求收缩或发散较小。 $\beta=0.5$ 的几个发散位形绘在图 6 中。如果外部标高远大于内部的 $(h_{\epsilon}\gg h)$,外部压力可看成均匀的,随 R 增加含有越来越大的压差。这时的通量管位形如图 7 所示。由于需要大的磁压去平衡压差,故通量管是收缩的。要指出的是,上述讨论不允许通量管边界变化太快,但一般物理图象是成立的。

五、讨论

当 $B_{\epsilon}^{(p)}(R)R^{2}$ 不变时,零阶模型退化为一维模型,通量管边界 $\theta = \theta$ 。(常数)。 管内的热力学量类似于管外,满足分层大气模型。 管内、外的热力学量都随 R 增加而衰减,以克服重力。一阶量显示沿截面的非均匀性,若有一个热力学量在某一截面均匀,则所有热力学量在所有截面皆均匀。 零阶和一阶压力梯度的绝对值都大于温度梯度的绝对值。将通量管应用到黑子时,管内一阶热力学量皆负,对称轴附近的压力和温度比管边界处低。

偏离球膨胀就要求截面变化,如(4.9)式所示,分量 $B_{\nu}^{(i)}$ 来自 $R^{2}B_{\nu}^{(p)}$ 的变化。相对小的 $B_{\nu}^{(p)}(R)$ 变化联系于较扩展的截面和相对大的 $B_{\nu}^{(p)}(R)$.另外,磁场的扭绞分量 $B_{\nu}^{(p)}(R)/B_{\nu}^{(p)}(1)$ 随 R 的增加而减小。因此,大气中的扭绞分量来自表面以下;而恒星对流区中切向磁场分量为 零时,大气中磁力线将不会扭绞。进而,切向场磁能将随 R 增加而减少,衰减率大致正比于标高。

通量管的位形在理论和应用上都很重要,它是进一步讨论流动、波动及能量传递的基础。 本文分析了孤立磁通量管的基本特性,并给出了一种求解非线性自由面边值问题的方法。

参考文献

- [1] Spriut, H. C., The Sun As A Star, NASA SP-450, 1981, 385.
- [2] Priest, E, R., Solar Magnetohydrodynamics, D. Reidel, 1982.
- [3] Lüst, R. & Schlüter, A., Zs. Astrophys., 34(1954), 303.
- [4] Parker, E. N., Cosmical Magnetic Field, Clarendon Press, 1979.
- [5] Hu, W. R. et al., Solar Phys., 83(1983), 195.
- [6] Deinzer, W. G., Astrophys. J., 141(1965), 548.
- [7] Yun, H. S., Astrophys. J., 162(1970), 975.
- [8] Osherovich, V. A., Solar Phys., 94(1984), 205.
- [9] Parker, E. N., Astrophys. J. 191(1974), 245.
- [10] Wilson, P. R., Astrophys. J., 214(1970), 975.
- [11] Hu, W. R., J. Plasma Phys., 37(1987), 323.
- [12] 胡文瑞,科学通报,32(1987),3: 257.
- [13] 胡文瑞,中国科学,1981,5: 593.