第18卷 第2期 力学进展 Vol.18 No.2
1988年5月25日 ADVANCES IN MECHANICS May 25, 1988

关于太阳湍流发电机理论

唐泽眉
(中国科学院力学研究所)

提要 本文介绍了太阳湍流发电机问题的双尺度平均场电动力学分析方法以及有关太阳发电机问题的研究结果：α,β效应及各种发电机模型．总结分析了现阶段太阳湍流发电机问题在观测和理论方面的主要困难．对其他的太阳发电机理论也进行了简要介绍．

关键词 太阳；湍流发电机

1. 引 言

许多旋转的具有液态金属（导电流体）内核的天体都具有磁场．发电机理论研究导电流体在磁场中运动感生电流维持天体磁场的问题．

1919年Larmor[1]提出了太阳发电机概念．1933年Cowling[2]证明了轴对称运动不能维持轴对称子午磁场，这是第一个无发电机定理，著名的Cowling定理．1955年Parker[3]提出星体的较差自转和小尺度回流可以维持自激发电机过程．几十年来，发电机概念发展并具体化了，用于解释地球、太阳、星系等天体磁场的维持问题．1964年Braginskii[4,5]研究了弱非轴对称发电机，1966年Steenbeck，Krause和Radler[6]引用了双尺度分析的平均场电动力学分析方法，发展了湍流发电机理论．之后，各种不同的湍流发电机模型纷纷涌现，用来解释星体磁场的结构和演化．

现有的发电机理论能较好地释解地磁场的结构和活动规律，问题在于找到所需的流体运动的机制；由于太阳尺度大，它的物质有很高的导电性，太阳磁场的衰减时间比它自己的寿命还要长，因此，太阳发电机理论还有许多问题值得探讨．

一般的磁场可以表示为一个环向场与一个极向场之和

$$\mathbf{B}=\mathbf{B}_T+\mathbf{B}_P \tag{1.1}$$

在运动学发电机问题中，磁场的变化满足磁感应方程

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}=\nabla\times(\nabla\times\mathbf{B})-\eta\nabla\times\nabla\times\mathbf{B} \tag{1.2}$$

* 胡文瑞推荐．

讨论轴对称问题，在柱坐标系中，磁场可表示为：

$$\mathbf{B}_P=\left[-\frac{\partial A_\theta}{\partial z},\ 0,\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta)\right]=\nabla\times(A_\theta\mathbf{e}_\theta) \tag{1.3}$$

$$\mathbf{B}_T=[\,0,\ G(r,z),\ 0\,] \tag{1.4}$$

其中

$$G(r,z)=\frac{\partial A_r}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial r}$$

将（1.3），（1.4）代入（1.2），可得到环向及极向磁场各自的方程

$$\frac{\partial G}{\partial t}+r(\mathbf{u}_p\cdot\nabla)\left(\frac{G}{r}\right)=r(\mathbf{B}_P\cdot\nabla)\omega+\eta(\nabla^2-r^{-2})G \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial A_\theta}{\partial t}+r^{-1}\mathbf{u}_p\cdot\nabla(rA_\theta)=\eta(\nabla^2-r^{-2})A_0 \tag{1.6}$$

其中 $\omega=u_\theta/r$ 为角速度．从环向场方程（1.5）可看出，除耗散项外还有源项 $r(\mathbf{B}_p\cdot\nabla)\omega$，只要沿极向场（沿 r 或 z 方向）角速度非均匀，源项就非零，就可能使环向场放大，这就是通常所指的 ω 效应，太阳对流区中导电流体的较差自转使极向场放大为环向场就是这种效应．但极向场方程（1.6）表明，轴对称运动时，极向场总是衰减的．这说明，轴对称发电机过程难于维持．因此发电机理论讨论的问题集中在何种机制作用下，或导电流体怎样流动才能使发电机过程维持下去．非轴对称的大尺度对流是一种可能的研究途径；小尺度对流或湍流也可能与大尺度磁场相互作用而使发电机过程维持下去．这种问题称为湍流发电机问题．在这两方面均已开展了大量的研究工作．

2、双尺度平均场电动力学分析方法

Parker[3] 曾提出一种物理模型，认为旋转流体所受的 Coriolis 力使小尺度对流无旋转，上升的对流流动携带局部地方的环向磁场磁力线上升并旋转，形成了在子午平面内投影不为零的磁力线环，这样，小尺度旋转对流元与环向磁场作用将产生环向电流．当导电流体中的对流元有无限多个时，这些小尺度运动的统计平均效果就会形成大尺度极向场．再考虑到较差自转使极向场放大为环向场，就可能构成一个自洽的发电机过程．Steenbeck 等人[6] 在这种思想的基础上，提出了双尺度平均场电动力学分析方法，将问题数学化了，发展了湍流发电机理论．

天体中的运动都不是恒定的，只对长时间统计平均而言天体的运动对旋转轴才对称．将导电流体运动速度 $\mathbf{u}$ 和磁场 $\mathbf{B}$ 分别表示为平均缓慢变化部分 $\langle\mathbf{u}\rangle$，$\langle\mathbf{B}\rangle$ 和脉动部分 $\mathbf{u}'$，$\mathbf{B}'$ 之和

$$\mathbf{u}=\langle\mathbf{u}\rangle+\mathbf{u}' \tag{2.1}$$

$$\mathbf{B}=\langle\mathbf{B}\rangle+\mathbf{B}' \tag{2.2}$$

用 $\langle f\rangle$ 表示对函数 f 进行空间和时间平均，则

$$\langle f(\mathbf{r},t)\rangle_{a,\tau}=\frac{3}{4\pi a^3}\frac{1}{2\tau}\int_{-\tau}^{\tau}d\tau\int_{|\boldsymbol{\xi}|<a}f(\mathbf{r}+\boldsymbol{\xi},\ t+\tau)d\boldsymbol{\xi} \tag{2.3}$$

小尺度运动，例如湍流或旋转对流，它们的相关时间或旋涡寿命 t_0 和平均长度尺度 l_0 比平均场的特征时间 T 和特征长度 L 小得多；

$$\left.\begin{array}{l} l_0 \ll a \ll L \\ t_0 \ll \tau \ll T \end{array}\right\} \tag{2.4}$$

因此，可将（1.2）分为平均量和脉动量两部分

$$\frac{\partial\langle\mathbf{B}\rangle}{\partial t}=\nabla\times(\mathbf{E}+\langle\mathbf{u}\rangle\times\langle\mathbf{B}\rangle)+\eta\nabla^2\langle\mathbf{B}\rangle \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial\mathbf{B}'}{\partial t}=\nabla\times(\langle\mathbf{u}\rangle\times\mathbf{B}'+\mathbf{u}'\times\langle\mathbf{B}\rangle+\mathbf{G})+\eta\nabla^2\mathbf{B}' \tag{2.6}$$

其中

$$\mathbf{E}=\langle\mathbf{u}'\times\mathbf{B}'\rangle \tag{2.7}$$

$$\mathbf{G}=\mathbf{u}'\times\mathbf{B}'-\langle\mathbf{u}'\times\mathbf{B}'\rangle \tag{2.8}$$

$\mathbf{E}$ 是脉动速度和脉动磁场相互作用产生的附加平均电动势．这与 Navier-Stokes 方程中雷诺应力项相类似，脉动量相互作用的统计平均值会对大尺度场产生作用．运动学发电机问题中 $\mathbf{u}'$ 和 $\langle\mathbf{u}\rangle$ 都是给定的，我们可以从（2.6）得到 $\mathbf{B}'$，继而得到附加平均电动势 $\mathbf{E}$．为了考虑湍流或旋转对流产生的附加平均电动势，可取 $\langle\mathbf{u}\rangle=0$．只要 $\mathbf{B}'\ll\langle\mathbf{B}\rangle$，则可在（2.6）中略去 $\mathbf{G}$，这就是通常所称的一阶光滑（也称拟线性）近似．有两种情况与这种近似是一致的．

高阻情况：$R_m=Ul_0/\eta\ll1$，$U^2=\langle u'^2\rangle$，这时$\nabla\times(\mathbf{u}'\times\langle\mathbf{B}\rangle)=-\eta\nabla^2\mathbf{B}'$，适用于地球．

快脉动情况：$t_0\ll l_0/U$，在这种条件下有 $\partial\mathbf{B}'/\partial t=\nabla\times(\mathbf{u}'\times\langle\mathbf{B}\rangle)$．

对于太阳$R_m\gg1$，且 $t_0\approx l_0/U$．因此太阳发电机问题能否采用一阶光滑近似还有争议．

与一般流体力学的湍流理论不同，方程（1.2）中磁场 $\mathbf{B}$ 是线性的．方程（2.6）中 $\nabla\times(\mathbf{u}'\times\langle\mathbf{B}\rangle)$ 是产生脉动磁场 $\mathbf{B}'$ 的源．若取某初始时刻 $t=0$ 时 $\mathbf{B}'=0$，则（2.6）保证 $\mathbf{B}'$ 与 $\langle\mathbf{B}\rangle$ 线性相关，因此 $\mathbf{E}=\langle\mathbf{u}'\times\mathbf{B}'\rangle$ 与 $\langle\mathbf{B}\rangle$ 也是线性相关的．再加上 $\langle\mathbf{B}\rangle$ 的空间尺度 $L\gg l_0$，则有

$$E_i=\alpha_{ij}B_{0j}+\beta_{ijk}\frac{\partial B_{0j}}{\partial x_k}+\gamma_{ijkl}\frac{\partial^2B_{0j}}{\partial x_k\partial x_l}+\cdots \tag{2.9}$$

取前两项，在各向同性条件下，$\alpha_{ij}=\alpha\delta_{ij}$，$\beta_{ijk}=\beta\epsilon_{ijk}$，可将环向场及极向场方程表示为

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t}+r(\mathbf{u}_p\cdot\nabla)\left(\frac{B_\theta}{r}\right)=r(\mathbf{B}_p\cdot\nabla)\omega+[\nabla\times(\alpha\mathbf{B}_p)]_\theta+\eta_T(\nabla^2-r^{-2})B_\theta \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial A_\theta}{\partial t}+r^{-1}\mathbf{u}_p\cdot\nabla(rA_\theta)=\alpha G+\eta_T(\nabla^2-r^{-2})A_\theta \tag{2.11}$$

式中 $\eta_T=\eta+\beta$，η 为欧姆粘性系数，β 为小尺度速度和小尺度磁场相互作用所产生的平均场扩散系数．

（2.10）中有两个源项．若右端第一项较差自转的效应比右端第二项 α 效应要强，则可在其中略去右端第二项．这样便由（2.10），（2.11）组成 α-ω 发电机问题．反之，若在（2.10）中略去较差自转的影响，保留右端第二项，则称为 α^2 发电机问题．从（2.11）可看出，α 效应可以将环向场放大为极向场，从而可以维持轴对称自激发电机过程．系数 α 反映湍流速度场的统计平均特征，它取决于平均流速 $\langle\mathbf{u}\rangle$，随机脉动速度 $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ 和欧姆粘性系数 η．只要速度场 $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ 不是反射对称的，α 就是非零的．

在各向同性条件下

$$\mathbf{E}^{(0)}=\alpha\langle\mathbf{B}\rangle \tag{2.12}$$

根据欧姆定律有

$$\mathbf{J}^{(0)}=\sigma\mathbf{E}^{(0)}=\sigma\alpha\langle\mathbf{B}\rangle \tag{2.13}$$

电流平行于平均场$\langle\mathbf{B}\rangle$！这与惯常情况不同，一般的感应电流$\sigma(\mathbf{u}\times\mathbf{B})$是与当地磁场垂直的。这就是$\alpha$效应能使环向场感生极向场的原因。此外，小尺度脉动速度和脉动磁场的相互作用产生平均场扩散系数β，从而使η变为η_T。

Braginskii 弱非轴对称发电机理论　Braginskii[4,5]采用了类似双尺度平均场电动力学的分析方法研究了弱非轴对称发电机问题。Cowling 定理指出，完全轴对称的发电机系统是不能维持的。Braginskii 考虑了一个主要是轴对称加上一个弱非轴对称分量的情况。当欧姆扩散系数η很小时，一个小而有限的非轴对称速度可以使环向磁场感生轴向场，再加上ω效应使极向场放大为环向场，就可以维持一个几乎轴对称的发电机过程。

处理问题的方法和平均场电动力学的方法类似，将速度和磁场都分为平均的大量和小量。不同的是，这里的平均是对环向而言，而后者是对空间和时间平均。取柱坐标系

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{v}(r,\theta,z,t)&=\mathbf{v}_0+\mathbf{v}'=\mathbf{v}_0(r,z,t)+\varepsilon\mathbf{v}_1(r,\theta,z,t)\\ \mathbf{B}(r,\theta,z,t)&=\mathbf{B}_0+\mathbf{B}'=\mathbf{B}_0(r,z,t)+\varepsilon\mathbf{B}_1(r,\theta,z,t)\end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

其中ε为小量，下标"0"表示对θ平均，例如

$$\mathbf{v}_0(r,z,t)=\langle\mathbf{v}(r,\theta,z,t)\rangle_\theta=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathbf{v}(r,\theta,z,t)d\theta \tag{2.15}$$

下标"1"的量，为非轴对称分量$\langle\mathbf{v}_1\rangle_\theta=0$，$\langle\mathbf{B}_1\rangle_\theta=0$。同样，可将平均场分为环向场及极向场，将它们代入磁感应方程（1.2），得到

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t}+r(\mathbf{v}_p\cdot\nabla)\left(\frac{B_\theta}{r}\right)=r(\mathbf{B}_p\cdot\nabla)\left(\frac{v_\theta}{r}\right)+(\nabla\times\mathbf{E})_\theta+\eta(\nabla^2-r^{-2})B_\theta \tag{2.16}$$

其中$\mathbf{E}$为沿θ平均的平均电动势，

$$\mathbf{E}=\varepsilon^2\langle\mathbf{v}_1\times\mathbf{B}_1\rangle_\theta \tag{2.17}$$

v_θ和B_θ均为轴对称量。引入磁势$A_\theta(r,z)$，它满足$\mathbf{B}_p=\nabla\times(A(r,z)_\theta\mathbf{e}_\theta)$。用环向磁势表示极向场方程

$$\frac{\partial A_0}{\partial t}+r^{-1}(\mathbf{v}_p\cdot\nabla)(rA_\theta)=E_\theta+\eta\left(\nabla^2-\frac{1}{r^2}\right)A_\theta \tag{2.18}$$

（2.16）表明，环向角速度沿极向场的梯度$(\mathbf{B}_p\cdot\nabla)(v_\theta/r)$是产生环向磁场的源，而（2.18）右端$E_\theta$项可以使环向场感应出极向场，这也构成一个自激发电机过程。Braginskii 用这种方法求解了地球发电机过程[3,4]。

3. 有关太阳湍流发电机的研究工作

Parker[3]提出湍流或小尺度旋转对流和较差自转可以维持一个自激发电机过程的物理模型之后，平均场电动力学将这种理论公式化了。20多年中，许多工作者在湍流发电机方面进行了大量的工作。现将从产生α，β效应的机制到各种太阳发电机模型简介如下。

3.1　α，β效应　湍流发电机的核心问题是α效应能使环向场再产生极向场。因此找出α非零的流动条件，解释它的机制就十分重要。

Moffatt[7] 曾指出，若湍流运动相关时间 τ 较旋涡的衰减时间 $\tau_d\equiv\lambda^2/\eta$ 小，即 $R_m\gg1$，则在发电机方程（2.6）中可略去扩散项，得出

$$\alpha=-(1/3)\tau\langle\mathbf{u}'\cdot(\nabla\times\mathbf{u}')\rangle,\qquad \beta\equiv(1/3)\tau U^2 \tag{3.1}$$

$\mathbf{u}'\cdot(\nabla\times\mathbf{u}')$ 称为 $\mathbf{u}'$ 流动的螺旋度（helicity）．非零的平均螺旋度表明涡（$\nabla\times\mathbf{u}'$）沿流速 $\mathbf{u}'$ 看，在顺时针或反时针方向旋转．α 非零要求湍流非镜面对称，在旋转或重力作用下的湍流可能是非镜面对称的．什么流动会产生 α 效应呢？

①旋转对流（cyclonic convection）．Parker[3] 提出 Coriolis 力作用在对流元上，对流元旋转，α 效应非零．Parker[8] 给出一种旋转对流元模型

$$\left.\begin{aligned}
u'_r&=u_2\frac{rz}{b^2}\exp\left[-\frac{r^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}\right]\\
u'_\theta&=u_1\frac{r}{a}\left(1-\frac{r^2}{c^2}\right)\exp\left[-\frac{r^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}\right]\\
u'_z&=u_2\left(1-\frac{r^2}{a^2}\right)\exp\left[-\frac{r^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}\right]
\end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

并采用短快近似，略去粘性项的影响，得出了发电机方程（2.6）的分析解．Levy[6] 对此速度模型研究了有很大磁雷诺数的一阶贡献．Carvalho 和 Fires[10] 就上述问题给出任意磁雷诺数条件下平均感应电动势的分析解．

②不可压缩流螺旋波动．Moffatt[7] 研究了一种波动

$$\mathbf{u}'(\mathbf{r},t)=u_0(\sin(kz-\omega t),\ \cos(kz-\omega t),0)=\mathrm{Re}\,u_0\,e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \tag{3.3}$$

相应的 α 是

$$\alpha=-\eta u_0^2k^3/(\omega^2+\eta^2k^4) \tag{3.4}$$

α 与欧姆扩散系数有关：$\eta\to0$ 时 $\alpha\to0$．

③Moffatt[7] 给出了一阶光滑近似条件下随机湍流场的 α，β 值：

$$\alpha=-\frac{1}{3}\eta\iint\frac{k^2F(k,\omega)}{\omega^2+\eta^2k^4}dk\,d\omega \tag{3.5}$$

$$\beta=\frac{2}{3}\eta\iint\frac{k^2E(k,\omega)}{\omega^2+\eta^2k^4}dk\,d\omega \tag{3.6}$$

式中 $F(k,\omega)$ 为螺旋谱函数，$E(k,\omega)$ 为能量谱函数．

④Braginskii[11] 用弱非轴对称发电机理论研究地磁场时证明，非轴对称流动可以提供 α 效应，α 与磁粘性系数成正比．

可以预料，只要小尺度元几何形状非对称，或参数（例如导电性）非对称，或由于旋转、重力、洛仑兹力的作用使小尺度元速度场非对称，都可以得到非零的 α．

当前对湍流扩散 β 效应还有争议．有关湍流扩散的机制、物理实质值得进一步研究．

3.2 各种太阳湍流发电机模型

3.2.1 α-ω 发电机 若较差自转的 ω 效应使极向场转化为环向场，α 效应使环向场感生出极向场，则这样构成的自激发电机过程称 α-ω 发电机，其平均场满足方程

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t}+r(\mathbf{v}_p\cdot\nabla)\left(\frac{B_\theta}{r}\right)=r(\mathbf{B}_p\cdot\nabla)\omega+\eta\left(\nabla^2-\frac{1}{r^2}\right)B_\theta \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial A_\theta}{\partial t}+\frac{1}{r}(\mathbf{v}_p\cdot\nabla)(rA_\theta)=\alpha B_\theta+\eta\left(\nabla^2-\frac{1}{r^2}\right)A_\theta \tag{3.8}$$

Parker[12] 指出 α-ω 发电机会产生发电机波．他确定了波传播的方向，用此结果解释太阳黑子向赤道迁移现象．Yoshimura[13] 简要证明了如下结论：研究 $v_p=0$ 的情况，略去扩散，讨论局部效应，取 $r,\nabla\omega,\alpha$ 为常数，从（3.7），（3.8）有

$$\partial^2 A_\theta/\partial t^2=r\alpha(\nabla\omega\times\nabla A_\theta)_\theta \tag{3.9}$$

考虑增长波解．（3.9）右端项表明，A_θ 沿 $\nabla\omega$ 方向的空间变化不会影响波的传播．波仅沿 ω 等于常数的等旋转面传播．取所研究点的局部坐标系为 Ox 沿 $\alpha\nabla\omega$ 方向，Oy 为波传播方向，Oz 为 θ 方向．从（3.9）有

$$\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial t^2}=r\alpha\frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial A_\theta}{\partial y}=r\,|\alpha\nabla\omega|\,\frac{\partial A_\theta}{\partial x} \tag{3.10}$$

取增长波解：$A_\theta\propto\exp(qt+iky)$，$k>0$，增长率为

$$q=\left(\frac{1}{2}rk\,|\alpha\nabla\omega|^{1/2}\right)(1+i) \tag{3.11}$$

波沿 $-y$ 方向传播，即沿 $\alpha\nabla\omega\times\mathbf{e}_\theta$ 方向传播．若用发电机波向赤道的传播解释观测到的黑子朝赤道的迁移现象，则在北半球要求 $\alpha(\partial\omega/\partial r)<0$，对流区上部 $\alpha>0$，故要 $\partial\omega/\partial r<0$；南半球 $\alpha(\partial\omega/\partial r)>0$，对流区上部 $\alpha<0$，也需 $\partial\omega/\partial r<0$．这就是 Parker-Yoshimura 的符号规则．Leighton 关于太阳活动周期的工作与上述结论一致，取 $\nabla\omega$ 的主要分量是 $\partial\omega/\partial r$，北半球 $\alpha>0$，黑子区朝赤道迁移需 $\partial\omega/\partial r<0$．

Roberts[14] 对 α-ω 发电机方程进行数值积分，取各种 α-ω 值，得出在北半球，若 $\alpha(\partial\omega/\partial r)<0$，则有朝赤道传播的双极对称波；若 $\alpha(\partial\omega/\partial r)>0$，则有朝极区传播的四极对称波．许多研究工作调整选取适当的 α，ω，β 值，对 α-ω 发电机方程进行数值计算，以计算结果来解释太阳活动周期蝴蝶图（Yoshimura[15]，Steenbeck & Krause[16]．

3.2.2 α^2 发电机　方程（2.10）中，若右端第二项比第一项大得多，则极向场与环向场之间的相互转化均由 α 效应实现．这种湍流发电机称为 α^2 发电机．

①无力场，均匀 α，自由模问题．若 $\langle\mathbf{u}\rangle=0$，$\alpha$ 均匀，则（2.5）可写为

$$\partial\langle\mathbf{B}\rangle/\partial t=\alpha\nabla\times\langle\mathbf{B}\rangle+\eta_T\nabla^2\langle\mathbf{B}\rangle,\qquad \eta_T=\eta_0+\beta \tag{3.12}$$

无力场，$\nabla\times\langle\mathbf{B}\rangle=\alpha_*\langle\mathbf{B}\rangle$，得出自由模解，导出存在增长模的条件是

$$0<a_*<(a_*)_c=\alpha/\eta_T \tag{3.13}$$

②球形均匀 α^2 发电机．Krause & Steenbeck[17] 讨论一类球形 α^2 发电机，假设球内区 α 为常数满足（3.12），球外为势场．将内外场衔接，并采用无力场条件，得出增长模条件（3.13）和磁场位形．

③球形非均匀 α^2 发电机．湍流发电机的输运系数取决于湍流场的统计平均特性，一般说来在流场中 α 非均均．取 $\alpha_{ij}=\alpha\delta_{ij}$，$\alpha=-\alpha_0 f(\xi)\cos\theta$，其中 $\xi=r/R$，θ 为极角．定常球形非均匀 α^2 发电机方程为

$$
\left.\begin{array}{ll}
\nabla^2\langle\hat{\mathbf{B}}\rangle + \nabla\times((\alpha/\eta_T)\langle\hat{\mathbf{B}}\rangle) = 0 & (r\leqslant R)\\
\nabla\times\langle\mathbf{B}\rangle = 0 & (r>R)\\
\langle\mathbf{B}\rangle = \langle\hat{\mathbf{B}}\rangle & (r=R)\\
\langle\hat{\mathbf{B}}\rangle = O(1/\xi^3) & (\xi\to\infty)
\end{array}\right\} \tag{3.14}
$$

即使 $f(\xi)$ 取很简单的形式，上式也难于得出分析结果。Steenbeck & Krause[18] 及 Roberts 对 $\langle\mathbf{B}\rangle$ 做级数展开，适当截断，逐级求解。主要是求参数 $R_a=|\alpha_0|R/\eta_T$ 的本征值，对所取的几种 $f(\xi)$ 分布得到磁场位形。

4. 太阳湍流发电机理论的主要困难

一些工作者，如 Piddington[19-23]，Layzer 等[24]，对太阳湍流发电机理论提出了一系列的批评，并提出了另外的理论模型。他们认为太阳湍流发电机理论的主要困难如下。

太阳湍流发电机理论认为，较差自转或 α 效应使极向场转换为环向场；小尺度湍流与大尺度磁场作用会对大尺度场产生 α，β 效应，会形成周期反转的大尺度极向场。

在分辨率提高的今天，观测到的太阳表面磁场是不规则分布的。磁场集中在小区域中，$D<200$km，场强极高（2—3 千高斯），极向场是两极之间这些区域磁场的平均。磁场极弱（1—5高斯），极向场周期反转的观测证据也不强。他们认为，湍流发电机理论和观测图象不相符合。

其次，观测到的磁场是纤维管状，好象是固定在光球以下 15000 公里深处。自由等离子体围绕它运动，湍流扩散在 15000 公里深范围内并不发生，因为观测并未见到由于湍流扩散引起的纤维结构的变化。他们认为这说明磁场的湍流扩散在厚度至少为 15000 公里的表面层范围内并不发生。

湍流发电机理论不好解释 1645—1717 年太阳的 Mounder 极小期。Eddy 认为类似的太阳不活动周期在过去也发生过。

此外，如前所述，根据观测到的黑子朝赤道迁移的规律，α-ω 发电机理论要求 $\partial\omega/\partial r<0$ 才与此观测结果一致。据报道[25]，日震观测给出在对流区上部 $\partial\omega/\partial r>0$，$\omega$ 随深度缓慢减小。这是对太阳动力学，对发电机理论的最大挑战。但日震观测的结果也不都一致。

在理论方面，湍流发电机理论较为严重的困难是它求助于湍流扩散。从观测的湍流速度，对流元寿命及合理的场衰减率导出 $\eta_T=\eta_0+\beta=10^8\mathrm{m}^2/\mathrm{sec}$（$\eta_0=10^3\mathrm{m}^2/\mathrm{sec}$ 为欧姆扩散系数）。与太阳活动周期蝴蝶图变化规律一致的 α-ω 发电机模型也导出 η_T 为 $10^8\mathrm{m}^2/\mathrm{sec}$ 量级。但湍流的磁场扩散问题无论在物理上还是数学上都还未解决。湍流能否使扩散系数增加到 $10^8\mathrm{m}^2/\mathrm{sec}$ 量级？Piddington 认为湍流只能混掺磁场，只有欧姆扩散才能使磁场衰减，这样就要求太阳表面有和平均场 $\langle\mathbf{B}\rangle$ 同量级的脉动场 $\mathbf{B}'$。但没有观测到有这种量级的 $\mathbf{B}'$。Parker 提出了磁场重联的理论，来解决小尺度场衰减、联结成大尺度场的问题。

Piddington，Layzer 还提出，按照发电机理论，环向场朝极向场的转化会在环向场上面一层进行。但是湍流扩散如何使小尺度极向场联结为大尺度极向场？湍流输运又怎样将上层极向场输运到下层，使太阳的周期磁场变化能持继下去？

目前围绕着平均场和湍流场的扩散问题开展了许多工作。Moffatt[26] 用 Lagrange 分析方法将系数 α，β 表示为随一个流体质点运动的时间积分，在这种情况下 $\alpha(t)$，$\beta(t)$ 可

能不收敛。Kraichnan[27,28] 研究了 Moffatt 的结论并用欧拉方法讨论了完全导电介质中的弱磁场扩散问题。他指出在一定条件下 β 可以成为负值。Knobloch[29,30] 给出了弱标量场和矢量场湍流扩散的精确的欧拉表述。他的分析证实了 Kraichnan 的结论，螺旋度的脉动在 β 值有负的贡献，可能使 β 值为负。α，β 为负值的数学意义并不清楚，Layzer 等人认为这说明处理发电机问题的数学方法不合适。

5. 其他一些发电机理论简介

5.1 Piddington 的发电机理论 Piddington 反对湍流扩散的概念。他认为太阳演化到现在的主星序阶段，仍然保持着诞生它的星际云所具有的磁场的相当大一部分，对流层以下的辐射区里埋有以22年周期沿 $\omega=$ 常数的等旋转曲线振荡的双极磁场，此磁场并不反转。太阳黑子带朝赤道迁移的现象被解释为从振荡中心区发出的波沿磁力线的传播。

这个理论的主要问题是[31]：

①Piddington 认为，湍流只能混掺磁场，但不能使它们衰减。这并不能证明形成太阳的原始星云的磁场能一直维持到现在。因为太阳在演化过程中，磁场被扯成一块块的，完全有可能在漫长的演化过程中，由于欧姆扩散效应而衰减下来。只有太阳从演化开始到现在保留了一个规则场，才能有现在持久的双极场。

②Piddington 没有给出振荡分析。是否这个振荡具有所要求的特性是值得怀疑的。

③观测到的太阳周期的不规则性，应来自产生磁场机制的不规则性。Piddington 的理论无法解释这个问题。

虽然 Piddington 对发电机理论进行了一系列的批评，但他的理论也并不令人信服。

5.2 Layzer 等[34] 的太阳磁场起源理论 Layzer 等认为湍流发电机方程在数学上不能用，物理上不合理，因为湍流不会增加弱磁场扩散到发电机理论所要求的值，这种湍流扩散作用的假定没有物理和数学基础。

他们认为，在太阳演化的早期从小种子磁场形成了大尺度、小尺度场。湍流扩散是不可信的概念。进一步演化，欧姆扩散在新形成的辐射区中使小尺度场衰减，留下了完整的大尺度场。对流区的流动有些穿透到辐射区的上层，在这两区之间形成一个转换层。在此转换层中形成很大的角速度梯度，因此产生了切向场的振荡。他们从太阳活动周期估计转换层中切向场是100高斯量级。

按照这个理论，辐射区中的大尺度磁场由小种子场演化而来。这实际上是一个发电机过程。这个发电机没有湍流扩散怎样工作呢？他们认为，湍流供给振荡衰减所需的能源。这种说法含糊而不能令人信服。这个理论还采用了一个特殊的假定：转换层厚度（即极向场穿透辐射区的深浅）的改变引起了太阳活动的周期变化。这也是不能令人信服的。

5.3 Moffatt[32] 关于快发电机问题的研究 太阳发电机是磁雷诺数 $R_m\to\infty$ 的问题。当 $R_m\to\infty$ 时，增长率 $P_r\to$ 常数 >0 的问题，称为快发电机问题。Moffatt 指出，无扩散（$\eta=0$）快发电机不可能存在。当存在弱分子扩散时（$R_m\to\infty$）螺旋度不再守恒，这种快发电机和双尺度分析平均场电动力学的慢发电机不同，磁场尺度小于速度场的尺度 $\left(\frac{L_B}{L}\ll\frac{1}{R_m^{1/2}}\right)$，洛仑兹力产生小尺度脉动速度场。详细讨论了两种可能的快发电机过程：

拉伸-扭转-对折发电机；空间周期 Beltrami 发电机。

5.4 *大尺度非轴对称流动发电机* 在太阳表面，除观测到有米粒组织和超米粒组织以外，还观测到有更大尺度的非轴对称流动，称为整体对流。这种流动可以将环向场转换为极向场。加上太阳的较差自转，可以维持一个自持发电机过程。

Yoshimura[33,34] 在大尺度非轴对称流动发电机方面进行了一系列的工作。他认为大尺度非轴对称流动纬向传送角动量，维持了较差自转。这种流动也使环向场再感生极向场。因此大尺度整体对流是太阳较差自转和磁场活动周期的驱动力。他根据较差旋转球整体对流的动力学分析，给出较差自转和整体对流的简单组合流场，然后求解磁感应方程。得出一种新型的振荡解，驱动磁振荡的速度场是恒定的，磁场也是振荡的。他用此磁场的振荡行为来解释太阳活动周期。

5.5 *磁流体力学发电机* 由于不能明确地确定太阳内部的结构，完全动力学自洽的太阳发电机问题研究得极少。Gilman & Miller[35] 用数值方法研究了这个问题。在计算中，对流和较差自转是动力学自洽的，较差自转为对流所驱动。没有得到周期性的磁场反转，磁场是混乱的。Gilman[36] 在旋转球壳、对流驱动、非线性发电机的动力学自洽解研究中，选取了不同参数，较差旋转占系统总动能的80%。这时发电机方程的解有典型的磁周期性。在某些情况下有很强的洛仑兹力反馈作用，以致消除了磁周期性。但未得到 Yoshimura 提到的洛仑兹力会引起切向振荡的结果。

参 考 文 献

1 Larmor J. *Rep. British Assoc. Adv. Sci*, **159** (1919)
2 Cowling T G. *Monthly Notices RAS*, **94** (1934) : 39
3 Parker E N. *Ap. J.*, **122** (1955) : 293
4 Braginskii S I. *Sov. Phys. JETP*, **20** (1964) : 726
5 Braginskii S I. *Sov. Phys. JETP*, **20** (1964) : 1462
6 Krause F, Radler K H. Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory. Pergamon Press (1980)
7 Moffatt H K. Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluid. Cambridge Univ. Press (1978)
8 Parker E N. *Ap. J.*, **162** (1970) : 665
9 Levy E H. *Ap. J.*, **220** (1978) : 325
10 Carvaelho J, Pires N. *Astrophysics and Space Sci.*, **122** (1986) : 193
11 Braginskii S I. *Geomag. Aeron.*, **7** (1967) : 851
12 Parker E N. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **10** (1970) : 1
13 Yoshimura H. *Ap. J.*, **201** (1975) : 740
14 Roberts P H. *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, **272** (1972) : 663
15 Yoshimura H. *Ap. J. Suppl.*, **29** (1975) : 467
16 Steenbeck M, Krause F. *Astron. Nachr.*, **291** (1969) : 49
17 Krause F, Steenbeck M. *Z. Naturforsch*, **22a** (1967) : 671
18 Steenbeck M, Krause F. *Z. Naturforsch.*, **21A** (1966) : 1285
19 Piddington J H. *Proc. Astron. Soc. Austialia*, **2** (1971) : 7
20 Piddington J H. *Sol. Phys.*, **22** (1972) : 3
21 Piddington J H. *Astrophys. Space Sci.*, **24** (1973) : 259
22 Piddington J H. *Astrophys. Space Sci.*, **38** (1975) : 157
23 Piddington J H. *Proc. IAU Symp.*, **71** (1976) : 389
24 Layzer D, Rosner R, Doyle H T. *Ap. J.*, **229** (1979) : 229
25 科学, **1** (1986) : 17
26 Moffatt H K. *J. Fluid Mech.*, **65** (1974) : 1
27 Kraichnan R H. *J. Fluid Mech.*, **75** (1976) : 657

28 Kraichnan R H. *J. Fluid Mech.*, **77** (1976) : 753
29 Knobloch E. *J. Fluid Mech.*, **83** (1977) : 129
30 Knobloch E. *Ap. J.*, **225** (1978) : 1050
31 Cowling T G. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **19** (1981) : 115
32 Moffatt H K, Proctor M R E. *J. Fluid Mech.*, **154** (1985) : 493
33 Yoshimura H. *Ap. J.*, **178** (1972) : 863
34 Yoshimura H. *Ap. J.* Sup., **52** (1983) : 363
35 Gilman P A, Miller J. *Ap. J. Sup.*, **46** (1981) : 211
36 Gilman P A. *Ap. J. Sup.*, **53** (1683) : 243

THE CURRENT STATUS OF SOLAR TURBULENT DYNAMO

Tang Ze-mei

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract In this paper, the two-scale analytical method of mean field electrodynamics and some research results, such as α, β effects and α^2, α-ω solar dynamo models, are reviewed. The main difficulties both in observation and in theory are pinpointed, and the other solar dynamo models are briefly described.

Keywords *Sun; turbulent dynamo*

（上接第 292 页）相位．当动物行进最快时（这时它的加速度当然为零）肺最为充满．遗憾的是，加速度曲线不是正弦式的，情况就较复杂了．当动物的足落地并前进时，它减速并重新又加速；当它的足离地时，它以一个恒定的水平速度分量向前运动[5]．（这里我忽略了一个更加复杂的因素，系统同时还受垂直加速度分量的影响．）

对于起加速计作用的系统，膈膜和体壁必须绷得很紧（刚性很大），以致使呼吸运动的幅度很小．对于起减振计作用的系统，膈膜和体壁必须很松弛，以使动物在加速加大（in a prolonged acceleration）时易于将其内脏留在后面．这两种可能性都不是很吸引人的，它们都不能使人们观察动物呼吸和跳跃之间的相位关系．Baudinette 等在最近的著作中指出[1]，袋鼠在足落地时，肺最空；当它跃至最高点之前的一瞬间，肺最为充满．

这种调谐振子的可能性看来预示了一个相当符合实际的相位关系，而且（以不同的减振度）可以给出几乎任何幅度的呼吸运动．这看来是最有希望的可能性，并且还有另外一个证据支持它．在一项气喘研究中，Crawford[6] 对首尾翘起的，刚刚死亡的狗进行了X光拍照．他观察了其内脏在这两个位置之间运动了多大距离，并计算出内脏振动的固有频率大约为 4 Hz．这一频率小于包含不同振动模式的气喘频率，但是与狗在奔跑时的跨步频率 3.2 Hz 相差不远[7]．

尽管袋鼠行进速度由每秒 2 米增加到每秒 9 米，它的跨步频率却增加得很少[1]；其行进加速是靠迈更大的跨步来实现的．类似的情况还有，四足哺乳动物在其整个飞奔速度范围内，其跨步频率几乎保持恒定[7]．将呼吸系统当作一个调谐振子的概念提供了一个可能的解释：呼吸系统调节到其固有频率下工作时，工作状态良好，而在其他跨步频率下就不行了．

参 考 文 献

1. Baudmette, R.V., Gannon, B.J., Runciman, W.B., Wells, S. & Love, J.B *J. exp. Biol.* 129, 251–263 (1987).
2. Bramble, D.M. & Carter, D.R. *Science* 219, 251–259 (1983).
3. Cavagna, G.A. *et al. Am. J. Physiol.* 233, R243–R261 (1977).
4. Thomsen, W.T. *Theory of Vibration with Applications* 2nd edn (Allen & Unwin, London, 1983).
5. Alexander, R. McN. & Vernon, A. *J. Zool., Lond.* 177, 265–303 (1975).
6. Crawford, E.C. *J. appl. Physiol.* 17, 249–251 (1962).
7. Heglund, N., McMahon, T.A. & Taylor, C.R. *Science* 186, 1112–1113 (1974).
8. Bramble, D.M. *Proc. N. Am. Congr. Biomech.* 1, 3–4 (1986).

张建华译自：*Nature*, **323** (Aug. 1987): 477.（**俞稼槃校**）