

# 双螺旋尾涡结构和内波实验研究

张蝶丽

(中国科学院力学研究所)

## 摘 要

密度分层流体中物体绕流的实验研究从六十年代中期起蓬勃开展起来。在1967年Mowbray和Rarity发表了三张纹影照片,但是没有涉及到尾涡结构。在这期间,不少学者研究了水平运动产生的内波,到了1977年Pao和Kao首先报导了用弱分层的方法揭示了在小Richardson数 $R_i = 0.215$ 和雷诺数 $Re = 4 \times 10^3 \sim 2 \times 10^4$ 情况下在均匀流中圆球的尾涡具有封闭末端双螺旋结构。Merzkirch和他的学生用光学技术得到清晰的内波波型照片,对圆柱垂直运动实验和理论结果作了比较。近些年来,稳定性研究和三维分离流动中流面分叉及涡构架研究有新进展。为了搞清楚密度分层流体中的尾涡结构、内波和尾涡的关系、内波产生的机理,在1983年我们建立了分层流水箱设备。从实验中我们发现:在低雷诺数 $Re \approx 10^2$ 情况下,分层流体中圆柱绕流的尾涡具有双螺旋结构,双螺旋的三支以相反的方向连续地缠绕在一起。这与Pao和Kao水平运动圆球尾流中涡结构有类似的现象。在有倾角情况下,涡管在运动中发生变形。可以认为,实验结果有助于剪切流动现象的研究以及对湍流的发生、发展和衰变机制的进一步理解。

本实验使用直径 $D = 20\text{mm}$ ,长度 $70\text{mm}$ 的不锈钢圆柱模型,该模型水平地悬挂在分层流水箱框架中的带有滚珠轴承滑块上。圆柱与水平轴成 $45^\circ$ 和 $90^\circ$ 倾角向上和向下被拖着运动。 $Re = VD/\nu = 200$ ,  $N = \left[ - (g/\rho_0^*) \frac{d\rho_0}{dz} \right]^{1/2} = 0.718$ , ( $N$ 是Väisälä频率),  $R_i = N^2 D^2 / V^2 = 2.062$ 。

正如Daily和Harleman指出的那样,在非均质流体中存在分子扩散和质量传输。在不考虑端面效应情况下,据我们的观察和分析,在分层尾流区域中,除了混合密度流体的当地速度引起的质量传输外,混合流体中的一种密度流体具有向它的浓度递减方向移动的趋势,故还存在其附加相对速度引起的独立质量传输过程。由于浮力效应,流体质点倾向于要回到原来的平衡位置。可以清楚地看到尾流区中的流体被振荡起来。振荡加速了耗散。随着圆柱匀速前进,紧靠圆柱有新的螺旋涡不断生长;远离圆柱被卷起具有封闭末端的涡管越来越松散,不断地被耗散,从而具有锯齿形边界,它迫使附近流体振荡,产生内波并影响波峰和波谷。内波传播必须满足一定的色散关系,这色散关系确定了相位在空间的变化。在理论上内波的运动可以用渐近展开的方法计算,数学解法另文介绍。

## 一、引 言

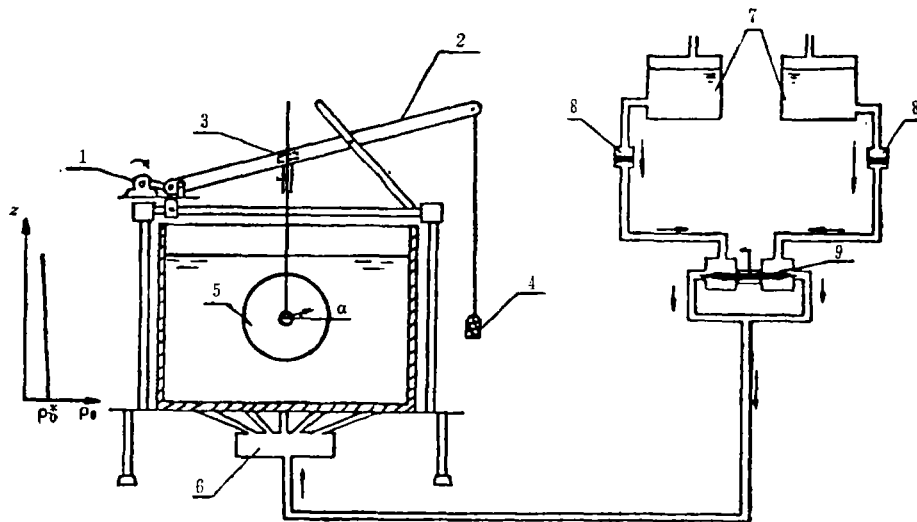
密度分层流体中物体绕流的实验研究从六十年代中期起蓬勃开展起来。Lighthill<sup>[1]</sup>最先从Mowbray(1966)那里得到了一张圆球垂直穿过密度连续分层流体产生内波的纹影照片。同期Mowbray<sup>[2]</sup>详细地介绍了用纹影和阴影技术研究密度分层流体中流动显示的原理和方法。1969年Mowbray和Rarity<sup>[3]</sup>发表了三张纹影照片,其中两张表示一个圆球垂直地向上及向下运动产生内波时由亮暗间隔的条纹所表示的常相位面照片,第三张照片表示圆球所产生的扰动图

本文于1987年9月27日收到。

像,但是都没有涉及到尾涡结构。在这期间,由于对化学过程、气象和海洋问题日趋感兴趣,对密度分层流动的理论 and 实验作了大量的研究。Yih, C-S<sup>[4]</sup>再版的专著“分层流动”和 Turner<sup>[5]</sup>著作“流体中的浮力效应”中可以看到众多的文献,其中研究较多的是物体水平运动产生的内波。1977年 Pao 和 Kao<sup>[6]</sup>首先报导了用弱分层的方法揭示了在小 Richardson 数 ( $Ri = 0.215$ )和雷诺数  $Re = 4 \times 10^3 \sim 2 \times 10^4$  情况下在均匀流中水平前进的圆球的尾涡具有封闭末端双螺旋结构。Merzkirch 和他的学生<sup>[7,8]</sup>用光学技术得到清晰的内波波型照片,对圆柱垂直运动实验和理论结果作了比较。近些年来,稳定性研究和三维分离流动中流面分叉及涡的构架研究有新进展<sup>[9-11]</sup>。为了搞清楚密度分层流体中的尾涡结构、内波和尾涡的关系、内波产生的机理,在 1983 年我们建立了分层流水箱设备。分层流体中水平放置的圆柱作二维运动,它的方向与水平轴成倾角  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ ),其尾涡具有双螺旋结构,双螺旋的二支以相反的方向连续地缠绕在一起。圆柱非垂直运动时,涡管在运动中发生变形,由于在密度分层流体中存在分子扩散和质量传输过程,由于浮力效应,流体质点倾向于要回到原来的平衡位置,流体被振荡起来,产生内波。可以认为,实验结果有助于剪切流动现象的研究<sup>[12]</sup>以及对湍流的发生、发展和衰变机制的深入理解。

## 二、实验装置

实验是在带有可转动导轨的分层流水箱内进行。水箱长 840 毫米,宽 110 毫米,深 650 毫米是用壁厚 20 毫米,底厚 50 毫米的透明有机玻璃制成,两面壁嵌有直径 250 毫米,厚度 40 毫米的光学玻璃观察窗。经可转动的导轨-滑轮系统,物体可作任意方向运动。



1. 力矩电机 2. 框架 3. 滑块构件 4. 重锤 5. 光学玻璃观察窗  
6. 分流器 7. 溢流箱 8. 过滤器 9. 针阀

图 1 密度分层流水箱系统示意图,圆柱以  $\alpha$  倾角向上运动

本实验使用直径  $D = 20$  毫米,长度 69.5 毫米的不锈钢圆柱模型。氟塑料薄片粘贴在模型的两端,以免模型运动时损伤光学玻璃。模型被直径为 2 毫米的两根镀铬钢丝水平地悬挂,钢丝上端的两个带有滚珠轴承的滑轮和一个滑块的构件相连接,通过自动反馈回路系统的力矩电机轴上

的一个定滑轮带动尼龙绳，绳的两端连结在滑块的两个端面中心上，尼龙绳的长度可以方便地调节，绳牵动滑块构件从而使滑轮可以在导轨框架内平稳地进行并带动了物体运动。绕过导轨框架端部有另一条尼龙绳把滑块构件和一个重锤相连，使圆柱无论向上运动或向下运动都能平稳地进行。长度 1100 毫米的导轨框架可以沿着水平支架移动，也可以绕框架一个端部转动  $\alpha$  角 ( $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ ) 乃至垂直挺立，见图 1。工作介质是经过滤的清水和盐水混合溶液，清水和饱和盐水存放在 500 立升的二个塑料桶内。功率 45 瓦、流量 5 升/分的电磁泵分别把清水和盐水送到离地面 2 米高处的溢流箱内，清水和盐水再分别从溢流箱的出口经过滤器到混合腔，力矩电机经涡轮杆带动两个针阀水平移动，控制清水和盐水的混合速度，从而制得浓度随时间线性增长的混合溶液，溶液经过分流器分别通过 20 根塑料软管送到直径 2 毫米的 20 个底部入口，再缓慢地进入分层流水箱。控制好溶液的位势压力和混合的速度，溶液密度能保持稳定分层。在正常工作状态下稳定分层能维持十天左右。

水箱侧壁镶有 555 毫米长的航空橡皮条，可在各高度上用注射针抽样，利用阿贝折射仪可以监视并测定液体密度。密度计算公式：

$$\rho_0 = \frac{n - 1.3322}{0.248} + \rho_w$$

其中  $\rho_w = 0.9982$  克/厘米<sup>3</sup>， $n$  为液体折射率，下角标 0 表示静止介质。

本实验液体密度  $\rho_{0i}$  随高度  $z_i$  的分布如下：

|                             |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $i$                         | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12     |
| $z_i$ (cm)                  | 0      | 7      | 11     | 14     | 17     | 21     | 25     | 29     | 33     | 37     | 43     | 50     |
| $n_i$                       | 1.3393 | 1.3393 | 1.3392 | 1.3391 | 1.3389 | 1.3377 | 1.3373 | 1.3363 | 1.3345 | 1.3336 | 1.3327 | 1.3327 |
| $\rho_{0i}$<br>( $g/cm^3$ ) | 1.0268 | 1.0268 | 1.0264 | 1.0260 | 1.0252 | 1.0204 | 1.0188 | 1.0147 | 1.0075 | 1.0038 | 1.0002 | 1.0002 |

由此可以得到  $\frac{d\rho_0}{dz} = -0.00054$ ，水箱底面处密度  $\rho_0^* = \rho_{01} = 1.0268$  克/厘米<sup>3</sup>，Väisälä 频率（环

境频率） $N = \left[ - (g/\rho_0^*) \frac{d\rho_0}{dz} \right]^{1/2} = 0.718$  秒<sup>-1</sup>。

### 三、双螺旋尾涡和内波

本文中的阴影照片是属于圆柱以  $V = 1$  厘米/秒均匀速度垂直地以及与水平轴成  $45^\circ$  倾角地向上被拖着运动的情况。在雷诺数  $Re = VD/\nu = 200$ ，理查特数  $R_i = N^2 D^2 / V^2 = 2.062$  情况下，从图 2 (a-f) 和图 3 (a-d) 中照片可以看到圆柱脱落的边界层沿着流动方向，卷成螺旋状的涡旋，双螺旋的两个分支以相反方向连续地缠绕在一起。这与 Pao 和 Kao 水平运动圆球尾流中涡结构有相似的现象。

图 2(a-f) 是水平圆柱在密度分层流体中垂直向上运动双螺旋尾涡代表性的阴影照片。

图 3(a-d) 的四张代表性的阴影照片中不难看出，随圆柱均速前进，紧靠圆柱有新的螺旋涡不断生成；远离圆柱被卷起的具有封闭末端的涡管越来越松散，不断地被粘性所耗散，在有倾角运动情况下，涡管在运动中发生扭曲变形，不断改变自己的形状。

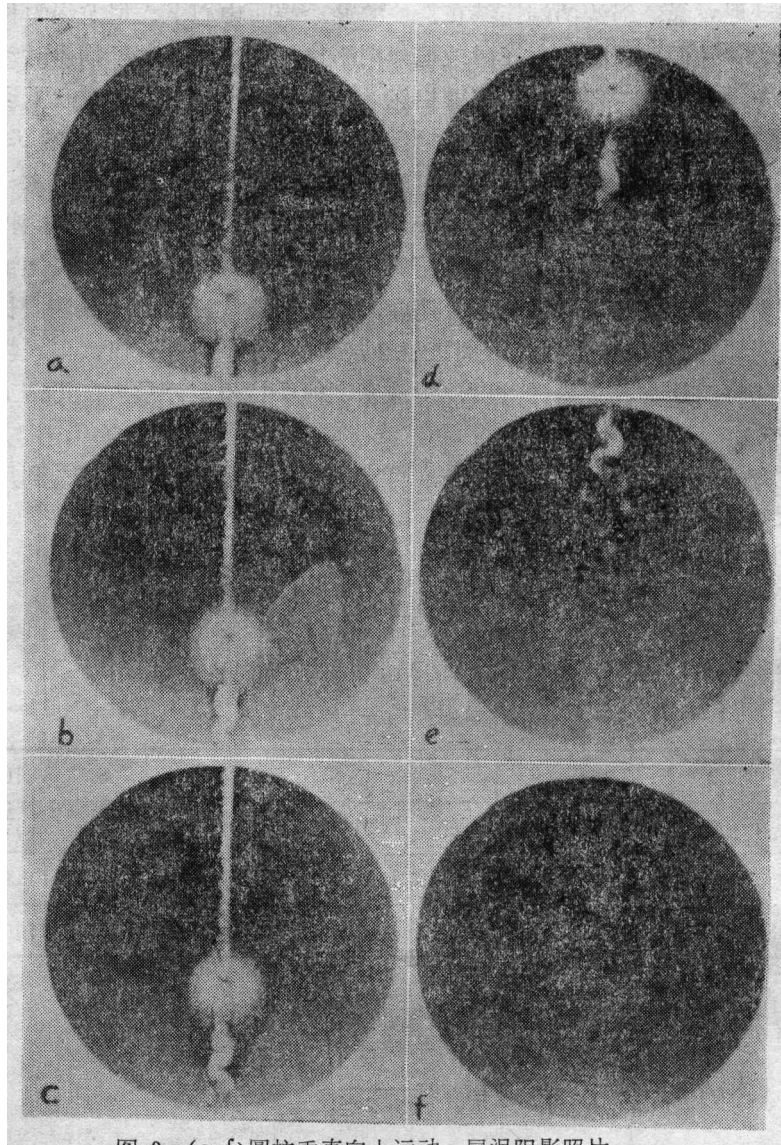


图 2 (a-f)圆柱垂直向上运动,尾涡阴影照片

图 4 (a 与 b) 两张照片给出在以  $45^\circ$  倾角等速运动的圆柱后面由白砂糖颗粒溶解后变形的痕迹线所显示的内波图形。尾迹的边界呈锯齿形。由观察可以看到尾迹区内流体上下振荡；随着远离运动着的圆柱，由于阻尼作用流体振荡的幅度和频率都会逐渐减小。

根据我们的观察和分析<sup>[13]</sup>，在不考虑端面效应情况下，在分层流动起始后那瞬间，在边界层内，由于压力梯度的作用强于物面滞止作用，它使密度为  $\rho_1$  的流体质点自  $D$  点向  $E$  点加速流动，惯性力还能克服阻力将密度为  $\rho_1$  并夹带着部分  $\rho_2$ 、 $\rho_3$  流体质点从  $E$  点流向物体后部，并且堆积起来，见示意图 5a。

密度为  $\rho_4$  的后缘流体在逆压作用下将倒流回去，当圆柱以常速  $V$  稳定运动时，壁面形成的补偿回流在  $s$  点把边界层和圆柱分离开来，这样的边界层通常是不稳定的，见图 5b。

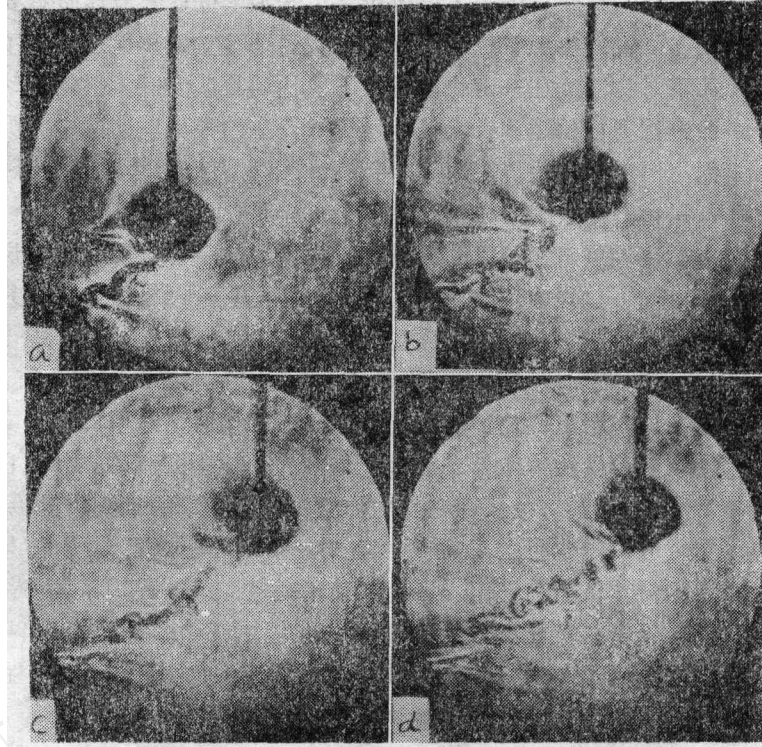


图 3 (a-d)双螺旋尾涡代表性阴影照片  
 $Re = 200$ ,  $R_t = 2.062$ ,  $N = 0.718$ ,  $\alpha = 45^\circ$

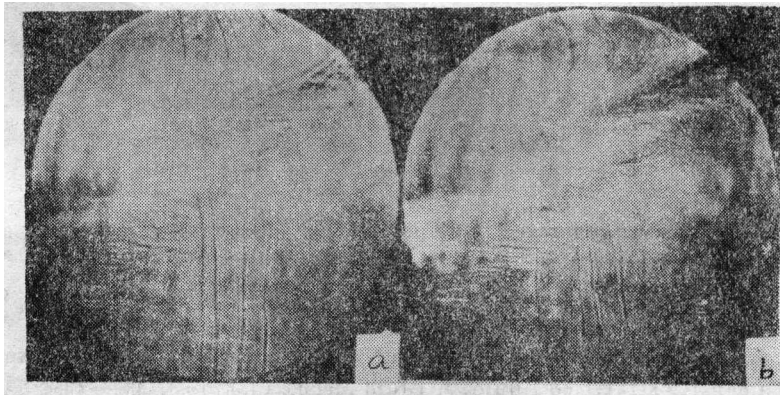


图 4 (a-b)内波代表性阴影照片  
 $Re = 200$ ,  $R_t = 2.062$ ,  $N = 0.718$ ,  $\alpha = 45^\circ$

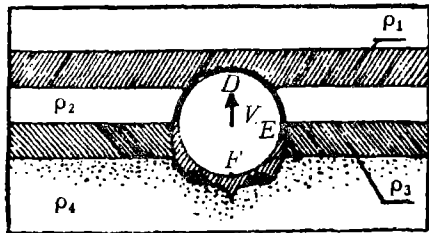


图 5a 密度分层流体圆柱边界层

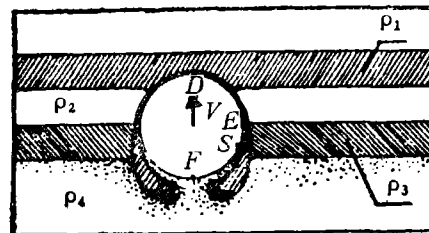


图 5b 边界层脱体

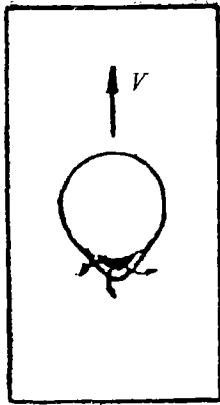


图 5c 头尾搭在圆柱固壁管上涡管

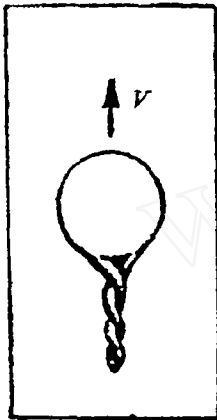


图 5d 双螺旋尾涡结构

另一方面, 由于浮力效应, 离开平衡位置的流体质点要恢复到原来的平衡位置, 出现了扰动, 扰动导致的动量交换和输运加剧了这种不稳定性 and 不对称性。在一定的雷诺数下, 扰动被放大后, 平均流动所失去的能量通过扰动被输运到有大量能量耗散发生的最大剪切区中。剪切力的合力矩促使形成两个边界层的歪斜螺旋流运动。图 5c 表示被分开的涡片卷起进入涡管, 其头尾搭在圆柱固壁上。

边界层中歪斜螺旋流运动, 使脱体的带有旋度的边界层卷起, 在外流携带而下过程中, 在自身的感应下, 涡管的两支彼此靠拢并且连续地绞缠在一起, 成为双螺旋涡索, 见图 5d。

正如 Daily 和 Harleman<sup>[14]</sup>所指出的那样, 在非均质流体中存在分子扩散和质量传输。因此在分层尾流区域中, 除了混合密度流体的当地速度引起的质量传输外, 混合流体中的一种密度流体具有向它的浓度递减方向移动的趋势, 故还存在其附加相对速度引起的独立质量传输过程。由于浮力效应, 流体质点倾向于要回到原来的平衡位置。可以清楚地看到尾流区中的流体被振荡起来, 振荡加速了耗散, 耗散促进了振荡。随着圆柱匀速前进, 紧靠圆柱有新的螺旋涡不断生成: 远离圆柱被卷起具有封闭末端的涡管越来越松散, 不断地被耗散, 从而具有锯齿形边界, 它迫使附近流体振荡, 产生内波, 并影响波峰和波谷。

内波传播必须满足一定的色散关系, 这色散关系确定了相位在空间的变化。在理论上, 内波的运动可以用渐近展开的方法计算, 数学解法另文介绍<sup>[15]</sup>。

在本工作中, 中国科学院力学研究所阎明山同志协助照相, 刘翠兰同志参加实验。得到林同骥教授和谈镐生教授关心, 深表感谢。

### 参 考 文 献

- [1] Lighthill, M. J., On waves generated in dispersive systems by travelling forcing effects, with applications to the dynamics of rotating fluid, *J. Fluid Mech.*, (1967), 27, 725—752.
- [2] Mowbray, D. E., The use of schlieren and shadowgraph techniques in the study of flow patterns in density stratified liquids. *J. Fluid Mech.*, (1967) 27, 595—608.
- [3] Mowbray, D. E. and Rarity, B. S., The internal wave pattern produced by a sphere moving vertically in a density stratified liquid, *J. Fluid Mech.*, (1967) 30, 489—495.
- [4] Yih, C.-S., *Stratified flows*, Academic press, New York, 1980.
- [5] Turner, J. S., *Buoyancy effects in fluids*, Cambridge uni. press, Cambridge, 1973.
- [6] Pao, H. P. and Kao, T. W., Vortex structure in the wake of a sphere. *The physics of fluids*, (1977) 20, 2, 187—191.
- [7] Gärtner, U., Visualization of particle displacement and flow in stratified salt Water, *Experiments in fluids*, (1983) 1, 55—56.
- [8] Gärtner, U., & Merzkirch, W. F and Zhang, Dieli (张蝶丽) The two-dimensional steady internal wave fluid produced by a cylinder moving vertically through a density-stratified liquid, 2nd Asian Symp. On Fluid Mechanics, Beijing, 1983, 464—467.
- [9] Widnall, S. E., The stability of a helical vortex filament, *J. Fluid Mech.*, (1972) 54, 641—663.
- [10] Kato, H. and Phillips, O. M., On the penetration of a turbulent layer into a stratified fluid,

- J. Fluid Mech. (1969) 37, 643—655.
- [11] Perry, A. E. and Hornung, H., Some aspects of three-dimensional separation. Part I: Stream-surface bifurcations, Part II: Vortex skeletons, Z. Flugwiss Weltraumforsch, (1984) 8, 77—87, 155—160.
- [12] 魏中磊, 二维自由混合层剪切湍流中 Brown-Roshko 大涡拟序结构, 力学进展, (1983) 13, 3, 328—334.
- [13] 张蝶丽, 分层流体中尾涡和内波实验研究, 第二届全国流动显示学术会议论文集, 1986, 173—177.
- [14] Daily, J. W. and Harleman, D. R. F., Fluid-dynamics, 1973.
- [15] 张蝶丽, 圆柱运动二维内波渐近解, 力学学报, 1988 年第 3 期。

## Experimental Investigation on Double Helical Vortex Structures of the Wake and Internal Waves

Zhang Dieli

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, China)

### Abstracts

From the middle sixties, the flow round the body in a density stratified fluid has been intensively studied by experiments. In 1967, Mowbray and Rarity published three schlieren photographs. In these photographs, the vortex structure is invisible. In that period many investigators studied internal waves produced by a horizontally moving body. In 1977, Pao and Kao first reported the closed-end double helical structure of the vortex tube in the wake of a sphere in homogeneous fluid. The phenomenon was revealed by means of a weak stratification for small Richardson number ( $Ri = 0.215$ ) and Reynolds numbers  $Re = 4 \times 10^3 - 2 \times 10^4$ . By optical technique Merzkirch and his student obtained clear photographs of wave pattern of internal wave field. Recently, new progresses in studies on the stream-surface bifurcation and vortex skeletons in the three-dimensional separation flow have been made. In order to clarify the vortex structure, the relation between internal waves and vortex in the wake and the mechanism of internal waves, we have built a stratification tank equipment in 1983. In the experiments we detected that for relatively low Reynolds numbers  $Re = 10^2$  in the flow round a circular cylinder in a stratified fluid the vortices in the wake have a double-helical structure, and two branches of the double helix unwind continuously in an opposite sense from the formation region. This phenomenon is similar to the vortex structure in the wake of the horizontal motion of a sphere, published by Pao and Kao. In case of existence of an inclination, the vortex tube deforms in the motion.

We believe that the experimental results may be helpful in studying the phenomena in sheared flow and in understanding the mechanism of production, development and attenuation of turbulence correctly.

The cylindrical model used in the experiments was made of stainless steel, 20mm in diameter and 70mm in length, which was hung horizontally to the frame of the stratification tank. The cylinder was set in motion upwards and downwards under the inclination of  $45^\circ$  and  $90^\circ$ .

For  $Re = VD/\nu = 200$ ,  $N = \left[ -(g/\rho_0) \frac{d\rho_0}{dz} \right]^{1/2} = 0.718$  ( $N$  is the Väisälä frequency), and  $Ri = N^2 D^2 / V^2 = 2.062$ .

As indicated by Daily and Harleman, there exist molecule diffusion and mass transport in the nonhomogeneous fluids. We shall neglect the end effects. According to our observations and analysis, a density stratified fluid in the wake region may be considered as a mixture of different constituents with different densities. In this way, in the wake region of the stratified fluid, besides the mass transport caused by the local velocity of the mixture-

fluid, there exists additional mass transport caused by the relative velocity of different constituents. Due to the buoyancy effect, the fluid particles tend to return to their original equilibrium positions. It may be clearly seen in the experiment that the fluid particles in the wake region are set into oscillations. The oscillations accelerate the dissipation. As the cylinder moves forwards with constant velocity, in the region close to the cylinder, new helical vortices are continuously generated, and the unwound closed end of the vortex tube becomes looser and looser and is continuously dissipated to have a sawtooth boundary, which sets the fluid particles nearby in oscillations affecting the crests and troughs. The propagation of internal waves must satisfy certain dispersion relation which determines the spatial change of the phase. The wave pattern can be experimentally visualized by means of optical technique and theoretically calculated by use of the method of asymptotic expansion. The comparison of the theoretical and experimental results was published. The mathematical solution of internal waves in the stratified flow will be published separately.

www.cnki.net