

钢水连铸电磁搅拌的磁 ·流体力学基础

毛斌* 王世郁*

[摘要] 本文从磁流体力学基本方程出发, 导出一些无量纲参数: Re (雷诺数)、 R_m (磁雷诺数)、 Ha (哈特门数) 和 N (磁相互作用参数), 阐述这些无量纲参数的物理意义, 结合钢水连铸电磁搅拌工况, 讨论这些参数在其中的影响, 为研究电磁搅拌现象及搅拌器设计计算提供一些定性结果。

实践证明, 钢水连铸采用电磁搅拌技术对改善铸坯质量、放宽连铸工艺条件及扩大连铸钢种发挥了重要作用, 电磁搅拌的实质在于借助电磁力强迫铸坯内芯中钢水的流动, 从而改变了钢水凝固过程的流动、传热和传质条件, 达到改善铸坯表面及皮下质量、扩大等轴晶率、改善或消除中心偏析和中心缩孔等目的。因此, 搞清铸坯液芯的流场, 对电磁搅拌器的设计计算和寻求最佳运行方式都具有重要意义。

电磁搅拌工作原理和普通异步电机相类似, 都遵循两个基本规律: 电磁感应和载流导体与磁场相互作用, 即当钢水处于交变磁场中, 在其中感应起电流, 该电流与当地磁场的相互作用产生电磁力, 推动钢水运动。由此可以看出, 电磁搅拌的基本特点是: ①通过电磁感应, 实现能量的转换, 因而电磁能可以无接触转换成钢水的动能; ②由于电磁场可以人为控制的, 即电磁力可以人为控制, 因而可以人为地控制钢水的流动, 从而控制钢水凝固过程的动力学和热力学条件。

虽然电磁搅拌的工作原理和电机类似, 但由于钢水是连续导电流体, 它在电磁场作用下, 有其独特的一些磁流体力学现象, 分析这些现象是电磁搅拌理论研究的基本内容; 另外, 由于钢水温度较高, 无法直接观察其

中的搅拌过程, 所以常常使用低熔点金属或小装置来模拟钢水的流动, 为此, 本文从磁流体力学基本方程出发, 归纳一些基本的无量纲参数, 作为电磁搅拌中磁流体力学过程的分析、搅拌器设计及模拟研究的基础。

一、基本方程

电磁搅拌是电磁流体力学在冶金上的一个重要应用, 因此, 研究电磁搅拌中的现象需要运用电磁流体力学的规律。而这些规律需要同时考虑流体力学和电磁学及其相互作用的规律, 其关系是: 一方面导电流体在磁场中运动产生感应电流及其伴生的感应磁场, 必须在电磁学方程中加以考虑; 另一方面, 磁场与导电流体中感应电流的相互作用产生电磁力, 应当在流体力学方程中加以考虑。由于两者是互耦合的, 因而磁流体力学过程是相当复杂的。

针对钢水连铸电磁搅拌的具体情况, 我们假定: ①钢水是不可压缩的导电流体; ②钢水的所有物质常数如密度 ρ 、动力粘性系数 η 、导电率 σ 和导磁率 μ 等都是标量常数, 由于在电磁搅拌区域中, 钢水和坯壳的温度都高于居里点 760°C , 因此, 其导磁率可取为真空导磁率, 即 $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$; ③钢水流速远小于光速, 故电场对电荷作用

的库仑力可以忽略；④电磁搅拌的电源频率通常使用工频（50C / S）或低频，因而位移电流可以忽略。因此，电磁学的麦克斯威方程（采用实用单位制）为：

法拉第电磁感应定律：

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

安培定律： $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ (1.2)

高斯定律： $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (1.3)

欧姆定律： $\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B})$ (1.4)

状态方程： $\vec{B} = \mu \vec{H}$ (1.5)

其中 \vec{E} ——电场强度向量； \vec{B} ——磁感应强度向量； \vec{H} ——磁场强度向量； \vec{J} ——电流密度向量； \vec{V} ——钢水流动速度向量。而描述钢水运动的基本方程是：

连续方程： $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ (1.6)

运动方程（纳维—斯托克斯方程）：

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right] = -\nabla p + \rho \vec{g} + \eta \nabla^2 \vec{V} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (1.7)$$

其中 t ——时间； p ——压力； g ——重力加速度。

值得注意的是欧姆定律（1.4），在其右边第二项出现速度 \vec{V} ，因此它是联系电磁学和流体力学方程的桥梁。

由方程（1.1）~（1.5）得到在磁流体力学中著名的感应方程：

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{V} \times \vec{B}) + \frac{1}{\mu \sigma} \nabla^2 \vec{B} \quad (1.8)$$

所以方程（1.8）、（1.3）、（1.6）和（1.7）构成描述钢水电磁搅拌的基本方程。

二、无量参数的定义、

物理意义及其影响

在研究电磁搅拌过程中，要严格求解上述方程是困难的，为了阐明电磁搅拌过程中产生的现象的物理本质，分析主要因素对现象的影响，我们从基本方程出发，运用物理量的量级比较，导出一些无量参数。运用

这些参数，既可以比较两种物理量的相对大小，估计这些物理量对现象的影响程度；又可根据其大小，在方程中保留起主要作用的各项，忽略影响不大的各项，从而有助于掌握现象的物理本质，简化分析计算。

我们引进特征长度 L_0 ，特征速度 V_0 ，取磁场强度 H 的量级为 H_0 （外加磁场），电流密度 j 的量级为 $\sigma V_0 B_0$ 。

2.1 雷诺数： $R_e = \frac{V_0 L_0 \rho}{\eta} = \frac{V_0 L_0}{\nu}$

由方程（1.7）中的惯性力与粘性力之比，得到雷诺数：

$$R_e = \frac{\text{惯性力}}{\text{粘性力}} = \frac{|\rho(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}|}{|\eta \nabla^2 \vec{V}|} \sim \frac{\rho \frac{V_0^2}{L_0}}{\eta \frac{V_0}{L_0}} = \frac{\rho V_0 L_0}{\eta} = \frac{V_0 L_0}{\nu} \quad (2.1)$$

其中两垂线表示其中的物理量的量级， ν ——运动粘性系数。

雷诺数 R_e 决定电磁搅拌中钢水的流动状态。根据水力学原理，管道中流动的临界雷诺数 $R_e = 2000 \sim 3000$ ，而电磁搅拌中钢水的雷诺数比此值大得多，因此，电磁搅拌区中钢水流动属于湍流流动，在湍流流动中，除了坯壳凝固面前沿很薄的边界层（其厚度为 $\frac{1}{\sqrt{R_e}}$ 量级）内，速度有很大的变化外，流速可按断面平均。这样有助于简化计算。

2.2 磁雷诺数： $R_m = \mu \rho V_0 L_0 = \frac{V_0 L_0}{\nu_m}$

由于 R_m 与普通流体力学中雷诺数形式上相似，由此称磁雷诺数。但两者的物理本质且有很大差别， R_e 是从动力学概念即从力的概念导出的，而 R_m 是从运动学概念导出的。引进雷诺数 R_m 的实际意义在于不必求解物理问题而能预先估计该问题的一些参数。

2.2.1 感应方程（1.8）右边第一项表示磁场随导电流体的运动，称对流项，第二项则表示由于导电流体的导电率有限而具有磁

粘滞性，使磁场在其中弥散，称扩散项，两者之比即为磁雷诺数 R_m ，即：

$$R_m = \frac{\text{磁扩散项}}{\text{磁对流项}} = \frac{|\nabla \times (\vec{V} \times \vec{B})|}{\frac{\sigma \vec{V} \times \vec{B}}{\mu \sigma}} = \frac{\sigma V_0 B_0 L_0}{\mu \sigma V_0 L_0} = \frac{V_0 B_0}{\mu \sigma V_0 L_0} = \frac{B_0}{\mu \sigma L_0} \quad (2.2)$$

其中 $\nu_m = \frac{1}{\mu \sigma}$ 和运动粘性系数 ν 相似，称磁粘性系数。如果 $R_m \ll 1$ ，即磁场受流体运动的影响较小，此时，扩散项占优势，因此在感应方程(1.8)中的流速 \vec{V} 可以看作常量，实际情况是，无论哪种类型的电磁搅拌，其搅拌速度都比较小，尤其在直线搅拌中，流速按断面平均为零，故可忽略不计。这样使原来互相耦合的方程(1.7)和(1.8)可以分别求解，因此不仅可以大大简化计算，而且不至于影响计算精度。所以， $R_m \ll 1$ 是液态金属磁流体力学中常用的一个假定，显然适用于钢水连铸电磁搅拌情况。

2.2.2 由方程(1.4)借助(1.2)和(1.3)可以导出磁雷诺数 R_m 的另一定义。

$$R_m = \frac{\text{流体运动感应的电流}}{\text{产生磁场H的电流}} = \frac{|\sigma \vec{V} \times \vec{B}|}{|\nabla \times \vec{H}|} \sim \frac{\sigma V_0 B_0}{H_0 / L_0} = \mu \sigma V_0 L_0 \quad (2.3)$$

由于 \vec{H} 是合成磁场强度，则在理想情况下，产生 \vec{H} 的电流应是外加电流 I_0 。(相当于电机中的激磁电流)，如果 I_0 和 I 分别表示感应电流和负载电流，则 I_0 、 I 和 I_s 之间的向量关系如图1。用 ψ 表记外加电压 U 与负载电流 I 之间的夹角，则由图1可见：

$$\text{ctg} \psi = \frac{|\vec{I}_s|}{|\vec{I}_0|} \sim R_m \psi$$

所以理想情况下的功率因数为

$$\cos \psi = \frac{R_m}{\sqrt{1+R_m^2}} \quad (2.4)$$

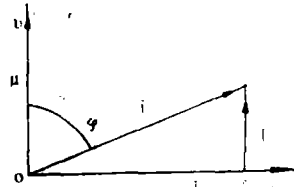


图1

由此可见，随 R_m 增大，功率因数也随之增加。而电磁搅拌中的 R_m 一般比异步电机小，所以其功率因数都比较低。因为功率因数大小反映装置对外做功的能力，因此，电磁搅拌器对外做功能力远比电机低得多，这是电磁搅拌器和异步电机的重要区别。

2.2.3 当导电流体在磁场作用下流动时，在其中感应起电流，该电流伴生磁场即感应磁感应强度 \vec{B}_s ，它将改变原来的外加磁场 \vec{B}_0 。如果 \vec{B}_s 很小，则合成磁感应强度 $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_s \approx \vec{B}_0$ ，并且感应电流在流场特征长度范围内环流，因此，感应磁场的量级为 $|\vec{B}_s| \sim \mu \sigma V_0 L_0$ ，则由(2.3)式将得到 R_m 的新的定义：

$$R_m = \frac{\sigma V_0 B_0 L_0}{H_0} = \frac{\mu V_0 B_0 L_0}{B_0} \sim \frac{|\vec{B}_s|}{|\vec{B}_0|} = \frac{\text{感应磁场}}{\text{外加磁场}} \quad (2.5)$$

因此， R_m 可定义为感应磁场与外加磁场之比，它表征感应磁场改变外加磁场的程度。

由此可见，当 $R_m \ll 1$ 时，由于钢水运动感应的电流伴生的感应磁场，对外加磁场无多大影响，在基本方程中的磁场可取为外加磁场。因此，在钢水连铸电磁搅拌中，如果 $R_m \ll 1$ ，无铸坯情况可以作为有铸坯情况的近似，这样可以大大简化电磁搅拌参数的计算。

2.2.4 如果引进磁场经钢水运动的特征长度 L 。 L 为普通电磁理论趋肤效应的特征长

度,即磁场渗透厚度:

$$L_c = \sqrt{\frac{1}{\mu \sigma \omega}} \quad (2.6)$$

式中, $\omega = 2\pi f$ —— 电磁场角频率; f —— 电源频率, 则磁雷诺数定义为流场的特征长度与磁场特征长度的平方比, 即:

$$R_m = \frac{L_0^2}{L_c^2} = \mu \sigma \omega L_0^2 \quad (2.7)$$

由此可以看出, 如果 $R_m < 1$, 则磁场渗透厚度大于流场的线性尺度; 磁场可以渗透到整个流场中, 因此, 磁雷诺数 R_m 可以作为匹配电磁场频率 (电源频率) 和流场的线性尺度的依据, 特别对大断面方坯和厚板坯尤为重要。 R_m 的这个定义对电磁搅拌器的设计具有指导意义。

2.3 哈特门数: $H_a = B_0 L_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$

由方程 (1.7) 的电磁力与粘性力之比, 得到哈特门数:

$$H_a = \frac{\text{电磁力}}{\text{粘性力}} = \frac{|\vec{J} \times \vec{B}|}{|\eta \nabla^2 \vec{V}|} = \frac{\sigma V_0 B_0 \cdot B_0}{\eta \frac{V_0}{L_0^2}} = \frac{\sigma B_0^2 L_0^2}{\eta} \quad (2.8)$$

在普通流体力学中, 粘性对流体来说是一种阻力, 磁粘带性对垂直穿过磁场的流体也产生阻力, 电磁力也可看作磁粘性力, 因此哈特门数可以用来比较磁粘性力的作用。如果 $H_a \gg 1$, 则磁粘性力超过普通的粘性力, 这时, 除了凝固面前沿很薄的边界层外, 粘性都不重要, 流速可按断面平均。由于钢水导电率 σ 较大, 动力粘性系数也较大, 因而 H_a 通常都很大, 这样可以大大简化分析计算。

2.4 磁相互作用参数 $N = \frac{\sigma B_0^2 L_0^2}{\rho V_0}$

由方程 (1.7) 的电磁力与惯性力之比, 得到磁相互作用参数:

$$N = \frac{\text{电磁力}}{\text{惯性力}} = \frac{|\vec{J} \times \vec{B}|}{|\rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}|} = \frac{\sigma V_0 B_0}{\rho V_0 / L_0} = \frac{\sigma B_0^2 L_0^2}{\rho V_0} \quad (2.9)$$

磁相互作用参数 N 表示磁场对钢水的作用程度。它与哈特门数 H_a 和雷诺数 R_e 的关系是:

$$N = \frac{H_a^2}{R_e} \quad (2.10)$$

2.5 钢水连铸电磁搅拌过程中各种无量纲参数的量级

为了对钢水连铸电磁搅拌中各种无量纲参数有个量级的概念, 我们取特征长度 $L_0 = 0.5\text{m}$, 特征速度 $V_0 = 1\text{m/s}$, 磁感应强度 $B_0 = 0.05 \sim 0.1$ 特斯拉, $\rho = 6.8 \sim 7.4 \times 10^3\text{kg/m}^3$, 动力粘性系数 $\eta = 2 \sim 6 \times 10^{-3}\text{kg/m} \cdot \text{Sec}$, 导电率 $\sigma = 0.7 \sim 1 \times 10^6\ \Omega/\text{m}$, 导磁率 $\mu = 4\pi \times 10^{-7}\text{H/m}$, 则无量纲参数的量级大致如表 1。

表 1 主要无量纲参数的量级

R_e	R_m	H_a^2	N
$10^5 \sim 10^6$	$0.4 \sim 0.6$	$10^5 \sim 10^6$	$1 \sim 2$

三、低频工况下的简化

由前面的 2.2.3 所述, 在感应磁感应强度很小时, 磁雷诺数可以定义为:

$$R_m \approx \frac{|\vec{B}|}{|\vec{B}_0|} \sim \mu \sigma V_0 L_0$$

在实际的电磁搅拌中, 其中的特征速度可取为磁场同步速度或滑差速度, 即同步速度与钢水流速之差, 而特征长度可取极为初期。

以行波磁场电磁搅拌为例, 此时 $R_m = \frac{\mu_0 \sigma V_s}{a}$

由于同步速度 $V_s = 2\pi f r$, 波数 $\alpha = \frac{r}{l}$, 则:

$$R_m = \frac{\mu_0 \sigma V_s}{a} = \frac{2 \mu_0 \sigma f r}{\pi}$$

显然 R_m 与频率 f 有关。由此可见,在低频工况下, R_m 非常小,如低频5Hz较之工频50Hz时, R_m 要低一个量级,因此铸坯中感应磁场对外加磁场影响很少,由于外加磁场由负载电流决定,因此对负载电流影响也很小。反之,在同样的外加磁场或相同的负载电流下,电磁力增加,所需功率减少,但功率因素也降低。

在结晶器电磁搅拌或某些凝固末端电磁搅拌中,由于采用了低频电源,此时 $R_m \ll 1$,因此有铸坯工况可以近似用无铸坯工况处理,这样可以大大简化电磁搅拌器的设计计算。

四、电磁搅拌现象的相似性

在钢水电磁搅拌中,直接观察其中的搅拌过程是困难的,而搞清其中的过程又是电磁搅拌设计计算和寻求最佳搅拌参数的基础。为此,常使用低熔点金属代替钢水,用小装置代替大装置进行模拟研究,以求得电磁搅拌中磁流体学过程的规律和电磁搅拌器设计参数以及积累运行经验。为了描述不同导电液体和不同规模装置中两个几何相似的磁流体学过程的相似性,必须确定磁流体学过程的相似参数。为此,我们利用上面使用过的特征量,引进下列无量纲量:

$$X' = \frac{X}{L_0}, \quad \nabla' = L_0 \nabla, \quad t' = \frac{t L_0}{V_0}$$

$$\bar{V}' = \frac{\bar{V}}{V_0}, \quad \bar{H}' = \frac{\bar{H}}{H_0}, \quad P = \frac{P}{P V_0^2}$$

其中上角带撇号“'”的量无量纲量。

利用上述无量纲量,改写基本方程(1.3)、(1.8)、(1.6)和(1.7),并经适当组合后,得到描述钢水电磁搅拌中磁流体学过程的无量方程。为书写方便起见,去掉无量纲量上角的“'”号,则有:

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{2\bar{B}}{2t} = \nabla \times (\bar{V} \times \bar{B}) + \frac{1}{R_m} \nabla^2 \bar{B} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \bar{V} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{2\bar{V}}{2t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \bar{V} + \frac{Ha}{Re} \bar{J} \times \bar{B} + \rho \bar{g} \quad (3.4)$$

其中, Re 、 R_m 、 Ha 分别由(2.1)、(2.2)、(2.8)定义。

由上面分析可得,如果两个不同的磁流体学过程相似,除几何相似外,还必须使相似参数即无量纲量 Re 、 R_m 、 Ha 分别相等。所以 Re 、 R_m 、 Ha 也称相似准则。由此可见,利用无量纲方程(3.1)~(3.4)进行磁流体学过程的分析计算将是方便的。

五、几个定性结果

通过基本方程及有关的无量纲参数的分析,可以得到如下的一些定性结果:

(1) 在钢水连铸电磁搅拌中,由于 $Re \gg 1$, $R_m < 1$, $Ha \gg 1$,则除凝固面前沿很薄的边界层外,流速可按截面平均。这样可把原来互相耦合的电磁学方程和流体学方程分别求解,因此,大大简化了电磁搅拌区中磁流体学过程的分析计算且不致于造成太大的误差。

(2) 根据磁雷诺数 R_m 的定义,电磁搅拌的电磁场频率和流场线性尺度、电磁力和功率因数之间应有合理的匹配。

(3) 当 $R_m \ll 1$ 时,利用无铸坯工况可以进行电磁搅拌器参数的近似估计,特别是频率较低时尤其如此。

(4) 两个不同的磁流体学过程相似,除几个相似外,还必须使无量 Re 、 R_m 、 Ha 分别相等。

参 考 文 献

1. И. И. КИРКО. *Жидкий металл в электрическом поле*. М.: Атомиздат, 1964.
2. A. V. Campbell. *Plasma physics and Magneto Fluid Mechanics*.
3. 电磁诱导中心的设计(润奇)基础的考察, *电学杂志*, 1967, 87(8): 1582.