

疲劳设计方法的进展

曾 春 华

(中国科学院力学研究所)

提要 本文对早期疲劳设计方法,包括无限寿命设计、安全寿命设计、破损-安全寿命设计、损伤容限设计作了简单的回顾,对可靠性设计新方法作了详尽描述,同时还对疲劳寿命估算中的名义应力法与局部应力应变法进行了比较,最后对今后这课题的研究提出了一些建议。

关键词 疲劳设计; 疲劳寿命; 疲劳分析; 可靠性设计

疲劳设计,或者说防疲劳破坏的设计,用于处理动应力以及由动应力产生的破坏。目前,疲劳设计方法的进展大概包括下列几种思想^[1-3]:

1. 疲劳设计方法

1.1 静强度设计思想 早期人们对于一切构件,不管它是受静载荷作用还是受动载荷作用;统统用静强度思想进行设计。静强度设计思想实际就是一次最大载荷思想^[1,2],在这种设计思想中,构件的安全是用安全系数来保证的:

$$\text{安全系数} = \text{静强度} / \text{限制载荷} \geq 1.5$$

这种设计思想历史最久,迄今在许多结构中仍是主要准则之一。如果遇到反复疲劳载荷,就提高安全系数去保证结构的安全使用,比如把安全系数从1.5提高到1.65,1.8或2.0。

应该看到,机械零件在变应力下的疲劳破坏与静力载荷下的破坏有着本质的差别。静强度下的破坏,是由于在构件危险截面处产生过大的残余变形或最终断裂,而疲劳破坏则是由于构件的局部地区在变应力作用下形成微裂纹,再扩展为宏观裂纹导致最后断裂的,也就是说,在静强度设计中所用的材料强度指标,如屈服极限 σ_s 和强度极限 σ_b ,在疲劳设计中是不适用的,因为静强度设计的出发点是名义应力,而疲劳设计出发点是局部应力。疲劳破坏的裂纹源都是在局部应力最大的部位产生的,例如中小型锻造水压机,特别是1600吨以下的小型水压机,由于上下横梁与立柱组成的框架刚度不够,在锻造过程中摇晃厉害,使立柱下端的应力集中处发生过疲劳破坏事故很多;拖拉机的半轴,经常在轴承相配合的圆角根部出现裂纹;曲轴的疲劳裂纹,常在主轴颈与曲柄的圆角或油孔处发生;汽轮机叶片的疲劳裂纹则常在叶近根部处发生。

1.2 无限寿命设计思想 早期评定材料疲劳强度特性的方法,是在一定的外加交变应

力 S 下, 测定光滑试件或缺口试件的破坏循环次数 N , 从而得到在一定应力比下的 $S-N$ 曲线。一般说来, 黑色金属如钢和铁的 $S-N$ 曲线有一条水平渐近线, 转变点大致在 10^6-10^7 次循环之间, 通常认为, 只要经过 10^7 次循环不破坏, 它就可以承受无限次循环, 与此水平渐近线相对应的应力称为疲劳极限。有色金属如铝、铜的 $S-N$ 曲线没有水平渐近线, 但在 10^6-10^7 次循环之间有一个逐渐平坦区, 一般以 10^7 次循环所对应的失效力称条件疲劳极限。

无限寿命设计通常就是依据这种方法得到的 $S-N$ 曲线进行构件设计的, 它把构件的许用应力设计在疲劳极限以下, 也就是保证构件所受的最大应力不超过构件的疲劳极限或长寿命疲劳强度, 这样构件当然也就不会发生疲劳破坏。但是这种设计常常造成结构过于笨重, 目前已很少有人采用它了。随着现代工业特别是航空工业的发展, 飞机朝着高速、高性能、低重量的方向发展, 为了充分利用材料的承载潜力, 设计应力水平不断提高, 疲劳设计思想就从无限寿命设计进入有限寿命设计。

1.3 安全寿命设计思想 从无限寿命设计思想上发展起来的安全寿命设计, 也是依据实验中得到的 $S-N$ 曲线来进行设计的。这种安全寿命设计思想初期的观点是保证所设计的构件在规定的寿命期间不出现疲劳裂纹, 现在的观点则是保证承力构件在不进行检查和维修的条件下, 在规定的寿命期间因疲劳而破坏的可能性极小。

这种设计思想的安全可靠是用分散系数来保证的, 因为我们知道, 零件构件的强度是随着使用中损伤的增加而逐渐下降的, 当强度下降到与它的载荷相等时, 也就到了总寿命^[8], 所以, 安全寿命又可定义为

$$\text{安全寿命} = \text{总寿命} / \text{分散系数}$$

根据经验, 分散系数一般取 2—4。

安全寿命设计是确保结构在规定的寿命期不发生疲劳破坏, 设计和寿命计算的基本依据, 是材料或结构的 $S-N$ 曲线, 设计的重点是疲劳裂纹形成阶段的寿命, 一切提高裂纹形成寿命的方法, 也就是一切提高疲劳抗力的方法都要尽量在安全寿命设计中加以采用。

以 $S-N$ 曲线为依据的安全寿命设计思想, 对于某些重要承力构件, 尽管有时根据疲劳极限再打上一个分散系数去进行设计, 零件构件在实际使用中仍然不断地发生破坏。这主要是因为评定材料疲劳特性的 $S-N$ 曲线是用表面经过抛光而没有任何裂纹的光滑试件获得的, 这样得到的疲劳极限实际上是试件表面不产生疲劳裂纹的最高应力水平。然而实际零件部件在加工制造和使用过程中, 由于各种原因, 比如锻造缺陷、焊接裂纹、表面划伤、非金属夹杂、腐蚀坑等, 表面往往就已存在着各种类型的裂纹, 带有这种裂纹的零件构件, 所承受的交流载荷即使远远低于材料的疲劳极限, 表面上的这些裂纹也会扩展, 从而导致疲劳破坏。另外, 结构所受的载荷由于经常变化, 所以很难精确确定, 材料或结构的 $S-N$ 曲线也难精确确定。另外现有的累积损伤理论不能完全正确地反映损伤的累积过程及疲劳寿命的固有分散性, 所以很难达到安全寿命, 也就是说, 按安全寿命设计思想设计的零件构件也很难确保安全使用。

1.4 破损-安全设计思想 随着现代工业的飞速发展, 特别是飞机、火箭、船舶、运载工具等的飞速发展, 以及第二次世界大战以来疲劳破坏事故的大量涌现, 对疲劳设计的安全性方面提出越来越高的要求。破损-安全设计思想就是在这个基础上发展起来的另一新

的设计思想^[22]。

破损-安全设计思想的实质是,结构在规定的使用年限中,允许产生疲劳裂纹,并允许疲劳裂纹扩展,但其剩余强度应大于限制载荷,并通过定期检查及修理等办法,修复结构,延长其使用寿命。检修周期一般规定为

$$\text{检修周期} \leq \text{剩余寿命} / \text{分散系数}$$

这种设计思想必须备有完整的修理网,大量的修复工作和严格的维修制度。破损-安全设计的最基本任务是如何延长疲劳损伤的可检测阶段,一般可采取下列几个措施:

(1) 所选的材料与应力水平应保证裂纹扩展速率很低,在出现裂纹后仍有足够的剩余强度,不致立即破坏。(2) 采用复式结构,当一结构破坏后,另一结构尚能在一段时间内维持正常使用。(3) 采用多途径传力,并在各传力路线上安装止裂装置,在裂纹出现后,只能扩展到止裂装置处,使结构尚能经另一传力路线支承载荷,保证正常使用。(4) 使用后缓结构,当一主结构破坏时,另一平时不受载的构件参加承载,为了减轻重量,后一结构往往设计得比较弱,但因为它平时不受载,未受过疲劳损伤,故尚能维持一段时间。(5) 在细节设计中,应保证危险区及危险件易于检查、维修和更换。

破损-安全设计思想的重点放在疲劳裂纹扩展阶段,它要求在结构破坏之前能够把裂纹构件检查并替换下来,结构所要求的性质是疲劳裂纹扩展缓慢,静强度对疲劳裂纹的存在不敏感,结构具有开敞性和易于检查,尽可能采用多路传力以保证结构安全使用,寿命计算主要依据材料的疲劳裂纹扩展特性。

1.5 损伤容限设计思想 从破损-安全设计思想上发展起来的损伤容限设计思想认为,结构允许有一定的初始损伤,但要求在裂纹扩展寿命中不扩展到导致破坏的临界裂纹尺寸^[1,22]。换句话说,任何损伤在结构强度降至不可接受的水平以前应被发现,它是依靠经常的检查来保证结构安全的,并要求做到:

$$\text{检修周期} \leq \text{扩展寿命} / \text{分散系数}$$

剩余强度应不小于在检修周期一定倍数的时间中出现一次的最大载荷,周期越长,出现一次的最大载荷越大。裂纹扩展的分散性一般小于寿命的分散性,分散系数一般不小于2。

损伤容限设计,允许结构在使用中出现裂纹,发生破损,但在下次检修前要保持一定的剩余强度,能够继续正常使用,直至下次检修时能够发现,予以修复或更换。

损伤容限设计的步骤为^[4]:(1) 确定设计载荷谱。(2) 确定零构件的初始裂纹长度。(3) 在最大载荷作用下,计算临界裂纹长度。(4) 在谱载荷作用下计算裂纹扩展寿命。(5) 对可检零件规定检修周期。(6) 对不可检零件,如果裂纹扩展到临界长度时的寿命低于结构的设计总寿命,就得调整设计参数,如应力、选材、尺寸等,以使它的寿命能满足设计寿命。如果还达不到这要求,就要规定构件的更换周期。(7) 使用跟踪,即根据实测的使用载荷谱,经过数据处理,定出结构的损伤度和剩余寿命,并据此调整结构检修计划和构件更换计划。

进行损伤容限设计时,必须在结构上采取安全措施,并要有一定的检修制度,确保安全。也就是说,必须对结构进行断裂控制,断裂控制一般应包括这四方面的内容,即精心选材,结构合理布局,制订适当的检修程序以及控制安全工作应力^[5]。

(1) 精心选材 一般要求对所选材料具有下列特性:屈服极限和强度极限高,平面应

变断裂韧性高, 裂纹扩展速率慢, 材料初始缺陷尺寸小。当上述条件不能同时满足时, 应根据具体情况加以分析对比, 综合考虑。

(2) 结构合理布局 为了有效地将裂纹扩展速率控制在容许范围内, 不致在规定的检修周期内发生意外的破坏, 也跟破损-安全设计一样, 采用多途径传力, 安装止裂件, 并要求结构具有良好的开敞性, 易于检修。

(3) 制订合理的检验程序 检验程序是断裂控制的主要环节之一, 主要包括裂纹长度的检测和检修周期的确定。测定裂纹长度, 必须使用适当的检验方法, 按照损伤容限设计的主要构件都必须易于检验。当要求的初始裂纹尺寸小于质量控制方法的检测能力时, 必须改变材料或降低应力水平, 以求得到较大的初始缺陷容许量。对于单载荷通道设计则要求有较大的临界裂纹尺寸。

裂纹由初始尺寸扩展到临界尺寸所要求的循环次数称为疲劳裂纹扩展周期, 按照损伤容限设计, 要求构件的裂纹扩展周期必须大于其检验周期。为确保构件在检修期内安全使用, 一般取构件的检验周期小于或等于其裂纹扩展周期的一半, 这样便可保证在断裂发生之前, 检验人员至少有两次可以发现的机会。

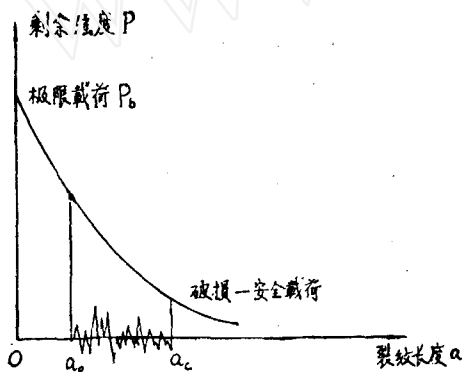


图1 剩余强度曲线

(4) 控制安全工作应力 损伤容限设计要求构件在下次检修前保持一定的剩余强度, 即构件发生裂纹后所剩的静强度, 它与裂纹长度的关系如图1所示。构件的剩余强度曲线可用一组具有不同裂纹长度的模拟件进行破坏试验得出。但这很不经济, 比较方便的是用断裂力学方法得出, 如以无限板中心裂纹为例, 在临界情况时 $\sigma_c = K_c / \sqrt{\pi a_c}$, 将此式稍加变换, 用极限载荷 p_b 代替裂纹长度为零时的 p 值, 即可得出剩余强度与裂纹长度的关系曲线。

在损伤容限设计中, 允许使用的最高载荷称为破损-安全载荷, 它在小于或等于临界裂纹长度 a_c 相应的临界载荷。和破损-安全载荷相应的应力称为破损-安全应力, 在构件使用期内, 构件的剩余强度必须大于其破损-安全载荷。另一方面, 为了确保结构的安全使用, 在整个使用期内, 都必须控制构件的实际工作应力小于或等于其破损-安全应力。

1.6 可靠性设计思想 大量工程实践表明, 实际的机器、机械及结构构件的破坏, 很多都是疲劳造成的, 在一般情况下, 在零件或结构的局部, 由于应力集中, 在循环载荷的作用下, 产生局部塑性变形的累积, 结果形成了疲劳裂纹, 在循环载荷的继续作用下, 裂纹会不断扩展, 到达临界尺寸就会导致断裂。因此, 在设计时, 正确地预计在实际使用环境下材料的疲劳强度和疲劳寿命是十分必要的。由于构成材料的性质和外加循环载荷都是随机变量的函数, 因而疲劳强度和疲劳寿命也是服从一定分布的随机变量。在设计重要的机器或构件时, 人们期望其破坏概率小, 可靠性高, 从而导致了疲劳的可靠性设计思想。

可靠性设计, 就是考虑了载荷和材料强度的概率分布而进行的疲劳强度设计, 这种计算能将该构件在运行中的破坏概率, 限制在给定的某一很小值下, 使构件的重量减轻至恰到好处

处^[6]。

1.6.1 可靠性基本概念 机器或构件在规定时间内和规定条件下完成规定任务的概率就叫做可靠性,与此相反,由于内因或外因造成其故障或破坏的概率叫做不可靠性^[6]。

机器或构件发生故障通常分两种情况:一种是不可修复品,即发生故障就报废的情况;另一种是可修复品,即发生故障后可进行修复,能继续使用的情况。

根据不同的目的,通常用下列四种尺度去衡量可靠性:(a)可靠度——在规定时间内和规定条件下完成规定任务的概率,用 R 表示。(b)失效率——机器工作到某一时刻,在单位时间内发生故障的概率。(c)平均无故障时间——边使用边修理的机器、构件等,相邻故障间隙的平均时间。(d)平均初次出现故障的时间——发生故障就报废的构件,它从开始使用到发生故障的平均时间。

1.6.2 随机变量的统计 随机试验的特性,可以在相同的条件下重复地进行,每次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确试验的所有可能结果,进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现。

(a) 母体、个体和子样 在数目很多的某种产品中,任意抽出若干个作为代表进行检查,则被抽查的全体称为母体,母体中每一个基本单位称为个体,从母体中抽出若干个作为产品的代表称为子样,子样所包含的个体数目称为子样容量。从抽出子样的性质推测母体的性质,这一过程称为推断或估计。

(b) 关于分布函数及其代数运算 疲劳强度设计中常用的分布函数有两种,即正态分布和韦布尔分布。从疲劳试验的寿命数据来统计对数寿命(即试验所得的寿命的对数值)是符合正态分布的,这可将数据画在正态分布概率纸上看这些数据是否在一条直线上来验证。

正态分布函数为

$$F(x) = [1/(\sigma\sqrt{2\pi})] \exp[-(x-u)^2/2\sigma^2]$$

式中的 u 为均值, σ 为标准离差。

试验证明,疲劳试验数据,特别是滚动轴承寿命的试验数据更符合韦布尔分布,韦布尔分布函数为

$$F(x) = 1 - \exp[-(t-\gamma)^\beta/\alpha]$$

式中 α 为尺寸系数, β 为形状系数, γ 为位置系数。验证试验数据是否符合韦布尔分布是用特制的韦布尔分布概率纸,看这些数据点是否在一条直线上。

这两种分布函数都能用于疲劳的可靠性设计上^[6,22]。目前用得较多的是正态分布,因为正态分布只有两个参数 u 和 σ ,而韦布尔分布有三个参数 α , β 和 γ 。

在疲劳可靠性设计中,经常遇到正态分布函数的代数运算。设 B, C 都是正态分布函数, \bar{B} 和 \bar{C} 分别为它们的均值, S_B 和 S_C 分别为它们的标准离差,令 A, \bar{A}, S_A 分别是其代数运算的正态分布函数、均值和标准离差,则

①相加: $A = B + C, \bar{A} = \bar{B} + \bar{C}, S_A = \sqrt{S_B^2 + S_C^2}$

②相减: $A = B - C, \bar{A} = \bar{B} - \bar{C}, S_A = \sqrt{S_B^2 + S_C^2}$

③相乘: $A = B \cdot C, \bar{A} = \bar{B} \cdot \bar{C}, S_A = \sqrt{\bar{B}^2 \cdot S_C^2 + \bar{C}^2 \cdot S_B^2}$

④相除: $A = C/B, \bar{A} = \bar{C}/\bar{B}, S_A = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{\bar{B}^2 \cdot S_C^2 + \bar{C}^2 \cdot S_B^2}{\bar{B}^2 \cdot S_B^2}}$

⑤平方: $A = B^2, \bar{A} = \bar{B}^2, S_A = 2\bar{B}S_B$

⑥立方: $A = B^3, \bar{A} = \bar{B}^3, S_A = 3\bar{B}^2S_B$

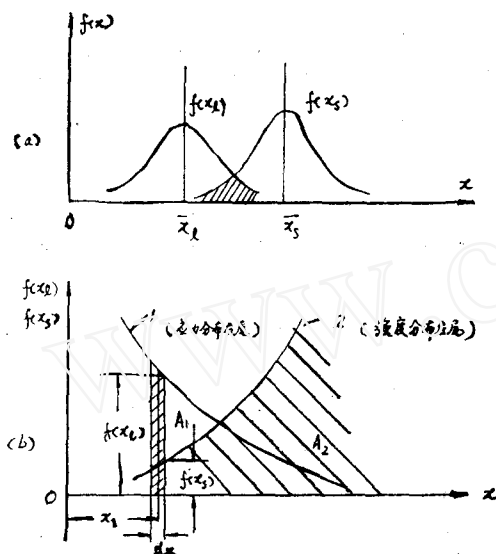


图2 失效应力分布 $f(x_1)$ 与失效强度分布 $f(x_2)$

1.6.3 可靠性设计的条件和理论 总的来说,进行可靠性设计需要三方面的知识,即所选材料疲劳强度的概率分布,零件部件上所拟计算点应力的概率分布,工作应力与疲劳强度相联系的统计方法。

现在假定:①零件在设计中的参量如载荷、尺寸、影响因素都是随机变量,遵循某一分布规律,并且可以求得合成的失效应力分布 $f(x_1)$ 。②零件的强度参数如材料的机械性能、考虑到尺寸、表面加工、结构形状及工作环境等使强度降低的因素也都是随机变量,也可求得合成的失效强度分布 $f(x_2)$,如图2(a)所示。

现在将图2(a)中两曲线相交部分放大,则得图2(b)所示的形状。

给定应力区间 $[x_1 - dx/2, x_1 + dx/2]$ 内取值,以面积 A_1 表示应力在这区间的概率

$$P(x_1 - dx/2 < x_1 < x_1 + dx/2) = f(x_1)dx_1 = A_1$$

强度大于这应力 x_1 的概率以面积 A_2 表示

$$P(x_2 > x_1) = \int_{x_1}^{\infty} f(x_2)dx_2 = A_2$$

因为 $P[x_1 - dx/2 < x_1 < x_1 + dx/2]$ 与 $P(x_2 > x_1)$ 为两个独立事件,如果零件不产生破坏,则这两个事件都要发生,根据概率的乘法原理,两个独立事件同时发生的概率,等于两个事件单独发生的概率的乘积,这个概率就是应力在区间 $[x_1 - dx/2, x_1 + dx/2]$ 内的可靠度 dR ;

$$dR = f(x_1)dx_1 \cdot \int_{x_1}^{\infty} f(x_2)dx_2$$

对于整个应力分布的可靠度 R 则为

$$R = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \left[\int_{x_1}^{\infty} f(x_2)dx_2 \right] dx_1 \quad (1)$$

当 $f(x_1)$ 及 $f(x_2)$ 已知时,应用上式即可求得可靠度 R 。

当 $f(x_1)$ 和 $f(x_2)$ 都是正态分布时,其密度函数分别为

$$f(x_1) = [1/(S_1\sqrt{2\pi})] \exp[-(x_1 - \bar{x}_1)^2/(2S_1^2)]$$

$$f(x_s) = [1/(S_s \sqrt{2\pi})] \exp[-(x_s - \bar{x}_s)^2 / 2S_s^2]$$

式中 \bar{x}_s 和 \bar{x}_l 分别为应力及强度的均值, S_l 和 S_s 分别为应力及强度的标准离差。

可靠度就是指强度超过工作应力 (即 $(x_s - x_l) > 0$) 的概率。如果令 $\delta = x_s - x_l$, 则可靠度为 $\delta > 0$ 的概率。以 $f(\delta)$ 表示 x_s 及 x_l 之差的分布函数, 因为 $f(x_s)$ 及 $f(x_l)$ 都是正态分布函数, 根据概率统计理论, $f(\delta)$ 也是正态分布函数:

$$f(\delta) = [1/(S_\delta \sqrt{2\pi})] \exp[-(\delta - \bar{\delta})^2 / (2S_\delta^2)]$$

式中

$$\bar{\delta} = \bar{x}_s - \bar{x}_l, S_\delta = \sqrt{S_s^2 + S_l^2}$$

S 为正值, 给出了可靠度 R 为

$$R = \frac{1}{S_\delta \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp[-(\delta - \bar{\delta})^2 / (2S_\delta^2)] d\delta$$

令 $t = (\delta - \bar{\delta}) / S_\delta$, 则 $d\delta = S_\delta dt$ 。当 $\delta = 0$ 时, $t = -\bar{\delta} / S_\delta$; 当 $\delta = \infty$ 时, $t = \infty$ 。代入上式有

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z}^\infty \exp(-t^2/2) dt$$

令 $Z = \bar{\delta} / S_\delta$, 由于正态分布的对称性, 上式可写为

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt \quad (2)$$

式中的积分限 Z 为

$$Z = \bar{\delta} / S_\delta = (\bar{x}_s - \bar{x}_l) / \sqrt{S_s^2 + S_l^2} \quad (3)$$

式 (2) 已将应力与强度联系起来, 因此式 (2) 又称为联结方程, Z 称为联结系数或可靠性系数。图 3 表示可靠性分布函数, 图中画阴影线的面积表示破坏概率, 曲线下其余面积表示可靠度。

这样可由给定的可靠性系数 Z 求得可靠度 R , 反之由 R 可求得 Z 。表 1 给出 R, Z 间的某些数值关系。

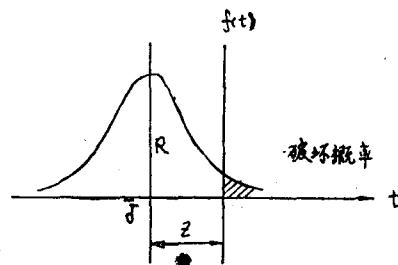


图 3 可靠性分布函数

表 1 Z 与 R 关系表

Z	R	Z	R
0.00	0.5000	2.00	0.9772
0.50	0.6915	2.33	0.9900
1.00	0.8413	3.00	0.9987
1.28	0.9000	3.09	0.9990
1.65	0.9500	3.72	0.9999

1.6.4 疲劳强度的可靠性设计

①P-S-N 曲线 测定 P-S-N 曲线时, 对于每个应力水平必须使用一组试件, 在中等寿命区 ($N=10^4-10^6$ 次循环) 一般用成组试验法, 在长寿命区 ($N>10^6$ 次循环) 一般采用升降法。

在成组试验法中, 得到一组几个试样的对数寿命 $\lg N_1, \lg N_2, \dots, \lg N_n$, 则对数寿命的均值为

$$\bar{x} = \lg N_{50} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lg N_i$$

标准离差 S 为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\lg N_i - \lg(N_{50})]^2}{n-1}}$$

每个应力水平下疲劳寿命的均值求得后即可求得其均值各点, 由此画出 $R=0.500$ 的 S-N 曲线, 还可画得 $R=0.999$ 的 S-N 曲线, 也可以由寿命分布转为应力分布 (图 4)。

②疲劳极限图 图 5 中 A 点为直线 r 与疲劳极限均值的交点。向量 \overline{OB} 表示平均应力 σ_m

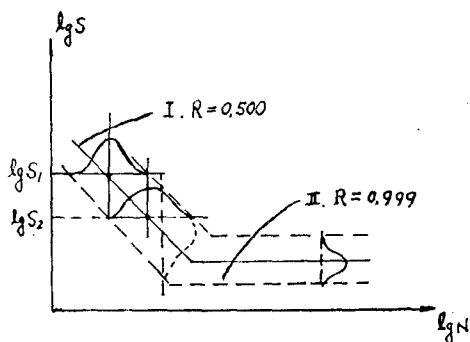


图 4 带概率的 S-N 曲线

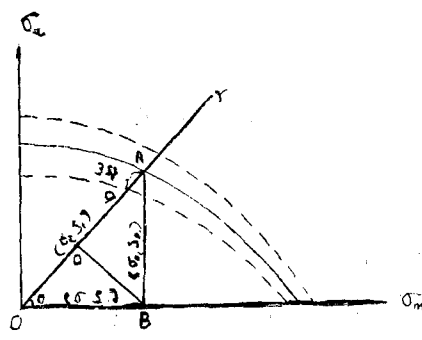


图 5 疲劳极限图

(其标准离差为 S_m)。向量 \overline{BA} 表示应力值 σ_a (其标准离差为 S_a)。向量 \overline{OA} 表示合成向量 σ_r (其标准离差为 S_r)。由图看出, 其均值 $\sigma_r = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_m^2}$ 。求标准离差 S_r 时, 可作辅助线 \overline{BC} 和 \overline{OA} , 则 \overline{OC} 为 σ_m 在 σ_r 上的投影, \overline{CA} 为 σ_a 在 σ_r 上的投影, 即 $\overline{OA} = \overline{OC} + \overline{CA}$ 。

根据正态分布的代数运算法则, 两正态分布之和的标准离差 S_r 为

$$\begin{aligned} S_r &= [(S_m \cos \theta)^2 + (S_a \cos(90^\circ - \theta))^2]^{1/2} \\ &= [S_m^2 \cos^2 \theta + S_a^2 \sin^2 \theta]^{1/2} \\ &= \left[\frac{\sigma_a^2 S_a^2 + \sigma_m^2 S_m^2}{\sigma_a^2 + \sigma_m^2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (4)$$

因为应力幅 σ_a 和平均应力 σ_m 分别为 $\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$, $\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2$

而不对称系数 r 为 $r = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$, 所以 $\sigma_a = (1-r)\sigma_{\max}/2$, $\sigma_m = (1+r)\sigma_{\max}/2$ 。 (5)

当 $r = \text{常数}$ 时, 应力幅 σ_a 的标准离差为 $S_a = (1-r)S_\sigma/2$, 平均应力 σ_m 的标准离差 S_m 为

$S_m = (1+r)S_o/2$, 这里 S_o 为最大应力 σ_{max} 的标准离差。在疲劳试验中, σ_{max} 就是疲劳极限, 其标准离差根据试验的数据统计得到。当最大应力的标准离差 S_o 已知时, 则 S_a 和 S_m 可以求得, 再由公式 (5) 可求得 σ_a 和 σ_m 。

因此, 由式 (4) 可以求得在给定不对称系数 r 下的标准离差 S_r , 将这 S_r 值代入 $x_{0.999} = \bar{x} - 3S$ 式中的 S , 即可求得相应于可靠度 $R = 0.999$ 的点 (如图 5 中的 D 点)。同理可求得其它 r 值的相应点, 从而得出 $R = 0.999$ 的疲劳极限图 (图 5 下边的虚线)。同理可画出其它寿命如 $N = 10^5$ 时的疲劳极限图 (等寿命曲线)。

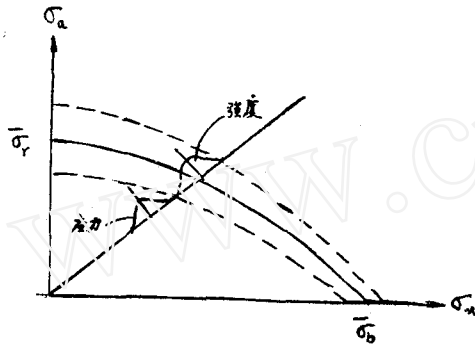


图 6 当 r 为常数时零件部件的可靠度

③疲劳强度的可靠性计算 当 r 等于常数时 (图 6), 与上节可靠性设计原理中所说的完全一样, 可用式 (3) 求 Z , 再用式 (2) 求 R , 看所求出的 R 值与预计的 R' 值相比较, 如果 $R > R'$, 则满足要求。

④用可靠性设计确定安全系数 安全系数 n 定义为

$$n = \frac{\text{强度的均值}}{\text{载荷的均值}} = \frac{\bar{x}_s}{\bar{x}_l} \quad (6)$$

强度判据: $n > [n]$

当零件部件的应力计算精确, 制造控制严格时, $[n] = 1.3-1.8$ (根据经验定)。

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Z e^{-t^2/2} dt$$

积分上限 Z 为

$$Z = \frac{\bar{x}_s - \bar{x}_l}{\sqrt{S_s^2 + S_l^2}} \quad (7)$$

将式 (6) 代入式 (7), 解得 n 为

$$n = \frac{\bar{x}_s}{\bar{x}_l - Z \sqrt{S_s^2 + S_l^2}} \quad (8)$$

当应力分布和强度分布已知即 $\bar{x}_l, S_l, \bar{x}_s, S_s$ 已知时, 可由式 (8) 和 (7) 确定 n, Z 和 R 值。

疲劳的可靠性设计首先在飞机、火箭和原子能的压力容器上采用, 证明是一种先进的设计方法。现在这种设计方法已逐渐推广到民用机械的重要部件上, 当然这种设计思想也还需进一步的完善和发展 [7-11]。

2. 疲劳寿命估算方法

疲劳设计方法除了在设计思想上不断发展外, 疲劳寿命的估算方法也在不断发展。过去人们普遍采用名义应力法估算疲劳裂纹形成阶段寿命, 用断裂力学方法估算疲劳裂纹扩展阶段寿命, 取得了一定的成绩。但是后来发现用名义应力法估算寿命误差较大, 因为这种方法没有考虑材料在加载过程中的塑性变形, 为了改进这种方法, 最近发展了用局部应力应变方

法估算疲劳寿命^[1,22]。局部应力应变法又分为：

2.1 局部应变法 局部应变法把疲劳寿命的预计建立在最危险缺口或其它应力集中部位的应力和应变的局部预计上。近几年这种方法得到了很大的发展。用局部应变法估算疲劳寿命的步骤大致如下：

①从分析载荷的最大峰值开始，根据载荷-应变标定曲线和循环应力-应变曲线计算初始的缺口应力和应变。

②用下面的公式(9)和(10)计算相应后面加载历史的缺口应力-应变历史。在应用这些公式时，注意 $(p_r, \varepsilon_r, \sigma_r)$ 必须是相应于迟滞回线的端点，迟滞回线是以受应力-应变记忆效果控制的方式建立的。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{2} &= \frac{\sigma - \sigma_r}{2E} + \left(\frac{\sigma - \sigma_r}{2A} \right)^{1/s} && \text{(应力-应变迟滞回线上升部分)} \\ \frac{\varepsilon_r - \varepsilon}{2} &= \frac{\sigma_r - \sigma}{2E} + \left(\frac{\sigma_r - \sigma}{2A} \right)^{1/s} && \text{(应力-应变迟滞回线下降部分)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 (σ, ε) 是瞬时应力和应变， $(\sigma_r, \varepsilon_r)$ 是应变循环前一点的坐标值， E 为杨氏模量， A 为迟滞回线面积， s 是硬化指数。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{2} &= f\left(\frac{p - p_r}{2}\right) && \text{(加载期间)} \\ \frac{\varepsilon_r - \varepsilon}{2} &= f\left(\frac{p_r - p}{2}\right) && \text{(卸载期间)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中 (p, ε) 是载荷和缺口应变的瞬时值， (p_r, ε_r) 是迟滞回线端点的坐标值。

③对于每一闭合的应力-应变迟滞回线，用公式(11)计算相应的循环寿命 N 。对于整个加载历史，将这些数值的倒数累加起来，再用公式(12)就能计算出疲劳裂纹形成所需要的循环次数，即疲劳寿命。

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma'_f - \sigma_m} \right)^{1/b} \quad \left(\frac{\sigma_a}{E} > \varepsilon_{p,a} \right) && \text{(弹性应力-寿命曲线)} \\ N &= \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_{p,a}}{\varepsilon'_f} \right)^{1/c} \quad \left(\varepsilon_{p,a} > \frac{\sigma_a}{E} \right) && \text{(塑性应变-寿命曲线)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中 $\sigma'_f, \varepsilon'_f$ 是材料常数， σ_m 是平均应力， $\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2}$ ， $\Delta\sigma$ 是应力范围， $\varepsilon_a = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ ， $\Delta\varepsilon$ 是弹性应变范围， $\varepsilon_{p,a} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{2}$ ， $\Delta\varepsilon_p$ 是塑性应变范围， b, c 是硬化指数。

$$B \left[\sum \frac{n_i}{N_i} \right]_{\text{每次}} = 1$$

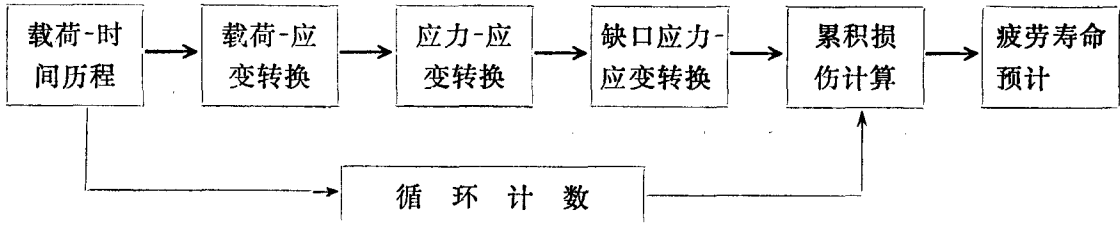
式中 B 是到破坏的循环次数。

除了非常短的加载历史，否则应用局部应变法就需要数字计算机，把载荷-应变标定曲线以及循环应力-应变曲线分成一系列的小单元，它们的行为受一套适当法则的控制，这些法则能反映出应力-应变记忆效果。

2.2 局部应力-应变法 局部应力-应变法基于这样的假定：如果一个结构在危险部位处的应力和应变能够与实验室光滑试件的循环应力和应变联系起来，那么结构的疲劳裂纹形

成寿命将和试件的寿命是相同的。

局部应力-应变法可以用下面的框图来概括：



用这种方法预计疲劳寿命的步骤如下：

①输入一系列现场载荷或名义应变。这些现场载荷或名义应变是经过数字转换成波峰和波谷系列的。

②利用循环载荷-应变曲线将载荷-时间历程转换为应变-时间历程。循环载荷-应变曲线相当于应力-应变曲线，它可以在循环载荷下测量应变的实验中得到，也可以用弹性有限元分析法求出^[12]。如采用Wetzel的“有效矩阵”法就可将载荷历程转换为应变历程^[18]。

③借用“有效矩阵”法结合循环应力-应变曲线把应变-时间历程转换为应力-时间历程。

④利用 Neuber 公式将名义应力和应变转换为缺口根部的局部应力和应变。Neuber 公式为

$$K_t^2 = K_s K_e = \left(\frac{\Delta \sigma}{\Delta S} \right) \left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta e} \right) \quad (12)$$

式中 K_t 是理论应力集中系数， K_s 是真实应力集中系数， K_e 是真实应变集中系数， ΔS ， Δe 是名义应力和应变， $\Delta \sigma$ ， $\Delta \epsilon$ 是缺口根部的应力和应变。

一般 S 小于比例极限， e 可用 S/E 代替，则式 (12) 变为

$$K_t^2 = E \frac{\Delta \sigma \Delta \epsilon}{(\Delta S)^2} \quad (13)$$

⑤利用 Miner 线性累积损伤理论预计出疲劳寿命。Miner 公式为

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \text{ 时破坏}$$

式中 n_i 是应变幅为 $\frac{\Delta \epsilon_i}{2}$ 的迟滞回线的循环次数。

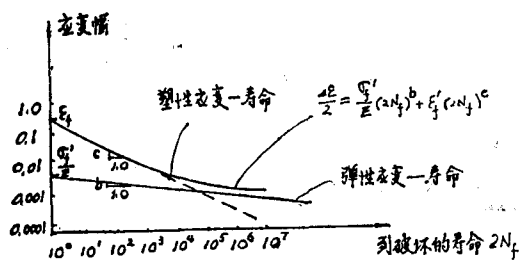


图7 典型的软钢应变-寿命曲线

N_i 是与 $\frac{\Delta \epsilon_i}{2}$ 对应的材料的疲劳寿命。

N_i 可直接从应变-寿命曲线 (见图7) 确定，也可以用下面的公式求出：

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \Delta \epsilon_p + \Delta \epsilon_e = \epsilon'_f (2N_f)^c + \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b \quad (14)$$

其中 σ'_f 是疲劳强度系数， ϵ'_f 是疲劳延性系

数, $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$ 是总应变幅, $2N_f$ 是疲劳总寿命, b 是疲劳强度指数, c 是疲劳延性指数。

如果要考虑平均应力 σ_m , 则 N_f 可以从下式求出:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{\sigma'_f + \sigma_m}{E} (2N_f)^b \quad (15)$$

此外 Wetzel 认为可以用下式求出总寿命 $2N_f$:

$$\Delta \sigma \Delta \varepsilon E = 4\sigma'_f{}^2 (2N_f)^{2b} + 4\sigma'_f \varepsilon'_f E (2N_f)^{b+c} \quad (16)$$

深入分析局部应力-应变法, 就会发现在实际应用中, 并不一定要严格按上面的五个步骤逐步求疲劳寿命。我们可以根据具体情况, 选用其中的一部分就能把疲劳寿命估算出来。例如, 我们假如已实测出某个部件的局部应变-时间历程, 就可用雨流法计数, 求出各个迟滞回线的应变历程, 联系到应变-寿命曲线, 就能用 Miner 公式把疲劳寿命预计出来。

值得注意的是上述疲劳寿命预计中步骤④并不是唯一的, 目前已有几种方法可将名义应力和应变变换为缺口根部的应力和应变^[14,15,18]:

(a) 线性应变法 这个方法认为局部应变 ε 和名义应力 S 成正比关系, 即 $\varepsilon = K_f S/E$ 。只要知道 ε , 就可以从材料的 σ - ε 曲线 (图 8) 中查出 σ 来。

(b) 改进的 Neuber 法 这个方法认为 Neuber^r 没有考虑尺寸效应, 所以建议用疲劳缺口系数 K_f 代替应力集中系数 K_t , 从而把 Neuber 公式修正为

$$K_f = \left(\frac{\sigma}{S} \cdot \frac{\varepsilon}{e} \right)^{1/2}$$

(c) 弹塑性有限元法 我们可以对结构进行有限元分析, 再利用弹塑性分析法求出各处的应力和应变来。

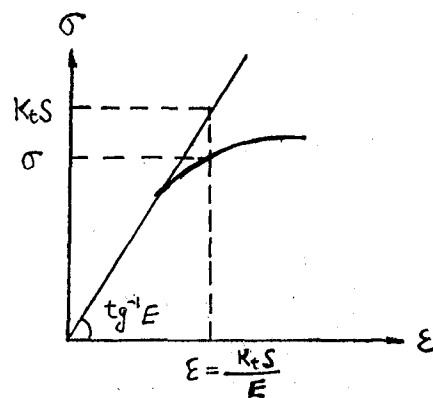


图 8 材料的 σ - ε 曲线

2.3 等效的局部应力应变法 对于复杂载荷历史下疲劳寿命的预计, 还有三种等效的局部应力应变法^[1,22], 这些方法包括确定缺口根部材料的响应, 根据闭合的迟滞回线和累积损伤理论去预计疲劳寿命。这三种等效方法虽然在细节上有些差异, 但基本思想是一致的^[17], 即局部应力和应变是从危险区域确定的, 单个事件是根据闭合的迟滞回线来辨别的, 损伤是用材料应变-寿命曲线资料线性地累加的。

2.3.1 Neuber 缺口分析法 用这个方法预计疲劳寿命的步骤是: ①利用材料的循环应力-应变曲线和 Neuber 公式 $\Delta \sigma \Delta \varepsilon = K_f^2 (\Delta S)^2/E$ 将外载历史化为缺口根部的应变历程。②利用材料的循环应力-应变曲线将缺口根部的应变区分为单个的迟滞回线。③利用应变-寿命曲线计算每个迟滞回线的疲劳损伤并累积:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

$$\text{损伤/每周} = \frac{1}{N_f} = 2 \left(\frac{\sigma'_f}{\varepsilon'_f E} \frac{\Delta \varepsilon_p}{\Delta \varepsilon_f} \right)^{1/(b-c)} \quad (\text{未考虑平均应力})$$

$$\text{损伤/每周} = \frac{1}{N_f} = 2 \left(\frac{\sigma'_f}{\varepsilon'_f E} \frac{\Delta \varepsilon_p}{\Delta \varepsilon_e} - \frac{\sigma'_f}{\sigma'_f - \sigma_m} \right)^{1/(b-c)} \quad (\text{考虑平均应力})$$

2.3.2 载荷-缺口应变分析法 用这方法预计疲劳寿命的步骤是：①用实验或分析的方法确定循环载荷-缺口根部的应变标定曲线。②用构件的循环载荷-缺口根部应变标定曲线将外载历程区分为单个的迟滞回线。③利用材料的应变-寿命曲线计算每个迟滞回线的疲劳损伤并累积。

2.3.3 基于应变的分析方法 用这方法预计疲劳寿命的步骤是：①用循环计数逻辑程序确定每一外加载荷循环应力的范围 ΔS 。②用公式 $(\Delta SK_f)^2 = (\Delta \sigma \Delta \varepsilon E) = 4\sigma'_f (2N_f)^{2b} + 4\sigma'_f \varepsilon'_f E (2N_f)^{b+c}$ 确定相应于 ΔS 的 N_f 。③计算出每周的疲劳损伤再累积，上面公式包括了 Neuber 公式和材料的应变-寿命曲线。

2.4 频谱密度曲线分析法 频谱密度曲线分析法是一个紧凑而直接的方法，它不依靠麻烦的人工编制的阶梯程序，而是用频谱密度曲线把施加的载荷表示出来，并根据连续函数进行完整的分析，可在计算机上进行操作^[13,16,22]。

用这种方法预计随机载荷下构件的疲劳寿命的步骤大致为：①用频谱密度曲线表示外载历程（图9）：

$$n(\Delta L) = n_i \sum_{i=1}^{\rho} p_i \exp[-(\Delta L/\sigma_i)^2/2]$$

式中 $n(\Delta L)$ 是载荷振幅的累积循环数， n_i 是加载周期总数， p_i 是载荷信号源的参与因子， ΔL 是载荷幅值， σ_i 是正常加载过程中的标准偏差， ρ 是载荷源的数目。

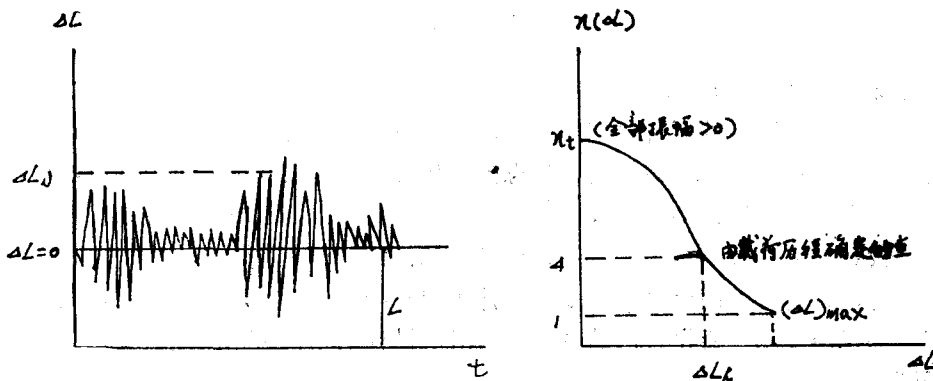


图9 a. 载荷历程

b. 典型的载荷频谱密度曲线

②从相应的载荷曲线上的每个有关点，得出应力谱密度曲线，过程如下：(a) 从载荷谱密度曲线上任一循环数 n_i 求出 $\Delta L_1, \Delta L_2, \dots$ 。(b) 按照每个 ΔL 值求出对应于 x, y, z 轴相应的法向应力和切向应力 $f_x, f_y, f_z, f_{xy}, f_{yz}, f_{zx}$ 。(c) 根据变形能量原理，由法向和切向力求出有效应力

$$f_e = \sqrt{\frac{1}{2} [(f_x - f_y)^2 + (f_y - f_z)^2 + (f_z - f_x)^2 + 3(f_{xy}^2 + f_{yz}^2 + f_{zx}^2)]}$$

如果知道主应力 f_1, f_2, f_3 ，则有效应力为

$$f_a = \sqrt{\frac{1}{2} [(f_1 - f_2)^2 + (f_2 - f_3)^2 + (f_3 - f_1)^2]}$$

(d) 重复步骤 (b) 和 (c)，求平均载荷 L_1, L_2, \dots ，从而求得平均应力分量 f_m 的有效值。把图 10 所画的一些曲线在图 11 中合并成与平均应力值 f_m 有关的 $f_a - n(f_a)$ 曲线，这

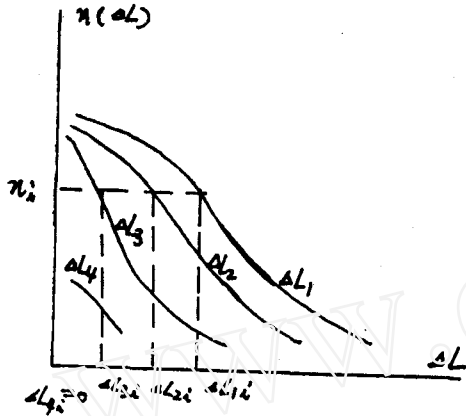


图10 具有同一循环历程的多载荷频谱密度曲线

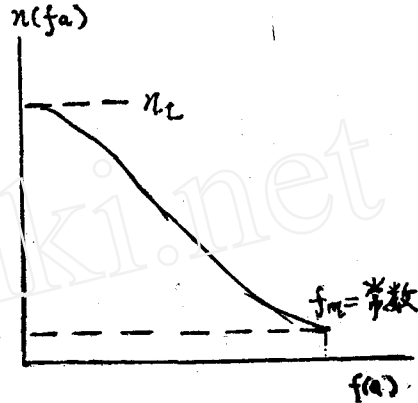


图11 根据图10所得到的有效应力频谱密度曲线

条曲线适合于描述累积损伤，图10给出了交变应力频谱密度曲线，它与结构中零件上某一点的有效平均应力值有关，这样就可以预计那一点上由于这种应力谱所产生的总的损伤周数。

③用线性累积损伤理论估算疲劳寿命：

$$\text{当 } D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1 \text{ 时破坏}$$

式中 N_i 是破坏时的循环次数。

近一二十年来，国内外疲劳研究发展很快，疲劳设计思想发生了很大的变化，过去惯用的常规疲劳设计思想已逐渐被新的设计思想所代替，例如裂纹形成阶段寿命，局部应力应变法渐渐取代名义应力法。70年代，随着断裂力学的发展，破损-安全或损伤容限设计已被应用于机械设计。80年代又引入了可靠性设计思想。

除此之外，目前许多国家已采用多种设计思想对一个产品同时进行考察，例如英国和欧洲一些国家除采用安全寿命设计产品外，同时对所设计的结构再采用断裂力学方法进行检查，以保证产品的安全可靠^[20-22]。

但是，由于影响疲劳强度的因素很多，任何一种设计思想都不可能把这些影响因素全部包括进去，目前，还没有一种特别精确的疲劳寿命预计方法，所以，各国的疲劳研究工作者仍在不断探索与研究，以期待更新更好的疲劳设计思想与寿命估算方法出现。

参 考 文 献

- 1 曾春华编著. 奇妙的疲劳现象. 科学出版社 (1986)
- 2 曾春华, 郭康民译. 疲劳. 科学出版社 (1984)
- 3 高镇同编著. 疲劳应用统计学. 国防工业出版社 (1986)
- 4 高永寿. 损伤容限设计的内容与问题. 科技资料 (南京航学学院) (1978) : 306
- 5 赵少汴. 结构疲劳设计方法. 机械强度, 10 (1979)
- 6 徐灏. 疲劳强度的可靠性设计. 科技情报 (东北工学院) (1982) : 269
- 7 曾春华. 疲劳累积损伤理论的探讨. 机械强度, 11 (1980)
- 8 Miner M A. *J. Appl. Mech.*, 12A (1945) : 159
- 9 Corten H, Dolan T. IN International Conference on Fatigue of Metal. London (Sept. 1956)
- 10 Fuller J R. *Noise Control*, 1, 11 (1961)
- 11 Dowling N E, Broce W R, Wilson W R. *SAE*, 6 (1977)
- 12 Purrell F S. *SESA*, 34, 1 (1977)
- 13 Morobray D F, McConnelee J E. *ASTM STP* 519 (1973)
- 14 Topper T H, Wetzel R M, Morrow J P. *Journal of Materials*, 4, 1 (1969) : 189
- 15 Data Sheets on Fatigue, No. 71028, Engineering Science Data Unit, RAS (1971)
- 16 Harris H G, Ojalvo, I V, Hooson R E. AD 709221 or AFFDL-TR-70-69 (1970)
- 17 Wilson W K. *ASME, Ser. D.*, 95 (Nov. 1974)
- 18 Landgraf R W, Richards F D, Lopoiate N R. *SAE*, 6 (1977)
- 19 焦宝仁等译. 随机载荷下疲劳试验与寿命估算. 农机科学院译文集 (1979)
- 20 胡君明. 随机疲劳研究方法探讨. 中华青年力学, 1 (1986)
- 21 欧进萍等. 多自由体系在随机载荷作用下的动力可靠性分析. 固体力学学报, 3 (1986) : 267
- 22 曾春华, 邹十践编著. 疲劳分析方法及应用. 国防工业出版社 (1987)

THE DEVELOPMENT OF FATIGUE DESIGN METHODS

Zeng Chun-hua

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract In this paper the early stage fatigue design methods are reviewed, which include infinite life design, safe life design, fail-safe design, damage tolerance design. Reliability method of fatigue design is described in detail. The nominal stress method of estimating fatigue life is compared with local stress-strain methods. Finally, some suggestions are given.

Keywords *fatigue design, fatigue life, damage tolerance, reliability*