

前列腺肥大对尿射流特性的影响

柳兆荣

(复旦大学, 上海)

王亚平

(中国科学院力学研究所, 北京)

本文分析了尿射流的破碎特性, 分析结果由实验加以验证, 分析结果及实验方法为无创伤检测前列腺肥大疾病提供了可能。

大约有25~50%的男人在50岁后将发生前列腺疾病。开始时, 前列腺肿胀, 象核桃状包围在尿道周围, 使尿道部分地受到阻碍(见图1), 前列腺进一步肥大有可能完全阻塞尿道。很需要发展简便的, 特别是无接触、无创伤的检测方法。

1974年, Gerald Aiello等人^[1]曾试图用光电转换器测量尿射流破碎的特性以诊断下尿道疾病, 但因缺少对于尿流特性的分析而不能实现。

本文认为由前列腺组织包围的尿道具有可塌陷管的特性, 其余的下尿道部分则具有刚性管的特性。前列腺组织压则象可塌陷管的腔室压一样, 其肥大程度的不同对尿道产生不同的外压, 前列腺肥大越厉害, 则对尿道压迫越大, 尿道塌陷越厉害, 反之则相反。我们^[2]认为此模型是合理的, 且由理论分析和模拟实验结果得到前列腺肥大压迫尿道后, 有可能引起尿流的自激振荡, 这可由Smith等

人^[3]对前列腺肥大患者的检测结果来证实。本文将尿射流处理为不可压缩粘性流体, 由圆形出口射出, 为低速无旋转轴对称流, 分析所得结果为本文的实验结果所验证, 并为无创伤检测前列腺肥大程度提供了可能。

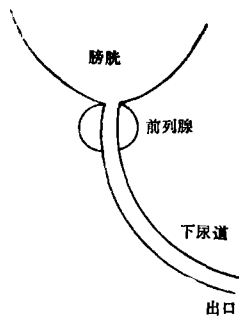


图1 男性下尿道示意图

一、尿射流破碎的条件

设尿道处于扩张状态时具有圆形截面, 其出口半径为 R , 尿液为粘性系数 μ 的不可压缩牛顿流体, 它由膀胱, 经下尿道, 由尿流出口排向体外。当前列腺肥大压迫尿道使尿流自激振荡时, 将会导致尿流出口速度的振荡。

假设:

(1) 尿流出口速度为 $u(0, t)$, 位置 $x=0$ 代表尿流出口处, x 为自出口沿尿流速度的水平方向的坐标。

本文1985年2月4日收到, 1986年12月19日修回

当尿道出现自激振荡时,我们认为尿流速度由于强迫扰动将以尿道自激振荡频率 f 而振荡,这个假设为我们的实验所验证。我们进一步认为尿道自激振荡具有周期性。

(2) 射流速度 $u(x, t)$ 由出口速度 $u(0, t)$ 和脉动速度 $u'(x, t)$ 组成,即

$$u(x, t) = u(0, t) + u'(x, t) \quad (1)$$

在线化条件假定下,认为 $u'(x, t)$ 相对尿流平均出口速度 U 为小量。

(3) 射流流动在无自激振荡情形下是无旋转轴对称的。

通过对模拟尿射流的高速摄影,我们观察到,当自激振荡不出现时,射流具有图 2 所示的形状。而当自激振荡出现时,由于强迫扰动的非线性作用,尿射流形状较为复杂。

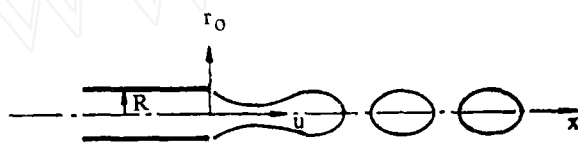


图2 无自激振荡时,低速无旋转轴对称流的示意图

在图 2 和上关系式中, $r_0(x, t)$ 为尿射流半径, σ 为流体表面张力, $Z = x - Ut$ 为以速度 U 向右移动的参考坐标系中的坐标, ρ 为流体密度。

利用连续性方程和动量方程,由以上假设进行简化,则可得以下无量纲控制方程^[4]

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} - v \frac{\partial \xi}{\partial \eta} = -\frac{\xi}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + v \frac{\partial v}{\partial \eta} = We^2 \left(\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial \xi}{\partial \eta} + \frac{\partial^3 \xi}{\partial \eta^3} \right) + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} \right) \quad (4)$$

这就是尿射流表面半径和扰动速度所满足的控制方程。

假设 R 为未调制尿射流半径(为恒定值), r_0^1 为尿射流半径的变化量,则有

$$r_0 = R + r_0^1 \quad (5)$$

无量纲化后得

$$\xi = r_0/R = 1 + r_0^1/R = 1 + \xi^1 \quad (6)$$

将式(6)代入方程(3),且根据 ξ^1 , v 为一阶扰动量,忽略高阶小量可得

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} = -2 \frac{\partial \xi^1}{\partial \tau} \quad (7)$$

根据方程(4)和(7),忽略高阶小量项,可得

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = We^2 \left(\frac{\partial \xi^1}{\partial \eta} + \frac{\partial^3 \xi^1}{\partial \eta^3} \right) - \frac{2}{Re} \frac{\partial^2 \xi^1}{\partial \eta^2} \quad (8)$$

对方程(7)和(8)交叉微分并相减得

$$\frac{\partial^2 \xi^1}{\partial \tau^2} + \frac{We^2}{2} \frac{\partial^2 \xi^1}{\partial \eta^2} + \frac{We^2}{2} \frac{\partial^4 \xi^1}{\partial \eta^4} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^3 \xi^1}{\partial^2 \eta \partial \tau} = 0 \quad (9)$$

现假设方程具有如下形式的解

$$\xi^1(\eta, \tau) = Ae^{\alpha\tau} \sin k\eta \quad (10)$$

代入方程(9)得, α 满足方程

$$\alpha^2 + \frac{1}{Re} k^2 \alpha + \frac{We^2}{2} (-K^2 + K^4) = 0 \quad (11)$$

对无自激振荡情形,引进无量纲量

$$\xi = r_0/R, \quad v = u'/U \quad (2)$$

$$\eta = Z/R, \quad \tau = tU/R$$

$$Re = \rho UR/\mu, \quad We^2 = \sigma/\rho RU^2$$

由此解得

$$\alpha_{1,2} = \frac{K}{2} \left[-\frac{K}{Re} \pm \sqrt{\frac{K^2}{Re^2} + 2We^2(1-K^2)} \right] \quad (12)$$

在以上关系式中, K 为尿射流表面波的无量纲扰动波数, α 为尿射流表面波的无量纲扰动增长率, A 为由初始条件决定的常数。

由方程式(10)和(12)看出, 显然当 $Re(\alpha_1) > 0$ ($Re(\alpha_2) < 0$ 恒成立)时, 扰动半径 ξ' 随时间以指数速率无限增长, 这将导致尿射流的破碎而成为尿滴。

由式(12), 我们看出, 当且仅当 $K < 1$ 时, $Re(\alpha_1)$ 才会有正值, 且此时, $Re(\alpha_1) = \alpha_1$, 即当

$$K < 1 \quad (13)$$

$$\text{或 } \lambda > 2\pi R \quad (14)$$

时, 尿射流表面波的扰动是不稳定的, 将导致尿射流的破碎, 使之破成尿滴。此结果和B. Γ. 列维奇^[5]及塞达特·萨米等^[4]所得结果一致。

对于满足不等式(14)的各种扰动波, 尿射流都会因为扰动的不断增长而破碎。而在所有满足此不等式的扰动波中, 一定存在一扰动波扰动增长速率最快, 这一扰动波可由下式确定

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial K} = 0 \quad (15)$$

由式(12)中的 α_1 关于 K 求导得对应最大扰动增长速率的扰动波的无量纲波数 K 满足方程

$$2 \left[(ReWe)^{-2} - 2 \right] \cdot K^4 + 4K^2 - 1 = 0 \quad (16)$$

由此得

$$K = \frac{1}{\sqrt{2 + \mu \sqrt{\frac{2}{\rho R \sigma}}}} < 1 \quad (17)$$

对应的扰动波波长为

$$\lambda = \frac{2\pi R}{K} = 2\pi R \sqrt{2 + \mu \sqrt{\frac{2}{\rho R \sigma}}} \quad (18)$$

在式(17)和(18)中, 若认为尿液粘度非常小, 即 $\mu \ll 1$, 则有

$$K = 0.707 \quad (19)$$

$$\lambda = 8.89R \quad (20)$$

B. Γ. 列维奇^[5]对小粘度低速轴对称射流情形曾用数值计算得对应最大扰动增长率的扰动波的无量纲波数和波长为

$$K = 0.70 \quad (21)$$

$$\lambda = 9.02R \quad (22)$$

本文的结果包括了B. Γ. 列维奇的结果。

在本节中, 我们给出了尿射流破碎的条件为 $Re(\alpha) > 0$, 从而必须有 $\lambda > 2\pi R$ 。而最易使尿射流破碎的扰动波的波长由式(18)给出。

二、利用尿射流检测前列腺肥大的可能

在上节中,我们得到了当由式(10)给出的扰动波满足条件 $\text{Re}(\alpha) > 0$ 时,尿射流将会破碎。由式(10)看出,尿射流破碎是由表面波的扰动不断增大,表面波的二节点断裂所致。因此认为在破碎后的一刹那,尿滴长度为表面扰动波波长 λ ,而在尿滴由于表面张力作用变形收缩后,认为尿滴长度加上尿滴之间的空隙仍为扰动波波长 λ 。由于具有最大扰动增长率的扰动波,首先使尿射流破碎,因而尿滴长度可由式(18)给出。此外,由式(1),尿射流速度:

$$u(x,t) \approx u(o,t) \quad (23)$$

我们试图根据尿射流破碎后尿滴进入光场时,引起光场强度变化,从而使光敏三极管内电流强度的变化来测出尿流出口速度 $u(o,t)$,进而由尿流出口速度情况推测前列腺肥大情况。尿射流破碎后,尿滴进入光场的情况如图3所示。

记尿流出口速度 $u(o,t) = U_{out}$,则由前面的分析可得,一个尿滴进入光场所需的时间 Δt_1 为

$$\Delta t_1 = \frac{\lambda}{U_{out}} = \frac{2\pi R}{U_{out}} \sqrt{2 + \mu} \sqrt{\frac{2}{\rho R \sigma}} \quad (24)$$

或

$$U_{out} = \frac{\lambda}{\Delta t_1} = \frac{2\pi R}{\Delta t_1} \sqrt{2 + \mu} \sqrt{\frac{2}{\rho R \sigma}} \quad (25)$$

我们用图4中的实验装置来验证导得的公式以给出无创伤检测前列腺肥大的方法。在本装置中,密封腔室内的长约3cm,直径0.15cm的可塌陷薄壁乳胶管安装于具有相同直径的

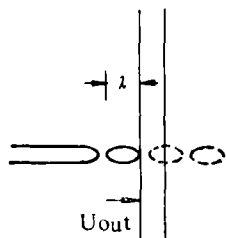


图3 尿滴进入光场的示意图

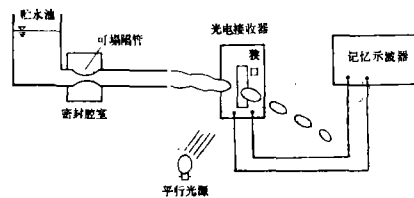


图4 模拟尿流及测速的装置

刚性管之间,水由贮水箱经上游刚性管,流至可塌陷管,至下游刚性管,由出口流入大气形成射流。贮水箱压模拟膀胱压,上、下游刚性管及可塌陷管模拟下尿道,密封腔室压的变化模拟前列腺肥大的不同程度。由幻灯机产生平行光场,当平行光通过尿射流至安装于尿射流另一测的狭缝内的光敏三极管时,其内的电流强度将会由尿射流的破碎而发生变化。由DSS 6521记忆示波器记录光敏三极管内的电流信号变化,并由XFD-8型超低频讯号发生器打出时标,以记录尿滴进入光场所需的时间。

由超低频发生器产生频率为100Hz,即周期为0.01秒的正弦波,在示波器上方显示出。

图5给出了平均出口速度为149.6cm/sec和84.2cm/sec时(由秒表量筒测得),示波器上

记录的信号。由于尿滴进入光场后,光敏三极管接受的光强将会减弱,因而由示波器接受的电流信号也将减弱。尿滴破碎的尿滴之间的缝隙将使光敏三极管内的电流信号增强。我们认为,一个尿滴进入光场的时间由示波器上记录的电流信号的二峰值间的距离确定。但此间距必须取最大间距,这是因为尿滴破碎后有可能进一步破碎成更小的尿滴,而只有未继续破碎的尿滴长度才能用式(18)表出。因此,光敏三极管只有置于尿滴破碎后的适当距离才可记录到图5(a)所示的较规则的信号。

由图5(a),我们有 $\Delta t_1 \approx 0.09\text{sec}$,由图5(b), $\Delta t_1 \approx 0.015\text{sec}$ 。对于水 $\mu = 0.01\text{Pois}$, $\sigma = 80\text{dyn/cm}$, $\rho = 1\text{dyn}\cdot\text{se}^2/\text{cm}^4$ 。而 $R = 0.15\text{cm}$,由式(25)得对应于图5(a)和(b)中情形,射流出口速度分别为 148.2cm/sec 和 88.9cm/sec 。我们将测得的出口速度和根据示波器记录的尿滴进入光场的时间由式(25)计算的出口速度比较(见图6)。由图6我们可以看出,理论结果和实验结果是基本一致的。图6中, V_t 和 V_e 分别为理论和实验结果。

我们将腔室压加至 549mmHg ,这时可塌陷管自激振荡出现。由示波器记录的信号如图7所示。其中超低频发生器产生的频率仍为 100Hz 。由图7看出,各个尿滴进入光场的时间将会变化,说明出口速度为不定常的。此外,记录的信号具有一定的周期性,显然这是由于自激振荡引起流动参量振荡的结果。此外,振荡周期 $T \approx 0.07\text{秒}$,即 $f \approx 16.67\text{Hz}$ 。由频率计数器得到的可塌陷管的自激振荡频率和测得的水流脉动频率比较,发现这两个频率是一致的。

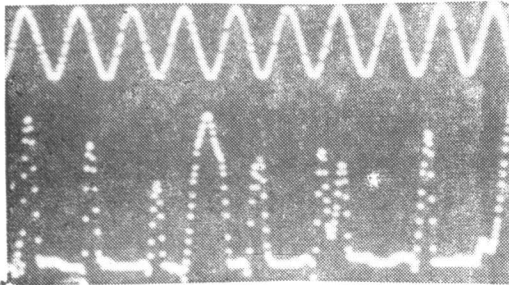


图5 由示波器记录的电流信号

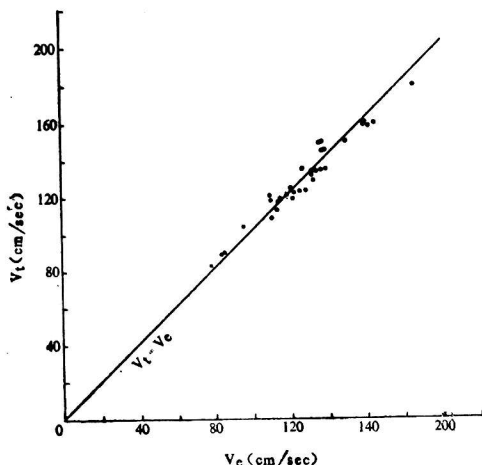


图6 理论计算所得出口速度和实验测得速度的比较

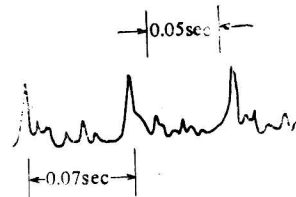


图7 自激振荡出现时,由示波器记录的信号

我们^[2]关于前列腺肥大对下尿道内尿液流动的影响分析发现,无论自激振荡出现与否,在膀胱压、下尿道阻抗及几何参量一定的情况下,出口速度越小,尿道塌陷越厉害,表明前列腺肥大越严重,而下游阻抗的增加使喉口截面积略有增加,根据连续性方程,只使尿流出口速度略有变化。尿道的自激振荡只有在前列腺肥大压迫尿道使之塌陷后才能出现,即自激振荡的出现说明前列腺已有一定肥大而压迫尿道,并使之塌陷。

若认为前列腺肥大患者和正常人在排尿过程中,膀胱压变化具有类似的进程,则可通过将尿滴分谱议置于尿流的适当位置,当自激振

荡不出现时,测得各个尿滴进入光场的时间 Δt_1 ,由式(25)计算出不同的尿流速度。当正常的尿流速度值范围确定后,则可将计算所得速度与正常的速度值进行比较,所得速度值比正常速度值小得越多,说明前列腺肥大越厉害。当尿滴分谱仪所得信号表明自激振荡出现时,说明前列腺肥大已较厉害。

在具体进行检测时,由于不易得到尿滴分谱仪安装的适当位置,可用多个尿滴分谱仪置于尿射流一侧,同时记录信号,取最佳结果。

本文所得的理论结果只考虑了自激振荡不出现时的线性情况,实验方法离测病人尿流速度的方法还有一段距离,且正常人和患者在排尿过程中膀胱压的变化过程也可能有较大不同,因此,本文的结果只能为无创伤检测前列腺肥大提供一种可能。

(本文实验得到李惜惜、黄东群和徐有恒的帮助,特此致谢)

参 考 文 献

- [1] Cerald Aiello, Pierre Lafance, et al. The urinary drop spectrometer. *Physics Today*. 1974, 27 (9) : 23~9
- [2] 柳兆荣,王亚平.前列腺肥大对下尿道内尿液流影响的分析. *应用数学和力学*. 1986, 7 (6) : 505~516
- [3] Smith J C, et al. A practical method of measuring urethral resistance to micturition. *Br.J. Urol.* 1966, 38 : 542~546
- [4] 萨米,塞达特等.调制液体射流的控制方程式. *高压水射流*. 1982, 4 : 53~59
- [5] 列维奇 B Г. *物理-化学流体力学*. 戴干策等译.上海科学技术出版社.1965

EFFECTS OF PROSTATIC HYPERTROPHY ON CHARACTERISTICS OF URINEJETS

Liu Zhao-rong

(Fudan University, Shanghai)

Wang Ya-ping

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Characteristics of urine-jets are analysed in this paper and results verified with experiments. The authors suggest that the data be used for non-invasive diagnosis of benign hypertrophy of prostate.