

双温模型电弧等离子体在磁场中的 导热特性及其能量平衡方程

唐福林

(中国科学院力学研究所)

摘 要

本文从电子、离子和中性粒子的矩方程出发研究了双温模型电弧等离子体在磁场中的导热特性及其能量平衡方程。计算结果表明,对大气压下的氩、氦电弧等离子体,磁场对其热传导系数的影响可忽略。这对实际中将正常条件下获得的热传导系数用于有磁场的情况提供了一个理论依据。

一、引 言

电弧等离子体是目前等离子体技术应用中最广的等离子体,如电弧加热器,各种机械加工用的等离子炬等中的都是^[1]。过去人们以为这类大气压电弧等离子体是热力学平衡的,并以此来进行各种设计,但自六十年代来,越来越多的实验证实了在电子温度与重粒子温度之间存在着很大偏离^[2]。而人们对电弧等离子体熟悉的主要是“气体”,也就是重粒子的温度及其导热特性。因此,近年来,无论在实验,还是在理论方面对双温模型等离子体进行了大量研究工作^[3]。此外,人们熟知,在完全电离的磁化等离子体中,磁场对其中的电子与重粒子的导热性能的影响很大,如在平行磁场方向,电子的热传导系数比离子的大得多,而在横越磁场方向,离子的热传导系数却要比电子的大^[4]。电弧等离子体的温度变化范围虽不大,约在4000K至16000K之间,但其电离度变化却很大,可由 10^{-6} 或更低一直变化到60%,甚至更高,因此对电弧等离子体在磁场中的导热特性的研究在理论上无疑是一个重要课题,在实际中,如利用磁场来均衡等离子体温度场等,也是当前一些主要研究项目。

在过去的双温模型等离子体理论研究中,或者没有考虑磁场的影响^[5],或者只得出了弱电离等离子体中电子组分在磁场中热传导系数的表达式^[6]。本文则从等离子体碰撞动力学出发,根据动力论方程的二阶和三阶矩,求得双温模型等离子体各组元在磁场中的热传导系数及其能量平衡方程,讨论了各类粒子的热传导系数的特性,从理论上阐明了磁场对双温模型等离子体热传导系数的影响,为实际应用和实验现象的解释提供了一种依据。

二、双温模型电弧等离子体在磁场中的热传导 系数及其能量平衡方程

根据动力论理论,忽略粘性热损失时,等离子体各类粒子的二阶矩方程之一能量方程

本文曾于1986年在扬州举行的中国工程热物理学会传热传质学学术会议上宣读。

为

$$\frac{3}{2} n_{\alpha} \frac{dT_{\alpha}}{dt} + p_{\alpha} \operatorname{div} \mathbf{V}_{\alpha} = -\operatorname{div} \mathbf{q}_{\alpha} + Q_{\alpha} \quad (1)$$

这里下标 $\alpha = e, i, a$. e : 电子, i : 离子, a : 中性粒子, $p_{\alpha}, n_{\alpha}, T_{\alpha}, \mathbf{V}_{\alpha}$ 分别为各类粒子的压力, 粒子数密度、温度和定向速度, 而 $p_{\alpha} = n_{\alpha} T_{\alpha}$. (1) 式中的 T_{α} 及以下的均已包含了波尔兹曼常数 k 这一因子. Q_{α} 是一类粒子由于与其它类粒子相互碰撞而获得的热量, \mathbf{q}_{α} 是热通量矢量.

$$Q_{\alpha} = -n_{\alpha} \sum_{\beta} K_{\alpha\beta} \nu_{\alpha\beta} (T_{\alpha} - T_{\beta}) + n_{\alpha} \sum_{\beta} \nu_{\alpha\beta} m_{\alpha} m_{\beta}^2 (\mathbf{V}_{\alpha} - \mathbf{V}_{\beta})^2 / (m_{\alpha} + m_{\beta})^2 \quad (2)$$

其中 $\nu_{\alpha\beta}$ 为 α 类与其它类粒子之间的相互碰撞频率, m_{α} 为 α 类粒子的质量, $K_{\alpha\beta} = 2m_{\alpha}m_{\beta} / (m_{\alpha} + m_{\beta})^2$ 为 β 类粒子对 α 类粒子的能量传输系数.

\mathbf{q}_{α} 需由三阶矩方程

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{\alpha}}{\partial t} + \frac{5}{2} \frac{n_{\alpha} T_{\alpha}}{m_{\alpha}} \nabla T_{\alpha} - \frac{Z e}{m_{\alpha}} [\mathbf{q}_{\alpha} \times \mathbf{B}] = \left(\frac{\delta \mathbf{q}_{\alpha}}{\delta t} \right)_c$$

获得, 其中 $(\delta \mathbf{q}_{\alpha} / \delta t)_c$ 是由于碰撞而引起的 \mathbf{q}_{α} 的变化. 由于重粒子对电子的能量传输系数 $\sim m_e / m_{\alpha}$, 因此电子的热通量矢量方程可独立求解. 当粒子的无规速度分布函数接近麦克斯韦型, 如果碰撞是弹性的, 且碰撞频率与速度无关, 在定常情况下, 就可求得电子在平行磁场方向和垂直磁场方向的热通量矢量 $\mathbf{q}_{e\parallel}$ 和 $\mathbf{q}_{e\perp}$,

$$\mathbf{q}_{e\parallel} = -\lambda_{e\parallel} \nabla_{\parallel} T_e + 1.5 n_e T_e \nu_{ei} (\mathbf{V}_{e\parallel} - \mathbf{V}_{i\parallel}) / (\nu_{ea} + 1.87 \nu_{ei}) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{e\perp} = & [\omega_{He}^2 + (\nu_{ea} + 1.87 \nu_{ei})^2]^{-1} \{ -1.5 \nu_{ei} \omega_{He} n_e T_e (\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i) \times \mathbf{b} \\ & + 1.5 (\nu_{ea} + 1.87 \nu_{ei}) \nu_{ei} n_e T_e (\mathbf{V}_{e\perp} - \mathbf{V}_{i\perp}) \} - \lambda_{e\perp} \nabla_{\perp} T_e \\ & - \lambda_{eA} [\mathbf{b} \times \nabla T_e] \end{aligned} \quad (4)$$

这里 \mathbf{b} 是单位磁场矢量, $\omega_{He} = eB/m_e$ 为电子回旋频率, 而热传导系数

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{e\parallel} &= 2.5 n_e T_e / m_e (\nu_{ea} + 1.87 \nu_{ei}) \\ \lambda_{e\perp} &= 2.5 n_e T_e (\nu_{ea} + 1.87 \nu_{ei}) / m_e [\omega_{He}^2 + (\nu_{ea} + 1.87 \nu_{ei})^2] \\ \lambda_{eA} &= 2.5 n_e T_e \omega_{He} / m_e [\omega_{He}^2 + (\nu_{ea} + 1.87 \nu_{ei})^2] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由(3)和(4)看出, 由于存在磁场, 使 $\mathbf{q}_{e\parallel}$ 不同于 $\mathbf{q}_{e\perp}$. 此外, 在 $\mathbf{q}_{e\perp}$ 中, 除与 $\nabla_{\perp} T_e$ 和 $(\mathbf{V}_{e\perp} - \mathbf{V}_{i\perp})$ 相联系的项之外, 还出现了与 $(\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i) \times \mathbf{b}$ 和 $[\mathbf{b} \times \nabla T_e]$ 有关的项, 且所有热传导系数均与 $(\nu_{ea} + 1.87 \nu_{ei})$ 项有关.

对于离子和中性粒子, 因为它们之间在碰撞时存在有效的能量交换, 所以离子和中性粒子的热通量矢量方程必须耦合求解, 而它们的能量方程可合并成一个重粒子能量平衡方程

$$(3/2) n \frac{dT}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{V} = -\operatorname{div} \mathbf{q} + Q \quad (6)$$

这里 $n = n_i + n_a$, $p = p_i + p_a = nT$, $\mathbf{V} = \mathbf{V}_a = \mathbf{V}_i$, $\mathbf{q} = \mathbf{q}_i + \mathbf{q}_a$, $Q = Q_i + Q_a$ 而

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q}_{i\parallel} &= -\lambda_{i\parallel} \nabla_{\parallel} T, \quad \mathbf{q}_{i\perp} = -\lambda_{i\perp} \nabla_{\perp} T + \lambda_{iA} [\mathbf{b} \times \nabla T] \\ \mathbf{q}_{a\parallel} &= -\lambda_{a\parallel} \nabla_{\parallel} T, \quad \mathbf{q}_{a\perp} = -\lambda_{a\perp} \nabla_{\perp} T + \lambda_{aA} [\mathbf{b} \times \nabla T] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_{e\parallel} &= 2.5 C_1 n_i T / \nu_s m_i, \quad \lambda_{e\perp} = 2.5 C_1 \nu_s n_i T / m_i (\nu_s^2 + Z^2 \omega_{Hi}^2) \\
 \lambda_{iA} &= 2.5 C_1 Z \omega_{Hi} n_i T / m_i (\nu_s^2 + Z^2 \omega_{Hi}^2) \\
 \lambda_{e\parallel} &= 2.5 n_i T [C_1^2 / \nu_s + n_a / n_i (0.75 \nu_{ai} + 0.5 \nu_{aa})] / m_i \\
 \lambda_{i\perp} &= 2.5 n_i T [C_1^2 \nu_s / (\nu_s^2 + Z^2 \omega_{Hi}^2) + n_a / n_i (0.75 \nu_{ai} + 0.5 \nu_{aa})] / m_i \\
 \lambda_A &= 2.5 n_i T C_1^2 Z \omega_{Hi} / m_i (\nu_s^2 + Z^2 \omega_{Hi}^2)
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

这里 $C_1 = 1 + \nu_{ia} / (3\nu_{ai} + 2\nu_{aa})$ Z 为离子荷电数, $\omega_{Hi} = eB/m_i$ 为离子迴旋频率, $\nu_s = 0.75\nu_{ia} + 0.5\nu_{ii} - \nu_{ai}\nu_{ia} / (12\nu_{ia} + 8\nu_{aa})$.

这样,在磁场中,双温模型等离子体的能量平衡方程为

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{3}{2} n_e \frac{dT_e}{dt} + p_e \operatorname{div} \mathbf{V}_e &= -\operatorname{div} \mathbf{q}_e - \frac{3m_e}{m_a} n_i (\nu_{ei} + \nu_{ea}) (T_e - T) + \frac{J \cdot \mathbf{E}}{\sigma} \\
 \frac{3}{2} n \frac{dT}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{V} &= -\operatorname{div} \mathbf{q} - \frac{3m_e}{m_i} n_i (\nu_{ei} + \nu_{ea}) (T - T_e)
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

这里电导率 $\sigma = e^2 n_e / m_e (\nu_{ei} + \nu_{ea})$, 而电流密度 $\mathbf{J} = en_e (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e)$.

三、双温模型等离子体在磁场中的导热特性

由图(1)和图(2)看出,对一个大气压下的氢等离子体,当磁场高达 1 特时,各类粒子的热传导系数仍与磁场方向无关. 对氩等离子体,也只是在 $B = 1$ 特时,才在局部温度范围出现 $\lambda_{e\parallel} / \lambda_{e\perp} = 2.5$ 的情况. 初看,此结果令人费解,特别是电弧等离子体的电离度变化很大,最高可达 60%. 但由表达式(5)和(8)可知,确定所有这些热传导系数的碰撞频率不是 ν_{ei} , 而是 $(\nu_{ea} + 1.87\nu_{ei})$ 和 ν_s . 当电弧等离子体随温度上升由弱电离变成强电离时,带电粒子间、中性粒子与带电粒子间、中性粒子间的碰撞频率各自变化虽很大,但它们的组合,如 $\nu_{ea} + 1.87\nu_{ei}$ 和 ν_s 却基本不变,且比 $B = 1$ 特时的 ω_{He} 和 ω_{Hi} 高或接近,从而使各类粒子在磁场各方向的热传导系数趋于一致,也正因如此, $\lambda_{e\parallel} \gg \lambda_{eA}$, $\lambda_{i\parallel} \gg \lambda_{iA}$, $\lambda_{e\parallel} \gg \lambda_{i\perp}$.

当电弧等离子体的温度较低时, $n_a \gg n_i$, 热传导以中性粒子的为主,所以 $\lambda_{i\parallel} \gg \lambda_{e\perp}$,

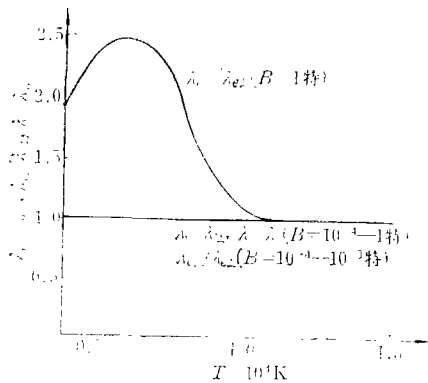


图 1 不同磁感应强度下的 Ar 等离子体 ($p = 9.8 \times 10^4 \text{ Pa}$) 的 $\lambda_{e\parallel} / \lambda_{e\perp}$, $\lambda_{i\parallel} / \lambda_{i\perp}$, $\lambda_{e\parallel} / \lambda_{i\perp}$ 随温度的变化.

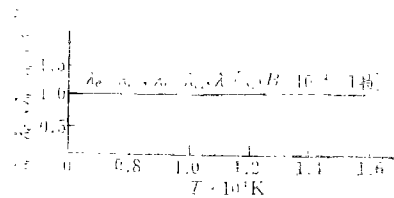


图 2 不同磁感应强度下的 H_2 等离子体 ($p = 9.8 \times 10^4 \text{ Pa}$) 的 $\lambda_{e\parallel} / \lambda_{e\perp}$, $\lambda_{i\parallel} / \lambda_{i\perp}$, $\lambda_{e\parallel} / \lambda_{i\perp}$ 随温度的变化.

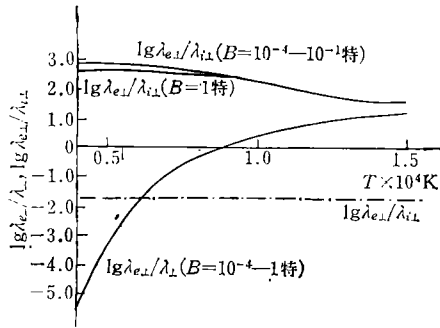


图3 不同磁感应强度下的 Ar 等离子体 ($p = 9.8 \times 10^4 \text{Pa}$) 的 $\lg \lambda_{e\perp}/\lambda_{i\perp}$ 和 $\lg \lambda_{e\perp}/\lambda_{i\perp}$ 随温度的变化 (— Ar 等离子体在完全电离温度下的比值, 仅作参考)

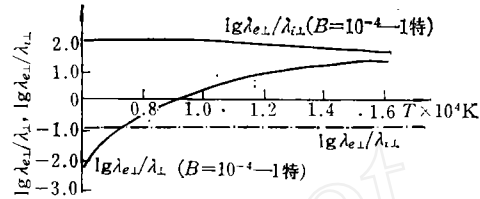


图4 不同磁感应强度下的 H₂ 等离子体 ($p = 9.8 \times 10^4 \text{Pa}$) 的 $\lg \lambda_{e\perp}/\lambda_{i\perp}$ 和 $\lg \lambda_{e\perp}/\lambda_{i\perp}$ 随温度的变化 (— H₂ 等离子体在完全电离温度下的比值, 仅作参考)

但由于有带电粒子与中性粒子的碰撞, 因此 $\lambda_{e\perp} \gg \lambda_{i\perp}$. 随着温度的上升, 中性粒子的热传导作用减少, $\lambda_{e\perp} \gg \lambda_{i\perp}$, 但电子与中性粒子的碰撞频率仍大于或接近其它类碰撞频率, 因此 $\lambda_{e\perp}$ 仍大于 $\lambda_{i\perp}$, 且 $\lambda_{e\perp}/\lambda_{i\perp} \approx \lambda_{e\perp}/\lambda_{i\perp}$ (见图3和4).

磁场除了影响电弧等离子体各类粒子在磁场各方向的热传导系数外, 还使电子的热通量矢量增加一项与电子、离子定向速度有关的通量, 即 $\mathbf{q}'_{\perp} = 1.5\nu_{ei}T_e\mathbf{J} \times \mathbf{B}/m_e[\omega_{He}^2 + (\nu_{ea} + 1.87\nu_{ei})^2]$. 在轴向电场的高强度电弧等离子体中, 此项由自感磁场引起的热通量永远是指向中心的, 与 $\mathbf{q}_{\perp}^{(3)} = -\lambda_{e\perp}\nabla_{\perp}T_e$ 恰好相反. 它们之比为

$$|\mathbf{q}_{\perp}^{(3)}|/|\mathbf{q}'_{\perp}| = (5/3)(\nu_{ea} + 1.87\nu_{ei})\nabla T_e \cdot \mathbf{n}_e/\nu_{ei} \cdot 2\pi r^2 \cdot \mathbf{J}^2$$

按文献[3]中的数据, 它们的比值接近1, 这时电子在电场中获得的能量, 几乎全部在碰撞时交给重粒子. 在实践中也常常根据电弧的电流密度来确定电子在轴心处的温度.

四、结 论

1) 大气压电弧等离子体的电离度随温度不同有很大变化, 但磁场即使高达1特, 各类粒子在 $\mathbf{b} \times \nabla T_a$ 方向的热通量仍可忽略. 随着温度的变化, 各类粒子碰撞频率的组合, 如 ν_s , $\nu_{ea} + 1.87\nu_{ei}$ 却基本不变, 且比 $B = 1$ 特时的 ω_{He} 和 ω_{Hi} 高或接近, 因此各类粒子的热传导系数在磁场中各向同性, 也即很难使大气压等离子体磁化; 但随着气压的降低, 等离子体磁化就容易得多.

2) 当大气压电弧等离子体的温度 $< 10^4 \text{K}$ 时, 中性粒子的热传导起主要作用, 所以 $\lambda_{i\perp} \gg \lambda_{e\perp}$, 但由于有带电粒子与中性粒子的碰撞, $\lambda_{e\perp} \gg \lambda_{i\perp}$. 当温度升高时, 中性粒子的热传导作用减小, 因此 $\lambda_{e\perp} \gg \lambda_{i\perp}$, $\lambda_{e\perp} \gg \lambda_{i\perp}$.

3) 在高强度电弧等离子体中, 电子能量方程中的 \mathbf{q}_{\perp} 中应包括一项与 $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ 有关的项 \mathbf{q}'_{\perp} , 因为这时 \mathbf{q}'_{\perp} 与 $\mathbf{q}_{\perp}^{(3)}$ 相比已不容忽视.

参 考 文 献

- [1] C. B. 德列斯文: «低温等离子体物理及技术»(唐福林等译), 科学出版社, 北京 (1980).
- [2] A. Pytte and N. K. Winsor: "A Two-Temperature Theory for a Helium Arc Plasma in a Cylindrical Duct", Proc. Int. Conf. Phenom. Ionized Gases, 7th, Beograd, 1 (1965), pp. 709.

- [3] D. M. Chen, K. C. Hsu and E. Pfender. "Two Temperature Modeling of an Arc Plasma Reactor". *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 1 (1981) pp. 295—314
- [4] С. И. Брагинский: «Вопросы Физики Плазмы» (под редакцией М. А. Леонтовича), 4, Атомиздат, Москва(1967), pp. 185—272.
- [5] В. Е. 戈兰特等: «等离子体物理基础»(马腾才等译), 原子能出版社, 北京(1983).

THERMAL CONDUCTIVE CHARACTERISTICS OF TWO-TEMPERATURE MODEL ARC PLASMA AND ITS ENERGY BALANCE EQUATIONS IN A MAGNETIC FIELD

Tang Fulin

(*Institute of Mechanics Academia Sinica*)

Abstract

In this paper thermal conductive characteristics of two-temperature model arc plasma and its energy balance equations in a magnetic field are studied on the basis of moment equations of ion, electron and neutral. Results show that the effects of magnetic field on the thermal conductivities of argon and hydrogen plasmas under atmospheric condition are negligible, and this provides a theoretical ground for the routine that data obtained under normal condition can be applied in the presence of magnetic field.