

干摩擦振动系统的简化

张强星

M.G.SAINSBURY

(中国科学院力学研究所)

(香港大学)

摘 要

双线性滞迟模型可以描述干摩擦的非线性特性,但用它的精确介来求干摩擦阻尼系统的响应就很困难和麻烦。鉴于工程中一般干摩擦阻尼系统的位移振幅基本上正弦的,非线性干摩擦力可以用它的基频成份来近似。这个基频成份的阻力幅值和方向是与摩擦面之间的相对位移大小密切有关,它的方向一般不像传统的假定那样,与相对速度差 180° 。只有在很大的相对位移时,它的方向才符合传统的假定。

本文用这个近似阻力估算了干摩擦隔振系统的非线性响应,基本上符合实验响应曲线。

一 前 言

在宽带随机激振的环境中,结构的共振现象是很难避免的。这些共振峰可以通过增加阻尼的方法使之降低。近年来,国内也开始注意到粘弹性阻尼减振技术的研究^{[1][2]},有不少单位^[3]已能设计使结构的损耗因子大到 $\eta=0.2-0.5$,从而解决了工程问题。但是粘弹性材料是对温度敏感的,常常是针对某个温度范围(环境温度变化小于摄氏 50°)选用某一种粘弹性材料。在我们解决某一工程问题时,不允许采用粘弹性材料,因为它将在真空环境中挥发而污染仪器,另外环境温度的变化远远超过 50°C 。所以,只能寻求另一种增加阻尼的办法。

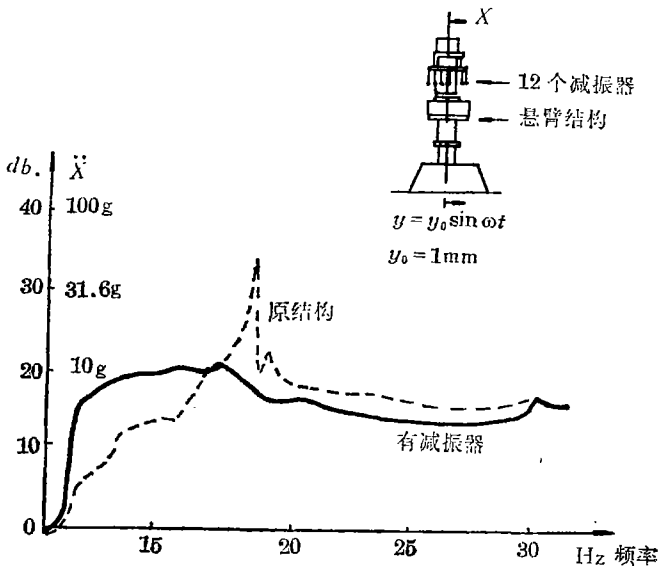


图 1

高压电缆的 STOCKBRIDGE 减振器^[4]给了我们启发,我们用钢丝绳做成干摩擦减振器^[6]。这种减振器在真空中不挥发污染物,并且使用温度范围极宽(有 300°C)。针对任务要求的激振水平,设计了钢丝绳减振器,通过大量试验,完成了任务的要求(图1)。文献^[4]是将钢丝绳按线性系统处理的。实际上,钢丝绳减振器是非线性的,它的共振频率是随着激振水平的提高而降低的。

这是因为钢丝绳中的摩擦力滞后于钢丝之间的滑移,形成了滞迟回线。回线的面积为摩擦力在一周运动中所消耗的能量,是非线性阻尼。回线本身也表示了刚度的非线性,这是一种软化刚度,

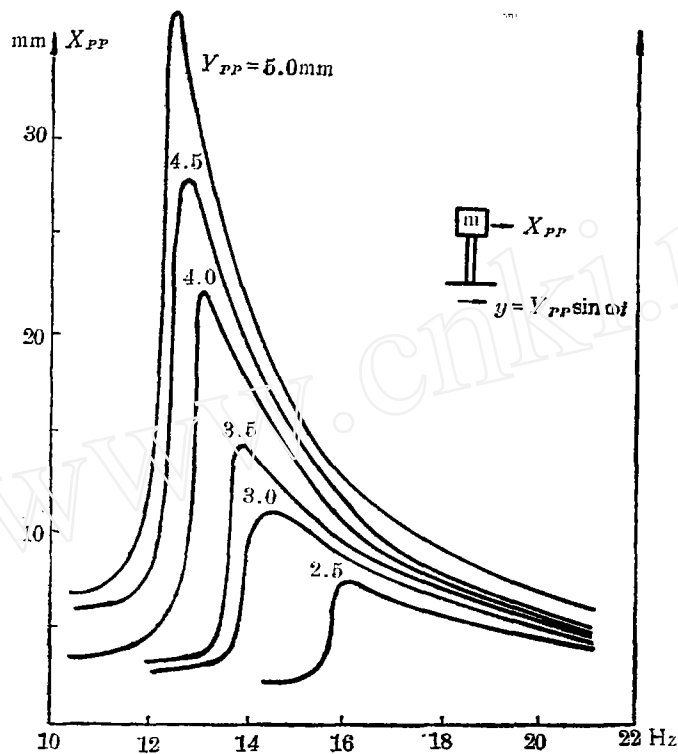


图 2

要分析干摩擦阻尼对系统响应的影响首先需要建立干摩擦阻尼的力学模型。

二 干摩擦的理想模型

邓哈达早在 1931 年就提出了干摩擦的理想模型^{[6][7]}。在一个具有干摩擦交接面的单自由度系统中, 交接面上的干摩擦力可用图 3a 的模型表示。当一个干摩擦系统受到外力的激振发生运动时, 干摩擦力总是阻碍运动, 因此它是与运动速度反向。

如果干摩擦力不是大到令质量运动发生断续现象, 那么, 当质量的速度发生反向变化时, 干摩擦力也随之变向, 所以, 在单自由度振动系统中质量 m 的运动方程为

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + Kx + F_f &= P_0 \cos \omega t & \dot{x} > 0 \\ m\ddot{x} + Kx - F_f &= P_0 \cos \omega t & \dot{x} < 0 \end{aligned}$$

所以干摩擦力 F_f 与位移的关系可用图 3b 表示。从时域上来看, 干摩擦力的波形为方波。(图 3c)。邓哈达早已求出这种情况的精确解^[6]。

根据这个干摩擦的理想方波模型, 也求得了单自由度隔振系统^{[8][9]}和二个自由度系统^[10]的精确解。

但是精确解的计算量太大, 用它去求工程上的实际多自由度系统的响应是不经济的。所以为干摩擦阻尼发展了各种等效线性方法。

邓哈达按耗散能量相等原则求出与干摩擦等效的粘性阻尼力^[7], 即

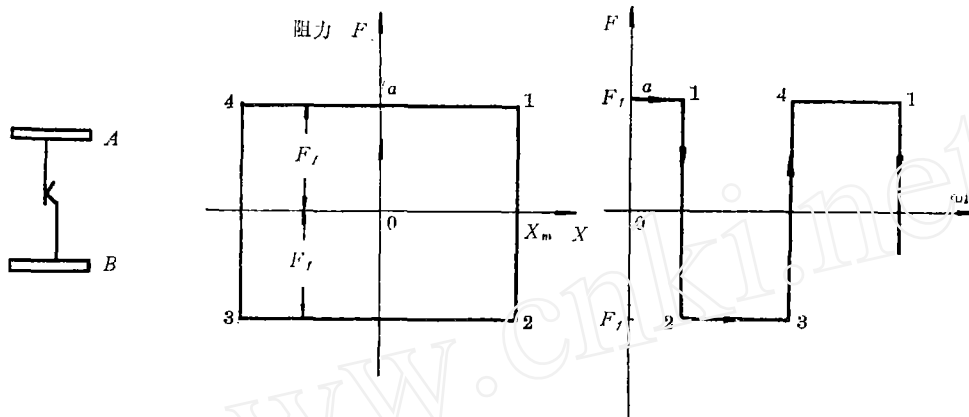


图 3

$$\pi(C_0\omega X_m)X_m = (2F_f) \times (2X_m)$$

$$\therefore C_0\omega X_m = \frac{4}{\pi}F_f$$

其中 C_0 为等效粘性阻尼系数，是频率 ω 和振幅 X_m 的函数。以此求得的近似解和精确解差异不大^[7]。

在冲击和振动手册里也是用这种能量相等原则，导出理想干摩擦隔振系统的传递比^[11]。

也有不少人将理想的干摩擦力，即方波波形的力，用 Fourier 级数展开后，取其第一项为等效粘性阻尼力，即 $\frac{4}{\pi}F_f$ ，并假定这个线性阻尼总是与摩擦面的相对速度反向。这个假定是和邓哈达理想模型的假定一样的。

Sainsbury 根据这个假定，推导出了等效线性力（即 $\frac{4}{\pi}F_f$ ）与激振力之间的相位角。他计算的响应曲线中，大多数和文献[8]和[10]的精确解相符较好^[13]。

三 干摩擦的双线性滞迟模型

邓哈达模型表达了理想的干摩擦，而实际上干摩擦交接面两端的变形不是突然发生的^[12]。在外力小于干摩擦力时，交接面的两端仍然有变形，如图4所示，因为接触点本身有一定的弹性。即使在两端有较大的相对滑移时，交接面上的干摩擦力仍然不是常数，而是随振幅的加大而缓慢上升。所以 Earles 等人认为一旦交接面发生了滑移等效干摩擦的线性力不是一个常数（即 $\frac{4}{\pi}F_f$ ）而是与相对位移 X 有关，从 F_f 变到 $\frac{4}{\pi}F_f$ ，可由下式表示^[14]

$$\bar{F} = F_f + \delta X_m$$

其中

δ 为一常数，必须通过实验才能确定。在等效线性力的相位问题上，他们仍然采用传统的假定：即等效摩擦力总是与相对速度差 180° 。在后来的一些研究等效干摩擦力的工作中，关于相位问题也都是采用这个传统的假定的^{[13][16][16]}。

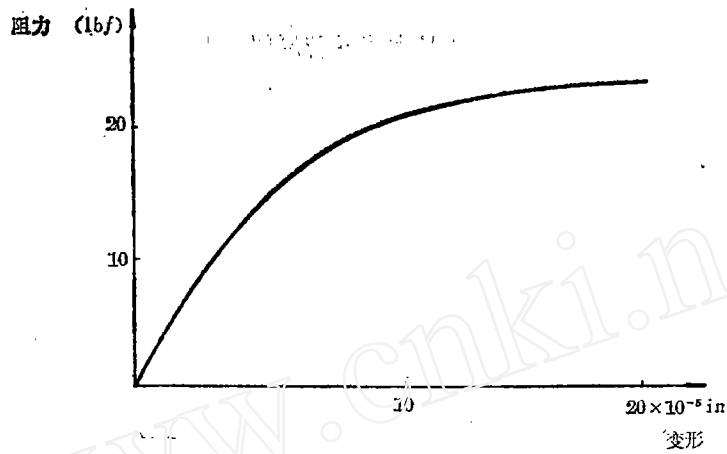


图 4

本文是对等效摩擦力的大小和相位问题上，提出不同的见解。

实际的干摩擦接头性能采用一个双线性滞迟回线模型来描述更为合适(图 5a)。它完全可以表达出如图 4 所示的非线性性能。

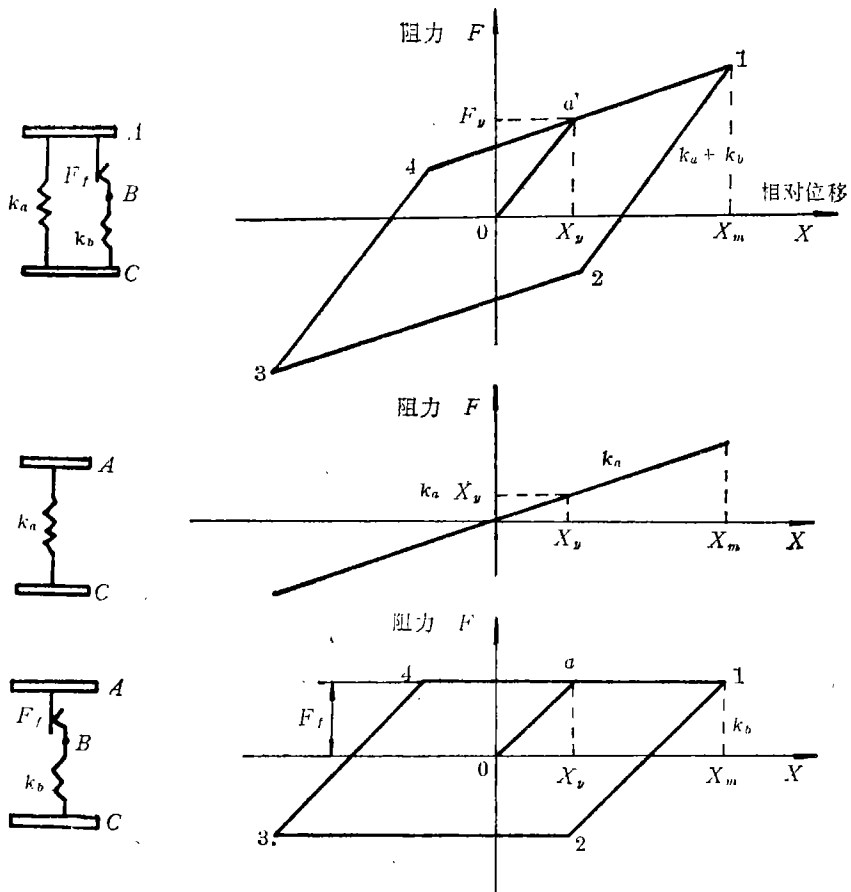


图 5

至于钢丝绳减振器^{[4][5]}、钢丝绳隔振器^[17]、螺接悬臂层梁^[18]等等就必须用双线性滞迟回线模型来近似实际所测得的滞迟回线。图6是螺接悬臂层梁的实测滞迟回线^[18]。

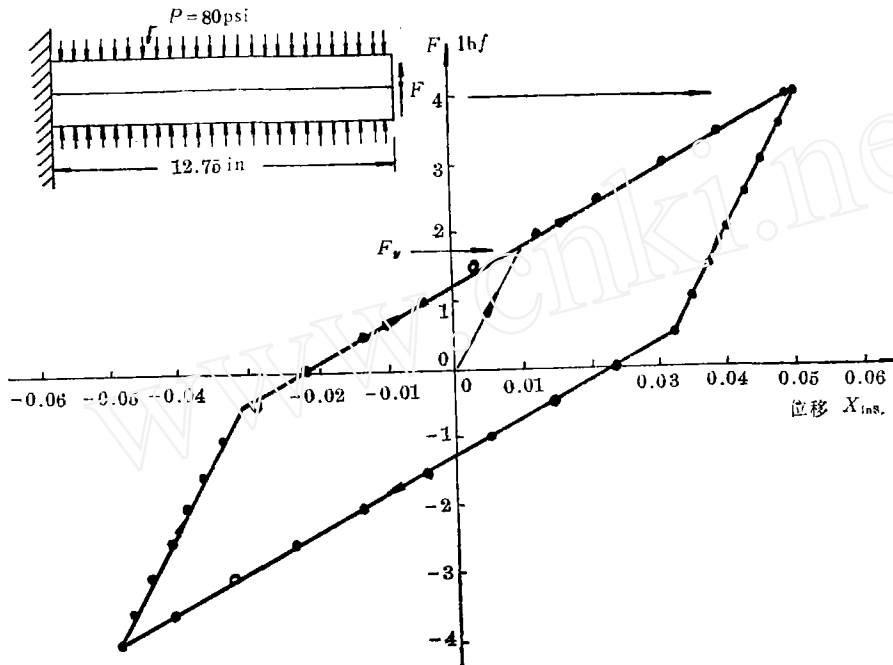


图 6

双线性滞迟阻尼振动系统有精确解^{[19][20]}，他们存在的差异通过实验和分析得到了澄清^[21]。双线性滞迟阻尼隔振系统也有精确解^[22]。但这些文章都只限于单自由度系统，因为计算比较麻烦。为了解决多自由度的实际工程问题，就需要发展比较简单的，工程上又能接受的近似方法。

在振动和冲击手册上，也有双线性滞迟回线模型的简单的近似方法^[11]，他们鉴于运动方程复杂，只考虑用耗能相等的原则求出等效粘性阻尼比，代入粘性阻尼响应公式，求出干摩擦隔振系统的传递比。本文作者曾经根据双线性滞迟回线性模型(图5a)，将A与B交接面上的摩擦力 F_f 由等效线性力 $\frac{4}{\pi}F_f$ 取代。而这个等效线性力的相位仍然假定与A与B之间相对速度差 180° 。计算结果和文献[11]一样。文献[22]也是采用耗能相等原则求等效线性力，所以推导出的近似解与文献[11]的公式一样。

但是本文作者用上述的方法去计算激振质量的单自由度系统的响应时，发现所求得的响应比已知的精确解要低得多^[23]。(图7是个例子，在共振频率上，近似介比精确介比低43%)。

所以有必要重新推导双线性滞迟模型的近似解，和考虑所设的假定。

四 双线性滞迟回线的分解

双线性滞迟回线是由二部份组成的^[23]：弹性部份(图5b)和滞迟部份(图5c)只有滞迟部份才产生非线性特性。

从滞迟部份(图5c)可以看到在外力小于干摩擦力 F_f 时，A与C之间发生弹性变形(沿oa)，

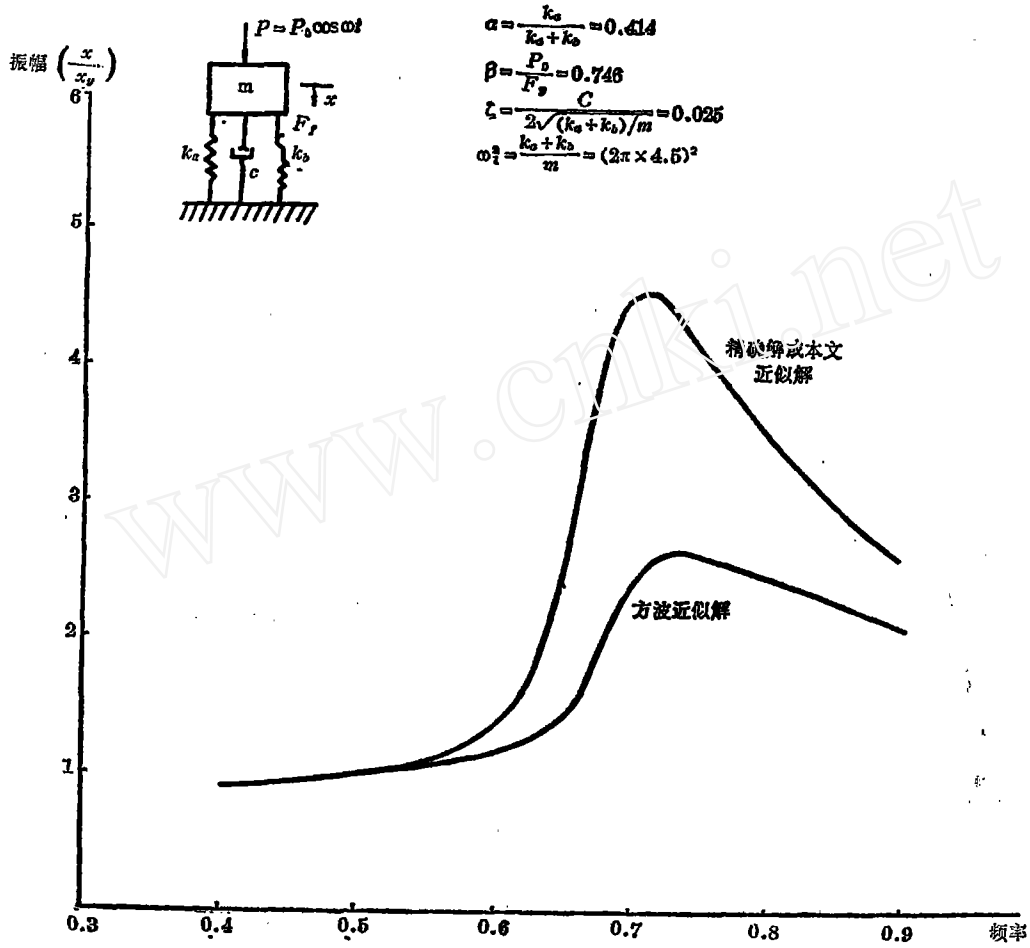


图 7

但是交接面 A 与 B 不发生滑移。在这种情况下，没有干摩擦阻尼，所以原来的振动系统可以视作线性系统。

一旦 B 与 C 之间的变形产生足够大的弹簧力 ($k_b X_{BC}$) 超过了 F_f ，A 与 B 就发生了滑移 (a1, 图 5c)，干摩擦力总是与运动速度反向。一旦运动改变了方向，A 与 B 之间的滑移暂时停止但 A 与 C 之间仍有弹性变形 (12, 图 5c)。一直到 k_b 所产生的弹簧力超过了反向摩擦力 ($-F_f$) 时，A 与 B 才发生反向滑移 (23, 图 5c)。对于周期运动来说，A 与 C 之间的阻力与相对位移形成了滞迟回线 (12341, 图 5c)。

五 滞迟部份的滞迟回线

当作用在交接面的二端 A 和 C 的外力小于干摩擦力 F_f 时，A 与 C 之间只有弹性变形，A 和 C 的阻力为弹簧力 F_k ，其作用方向与交接面 A 与 C 的相对位移 X_m 反向 (图 8a)。如果外力超过了干摩擦力 F_f 而且相对位移，即振幅 X_m ，远远超过初始滑移， X_y ，交接面的阻力波形就接近理想干摩擦力的方波波形。等效线性阻尼力 (即 $\frac{4}{\pi} F_f \sin \omega t$) 也用虚线划在图 8d 上，它比图 8a

的弹簧力提前了 90° ，所以理想的干摩擦力的等效阻尼力刚好落后于相对速度 \dot{x}_m ， 180° 这也就是邓哈达的模型。

但是，相应于实际的振幅(图 8b 和 c)交接面的等效阻力的大小和方向可以通过下一节的 Fourier 级数分析来确定。

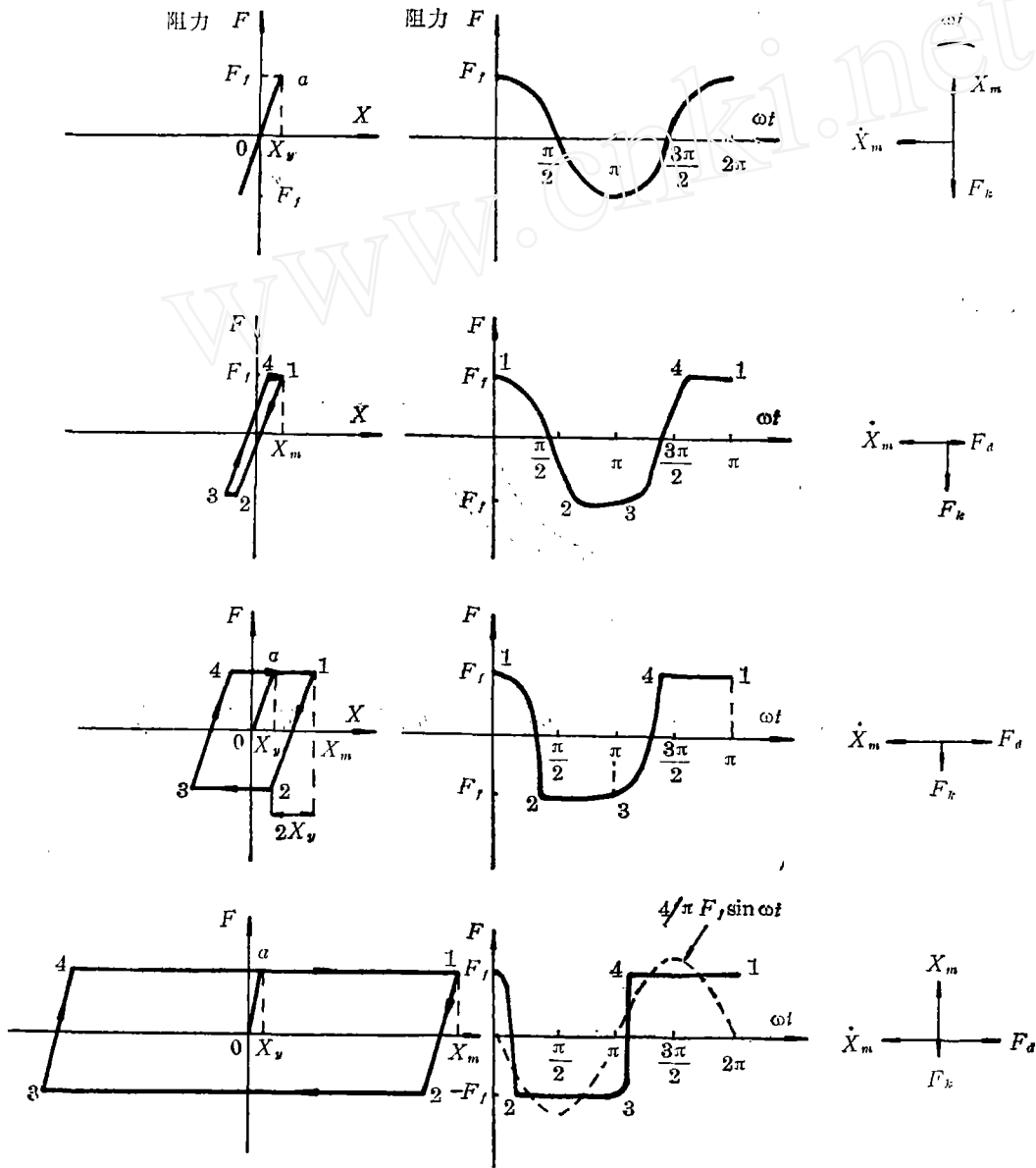


图 8

六 滞迟部分的阻力及其 Fourier 级数

滞迟部份的阻力 $F(\omega t)$ 可分段由下列各式表示(图 8c):

$$12 \text{ 段: } 0^\circ \rightarrow \theta_2, F(\omega t) = F_f \left[\left(1 - \frac{X_m}{X_y}\right) + \frac{X_m}{X_y} \cos \theta \right]$$

$$23 \text{ 段: } \theta_2 \rightarrow \pi, F(\omega t) = -F_f$$

$$34 \text{ 段: } \pi \rightarrow (\pi + \theta_2), F(\omega t) = -F_f \left[\left(1 - \frac{X_m}{X_y}\right) + \frac{X_m}{X_y} \cos(\theta - \pi) \right]$$

$$41 \text{ 段: } (\pi + \theta_2) \rightarrow 2\pi, F(\omega t) = F_f$$

其中

$$\cos \theta_2 = 1 - \frac{2X_m}{X_y}$$

所以阻力 $F(\omega t)$ 的 Fourier 级数为

$$F(\theta) = \sum a_n \cos n\theta + \sum b_n \sin n\theta, \quad \theta = \omega t$$

其中

$$a_n = \frac{F_f}{\pi} \left\{ 2 \left(1 - \frac{X_m}{X_y}\right) \frac{\sin \theta_2}{n} + \frac{X_m}{X_y} \left[\frac{\sin(n-1)\theta_2}{n+1} + \frac{\sin(n-1)\theta_2}{n-1} \right] + \frac{2 \sin n\theta_2}{n} \right\}$$

$$b_n = \frac{F_f}{\pi} \left\{ 2 \left(1 - \frac{X_m}{X_y}\right) \left(1 - \frac{\cos n\theta_2}{n}\right) + \frac{X_m}{X_y} \left[\frac{1 - \cos(n+1)\theta_2}{n+1} + \frac{1 - \cos(n-1)\theta_2}{n-1} \right] - \frac{2(1 + \cos n\theta)}{n} \right\}$$

$$n=1, 3, 5, 7, \dots$$

对于一个受到正弦力激振的干摩擦单自由度系统来讲, 虽然干摩擦力是非线性的, 但是许多干摩擦系统的位移波形基本上是正弦的, 频谱分析给出高次谐波位移与基频谱波位移之比是小于 5.5%, 一般都小于 1%^{[14][15]}。所以可以用阻力的 Fourier 级数的 $n=1$ 各项来近似干摩擦力。

当 $n=1$ 时, 简化后可得

$$a_1 = \frac{F_f}{\pi} \frac{X_m}{X_y} [\theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_2]$$

$$b_1 = -\frac{4}{\pi} F_f \left[1 - \frac{1}{(X_m/X_y)} \right]$$

其中

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2}{X_m/X_y} \right) \text{ 和 } F_f = k_b X_y$$

所以滞迟部份的等效阻力为

$$\begin{aligned} F(\omega t) &= a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t \\ &= a_1 \cos \omega t - b_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \omega t \right) \\ &= F_k \cos \omega t + F_d \cos \left(\frac{\pi}{2} + \omega t \right) \\ &= (F_k + i F_d) \cos \omega t \end{aligned}$$

其中 $F_k = a_1 =$ 等效阻力中的弹簧力部份(图 9)

$F_d = -b_1 =$ 等效阻力中的阻尼力部份(图 9)

$i =$ 向量移前 90°

$$|F(\omega t)| = \sqrt{F_k^2 + F_d^2}$$

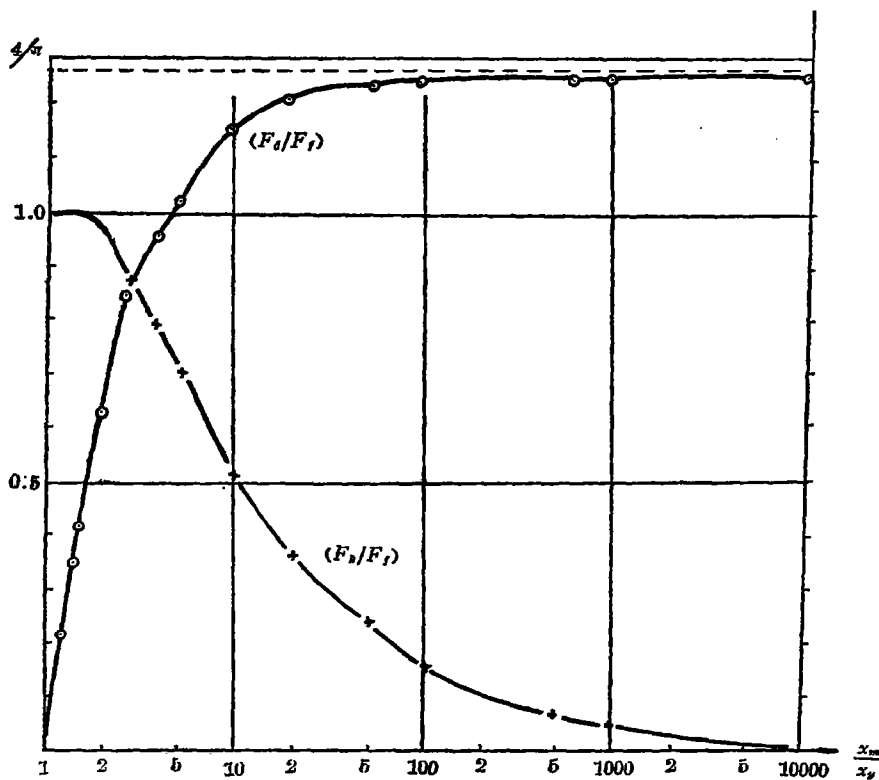
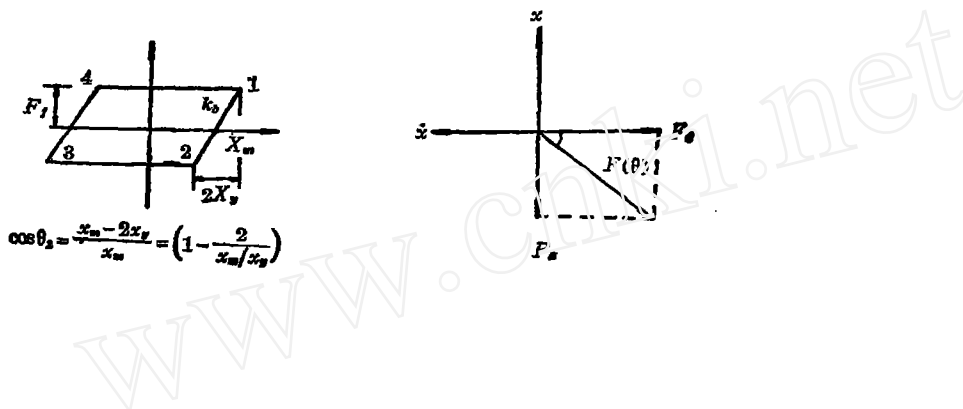


图 9

所以 $|F(\omega)|$ 界乎 F_f 与 $\frac{4}{\pi} F_f$ 之间, 与振幅 X_m 有关(图 10), 而等效阻力的方向不一定是与相对运动 X_m 反向, 而与相对位移 X_m 有关, 其相位角 λ 为

$$\text{tg } \lambda = \frac{F_k}{F_d}$$

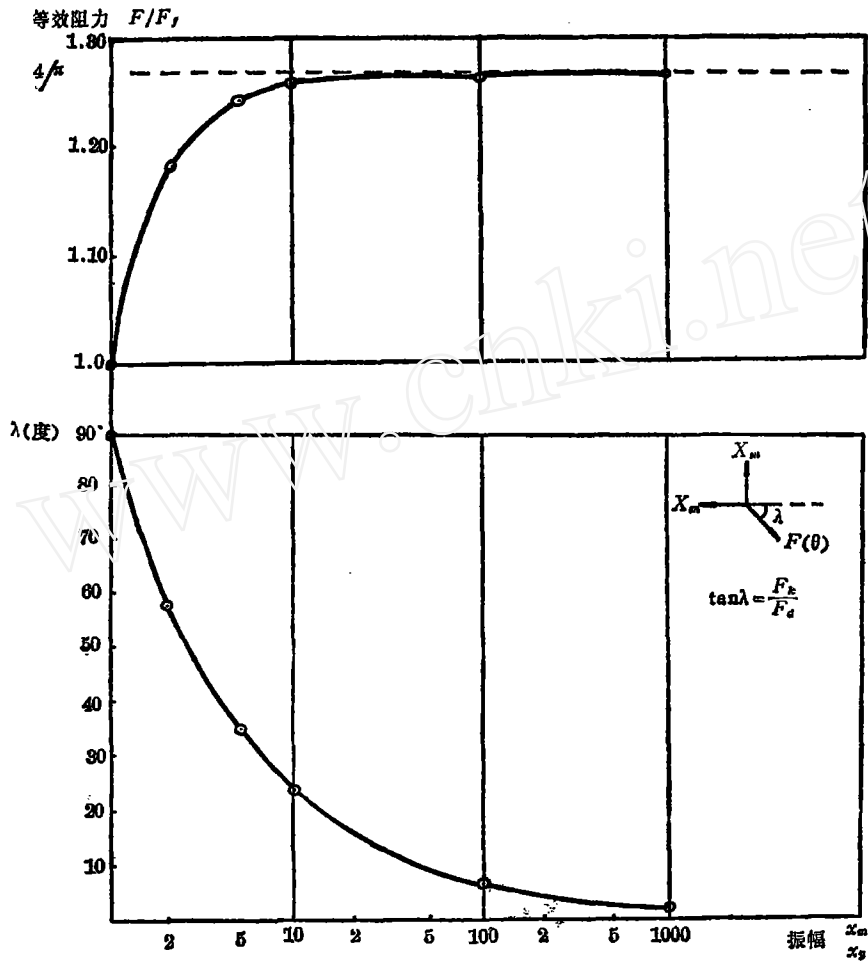


图 10

七 双线性滞迟模型的等效阻力

滞迟部份等效阻力加上弹性部份的弹簧力 $k_a X_m$, 就求得了双线性滞迟模型的等效阻力

$$\bar{F}(\omega t) = (\bar{F}_k + i\bar{F}_d) \cos \omega t$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{F}_k &= K_a X_m + F_k \\ &= K_a X_m + \frac{F_f}{\pi} \frac{X_m}{X_y} (\theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_2) \\ \theta_2 &= \cos^{-1} \left(1 - \frac{2}{X_m/X_y} \right) \\ \bar{F}_d &= F_d = \frac{4}{\pi} F_f \left(1 - \frac{1}{X_m/X_y} \right) \end{aligned}$$

在双线性滞迟模型发生了滑移之后, 随着振幅 X_m 的加大, 双线性滞迟模型的等效弹簧力 \bar{F}_k 愈来愈小, 其刚度从 $(K_a + K_b)$ 软化到 K_a 而它的等效粘性阻尼力 \bar{F}_d , 则从零上升到 $\frac{4}{\pi} F_f$ 。这

个模型的等效阻力的大小和相位是振幅 X_m 的函数。等效阻力 $\bar{F}(\omega)$ 的幅值从 F_f 变化到 $\frac{4}{\pi} F_f$ ，而其方向不一定与运动方向相反。

用 Fourier 级数基频成份表示的等效阻力是用慢变参数法^[22]或用 Ritz 平均法^[23]求得的近似解完全一致的。文献[23]中式(12)，(13)是和文献[22]的式(22)相等而可从文献[22]的第(22)式理解到：

$$KC(R) = \text{等效弹簧力} = \text{本文的 } \bar{F}_k$$

$$KS(R) = \text{等效阻尼力} = \text{本文的 } \bar{F}_d$$

用双线性滞迟回线模型的等效阻力计算激振质量单自由度干摩擦系统的主要响应，和精确解在图上区别不开来(图7)。这也说明这种等效阻力是正确的。因此可以用于工程计算上。

干摩擦模型的等价损耗因子 η ，可以定义为

$$\eta = \frac{\bar{F}(\omega t) \text{ 的虚部}}{\bar{F}(\omega t) \text{ 的实部}} = \frac{\bar{F}_d}{\bar{F}_k} = \frac{F_d}{K_a X_m + F_k}$$

η 为频率和振幅 X_m 的函数。因此，干摩擦的等效阻力可以写成

$$\bar{F}(\omega t) = \bar{F}_k(1 + i\eta) \cos \omega t$$

所以在求一个干摩擦系统的响应时，在其初始滑移 X_y 较大的系统，如有钢丝绳减振器、钢丝绳隔振器、螺栓悬臂层梁等系统，仅考虑消耗能相等原则求出阻尼力是不够的，还须考虑到干摩擦系统刚度随振幅加大而软化的问题。所以必须采用双线性滞迟模型来表示干摩擦力，但在计算响应时，可用近似的等效阻尼力取代干摩擦力。

八 干摩擦模型近似解的物理意义

对于理想干摩擦的模型来讲(图3)，干摩擦力的波形是方波，近似解可取其 Fourier 级数的第一项 $(\frac{4}{\pi} F_f \sin \omega t)$ 。这个等效线性力方向刚好和交接面的相对速度 \dot{x}_m 相差 180° 。所以等效线性力的方向是和摩擦力的方向完全一致。

实际干摩擦力应采用双线性滞迟模型(图5)。可以取其滞迟部份的基频阻力来理解近似解的物理概念。(图8)。

当传力小于干摩擦力 F_f 时，AC 两端(图5c)只感到弹簧力 F_k (图8a)。只有当传力超过了摩擦力 F_f ，两端才发生滑移，AC 两端的阻力波形不再是正弦而如图8b、c、或d所示，其中平顶部份 23 或 41 表示滑移段。阻力 F 和 AC 两端的相对位移 X 形成了滞迟回线 12341。最大位移由 X_m 标记而摩擦力 F_f 只在滑移段做功，所以摩擦力消耗的能量不是 $4F_f X_m$ 而是

$$4F_f(X_m - X_y)$$

如图8b中滞迟回线面积所示。等效粘性阻尼力为

$$F_d = 4F_f(X_m - X_y)/\pi X_m$$

摩擦功是发生在 AB 段(图5c)，AB 两端所受的阻力和 AC 两端所受的阻力是一样的。所以 AB 两端阻力波形不是方波而是像图8b、c 或 d 那样。只有当振幅 X_m 远远大于初始滑移 X_y 时即 23 段和 41 段 $(X_m - X_y)$ 远远大于 12 或 34 段，在 AB 的阻力才接近理想摩擦力的方波波形。那时等效粘性阻尼力为

$$F_d = \frac{4}{\pi} F_f$$

在双线性滞迟回线模型中, AB 两端的干摩擦器串连了 BC 两端的弹簧 k_0 (图 5c)在以往的一些线性计算中都是假定 AB 两端的干摩擦力 F_f 由粘性阻尼力 $\frac{4}{\pi} F_f$ 取代, 即假定这个等效线性力是和 AB 两端相对速度相差 180° [11][13][22]。

从以上分析可以看到, AB 两端的阻力波形并不是方波, 而如图 8b 所示, 等效粘性阻尼力不是 $\frac{4}{\pi} F_f$, 而是随着振幅的加大由零上升到 $\frac{4}{\pi} F_f$, AB 之间的阻力方向也从与 AB 两端的相对位移反向变为与相对速度反向。

所以以往的一些线性化计算中 [11][13][22] 过高估计了粘性阻尼力, 这就是为什么那些系统响应的近似解低于精确解的道理。

目前正在对振动冲击手册 [11] 中的干摩擦隔振系统的传递比曲线重新计算。

九 干摩擦系统的响应

一个线性多自由度系统(图 11a)采用了一个干摩擦减振器或隔振器以后, 可以是一个线性系统或是一个非线性系统。根据双线性滞迟模型, 在相对位移小于初始滑移 X_s 时, 干摩擦器上的阻力为弹簧力 F_k , 所以它仍为线性系统。如果相对位移大于 X_s , 交接面才发生滑移, 干摩擦力阻碍着运动, 交接面上的阻力与相对位移形成了滞迟回线, 产生了非线性阻尼和刚度, 系统就变为非线性(图 11b)。要计算非线性多自由度系统的响应就很麻烦 [26], 因此发展了处理干摩擦的等效线性方法 [11-16][27]。

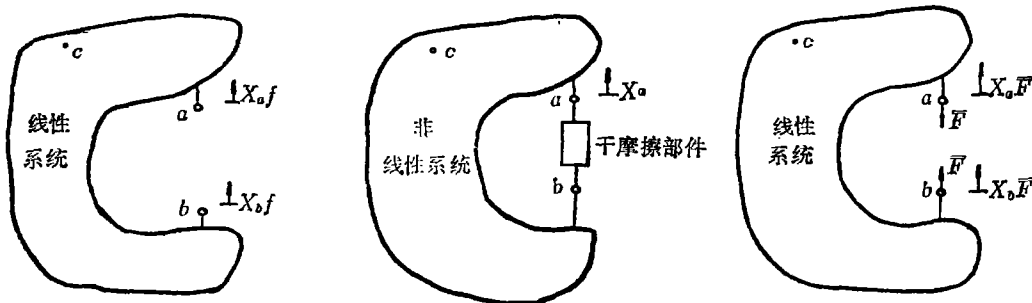


图 11

干摩擦部件将产生阻力对抗运动, 我们可以假想, 这个干摩擦部件由一对相等相反的阻力取代(图 11c)。这样, 系统仍然是原来的线性系统, 但多了一对“额外的外力”, 它是来自干摩擦部件。

在没有干摩擦部件时, a, b 和 c 点的响应为 X_{0f} , X_{0f} 和 X_{0f} 。

加上干摩擦部件后, a, b 和 c 点的响应为 [14]

$$\begin{aligned} X_a &= X_{0f} + \alpha_{aa} \times (-\bar{F}) + \alpha_{ab} (+\bar{F}) \\ X_b &= X_{0f} + \alpha_{ba} \times (-\bar{F}) + \alpha_{bb} (+\bar{F}) \\ X_c &= X_{0f} + \alpha_{ca} \times (-\bar{F}) + \alpha_{cb} (+\bar{F}) \end{aligned}$$

α_{ij} = j 点单位力所激起的 i 点的响应

所以 a 点与 b 点之间的相对位移为

$$X_a - X_b = (X_{af} - X_{bf}) + (\alpha_{aa} - \alpha_{ab} - \alpha_{ba} + \alpha_{bb})(-F)$$

在计算时, 先给定频率 ω , 如果 $(X_a - X_b)$ 小于初始滑移 X_y , 那么阻力为弹簧力

$$\bar{F} = (K_a + K_b)(X_a - X_b)$$

如果 $(X_a - X_b) > X_y$, 等效阻力为

$$\bar{F} = (K_{eq} + ih_{eq})(X_a - X_b)$$

其中 $K_{eq} = K_a + K_b \left(\frac{\theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\pi} \right)$

$$h_{eq} = \frac{4}{\pi} K_o \frac{X_y}{(X_a - X_b)} \left(1 - \frac{1}{(X_a - X_b)/X_y} \right)$$

$$\cos \theta_2 = \left(1 - \frac{2X_y}{X_a - X_b} \right)$$

由于 \bar{F} 为 $(X_a - X_b)$ 的函数, 所以可以先估计一个 $(X_a - X_b)$ 代入 \bar{F} 中, 经过叠代多次后, 可求得正确的 $X_a - X_b$, 再求得 \bar{F} 。因此任一点的响应为

$$X_o = X_{of} + (\alpha_{oa} - \alpha_{ob})(-\bar{F})$$

我们用这种方法, 计算了在钢丝绳隔振器上的响应(图 12), 与实测响应曲线相当接近(图 13)。其差异估计是由实际的滞回回线与理想的双线性滞回线之间的差异而引起的。

十 结 论

双线性滞迟模型能够较好地描述干摩擦部件的非线性特征。对于像钢丝绳等初始滑移较大的干摩擦部件, 就更需要用这种模型进行计算。

干摩擦使原来的线性系统变为非线性系统, 分析计算就比较麻烦, 在工程中推广应用就有困难。

实际上, 观察到的干摩擦系统的位移响应是接近正弦的, 尤其是在共振峰附近。这样就可以用双线性滞迟模型阻力的基频成分来表示干摩擦力。这个基频阻力的幅值不是常数而是与干摩擦交接面的相对位移 X_m 有关, 而它的方向一般不是和相对运动反向。只有在很大相对位移时, 等效阻力才与运动反向。

本文介绍的干摩擦阻尼系统的计算方法, 可以给出非线性系统的响应。也应该指出用基频成分来表示摩擦力的近似方法是不能反映干摩擦系统的亚谐响应的*, 但希望本文能促进干摩擦阻尼在振动控制上的应用。

(本文于 1984 年 11 月 20 日收到)

注* 干摩擦振动系统的亚谐共振频率为主谐的 $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$ 等等, 其亚谐共振振幅为 $\frac{1}{9}, \frac{1}{25}, \frac{1}{49}, \dots$ 等等。

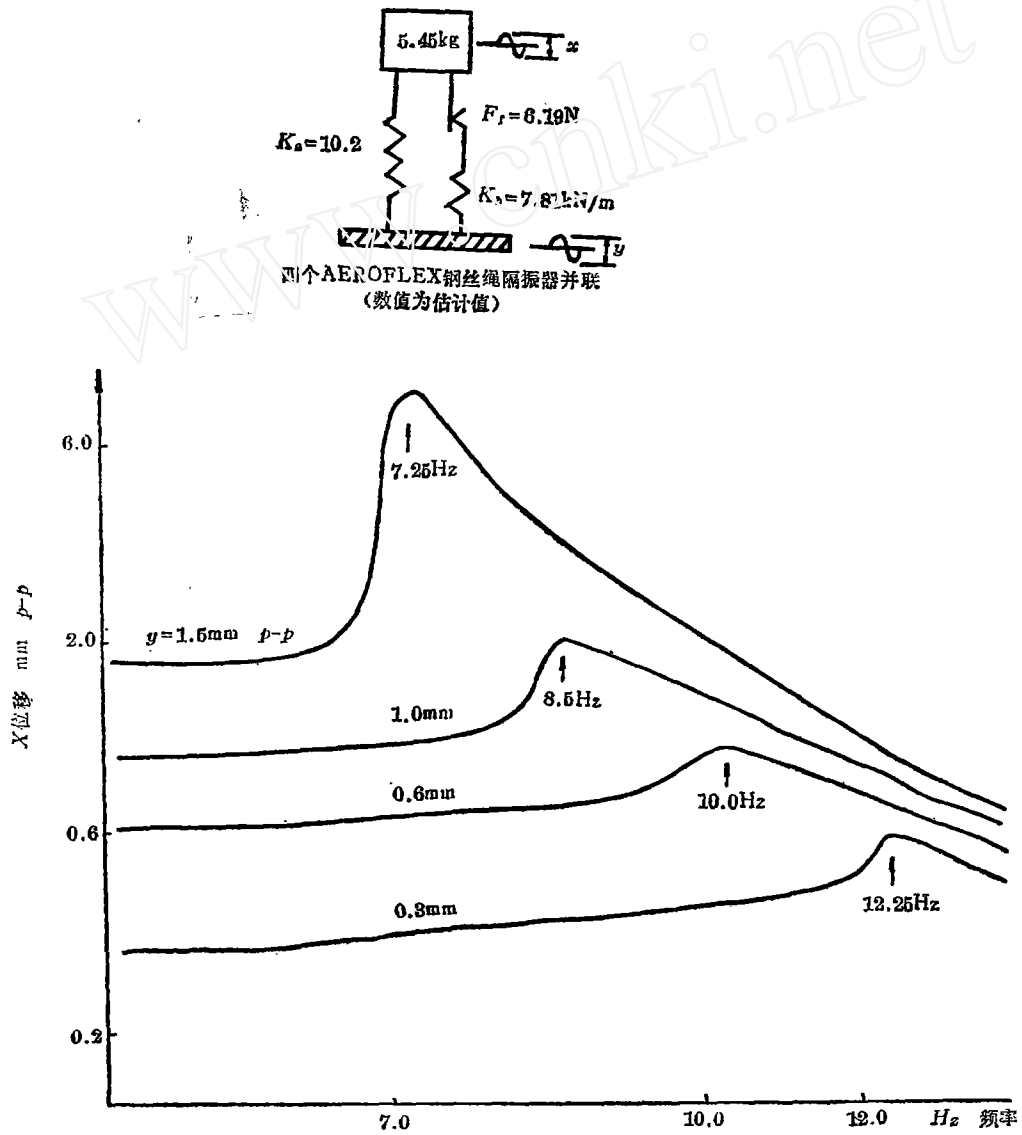


图 12

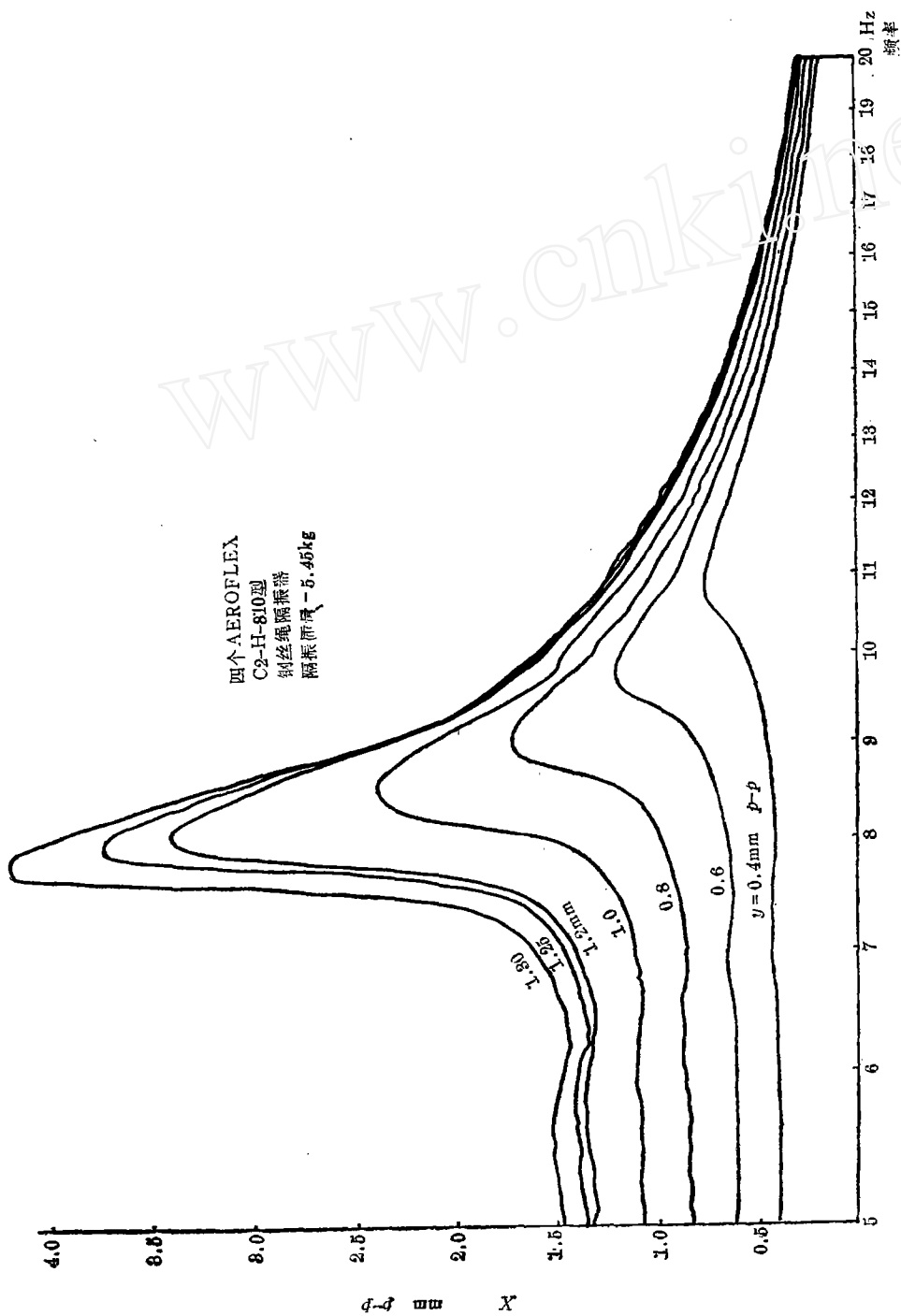


图 13

参 考 文 献

- [1] Ruzicka J. E. and Derby T. F. Loss Factor and Resonant Frequency of Viscoelastic Shear Damped Structural Composites NASA CR-1269 (1969)
- [2] 中国科学院力学研究所振动组, 大阻尼结构简介, 机械强度 1978 年 12 月第七期 p 23
- [3] 航天部 703 所, 无锡减振器厂等
- [4] Clarr R and Diana G. Mathematical Analysis of Transmission Line Vibrations Trans. IEEE on Power Application and System V. PAS 88 № 12 (1969).
- [5] 张强星、田千里 An Experimental Study of the Non-Linear Behaviour of a Stranded Cable and Dry Friction Damper Shock and Vibration Bulletin № 52, Part 4, p 155(1982)
- [6] Den Hartog, J. P. Forced Vibration with Combined Coulomb and Viscous Friction Trans. ASME (1931) Paper APM-52-15
- [7] Den Hartog, J. P. Mechanical Vibrations McGraw-Hill, p 373 (1956)
- [8] Levitan, E. S. Forced Oscillation of a Spring-Mass System having Combined Coulomb and Viscous Damping J. Acoustical Society of America 32, p. 1265 (1960)
- [9] Hundal M. S. Response of a Base Excited System with Coulomb and Viscous Friction J. of Sound and Vibration 64, p. 371 (1979)
- [10] Yeh, G. C. K. Forced Vibrations of a Two-Degree-of-Freedom System with Combined Coulomb and Viscous Damping J. Acoustical Soc. of America 39, p. 14 (1966)
- [11] Crede E. C. and Ruzicka J. E. Theory of Vibration Isolation Shock and Vibration Handbook, Edited by Harris C. M. and Crede C. E., McGraw-Hill, Chapter 30 (1976)
- [12] Earles S. W. E. and Mott, N. A. Response Prediction and Optimization of a Frictionally Damped Structure Proc. 13th International Machine Tool Design and Research Conference, Birmingham, Paper № 43 (1972)
- [13] Sainsbury, M. G. Vibration Analysis of Damped Complex Structures Ph. D. Thesis, University of London (1976)
- [14] Earles S. W. E. and Williams J. L. A Linearized Analysis for Frictionally Damped Systems J. Sound and Vibration 24, p. 445 (1972)
- [15] Earles S. W. E. and Manoori F. S. Frictional Damping Applied to a Cantilever-Beam Structure International J. Mach. Tool Des. Res. 14, p. 111 (1974)
- [16] Beards C. F. and Williams J. L. The Damping of Structural Vibration by Rotational Slip in Joints J. Sound and Vibration 53, p. 333 (1977)
- [17] Gilbert C. and Lekuch, H. Isolating Shock and Vibration ASME Mechanical Engineering, Oct. 1982, p. 58
- [18] Goodman, L. E. and Klump, J. H. Analysis of Slip Damping with Reference to Turbine Blade Vibration Wright Air Development Center TN 55-232 (1955)
- [19] Iwan W. F. The Dynamic Response of the Bilinear Hysteretic Systems Ph. D. Thesis, 1961, Earthquake Engineering Research Lab., California Inst. of Tech.
- [20] Masri, S. F. Forced Vibration of the Damped Bilinear Hysteretic Oscillator J. Acoustical Soc. America 57, p. 106 (1975)
- [21] 张强星 An Experimental Hybrid Model for a Bilinear Hysteretic System. University of Manitoba, Dept. Mech. Eng. Report (Aug. 1982)
- [22] Schlesinger A. Vibration Isolation in the Presence of Coulomb Friction J. Sound and Vibration 63 p. 213 (1979)
- [23] 张强星 McLachlan K. E and Popplewell N. 研究双线性滞后系统响应的实验装置, 振动与冲击, 1984 年第三期
- [24] Caughey T. K. Sinusoidal Excitation of a System with Bilinear Hysteresis J. Applied Mechanics 27, p. 640 (1960)
- [25] Sheng C. F. and Mosimann J. G. Analysis of Friction Damped Resonant Stresses in Turbine Blades 1983 ASEM Vibration Conference
- [26] 田千里 李盛章用 SAPV 程序计算具有干摩擦隔振问题 振动与冲击 1982 第 4 期 P 28

[27] Earles S. W. E. and Beards C. F. Some Aspects of Frictional Damping as Applied to Vibrating Beams International J. Machine Tool Des. Res. 10, p. 123 (1970)

THE LINEARIZATION OF FRICTIONALLY DAMPED VIBRATION SYSTEM

Zhang Qiang Xing

(Institute of Mechanics Chinese Academy of Science)

M. G. Sainsbury

(The University of Hong Kong)

Abstract

The computation for the response of a frictionally damped vibration system is known to be tedious and time-consuming. For a bilinear hysteretic system with a single friction element, the system can be linearized by treating the forces in the friction element as externally applied forces. In the linearization of such friction forces, some vibration engineers adopted the conventional Den Hartog model, which is correct for a friction force of square wave form in time domain but will give, as shown by this paper, an unsafe estimation of the response. This paper shows that the wave form of the friction forces in a bilinear hysteretic system is no longer a square one in time domain. A modified model should be taken in the linearization of the frictional force in a bilinear hysteretic system.

上海市力学学会振动学组年会于1986年12月5~6日在上海举行。振动组长王文亮副教授主持了会议。上海力学学会副理事长徐植信教授和上海市科协学术部副部长薛福田同志致贺词。

5日上午全体会议上,复旦大学张文副教授介绍今年9月在日本召开的第二届国际转子动力学会议并对近十几年来国内外转子动力学的发展作了概括;上海交通大学张惠桥教授介绍了第四届国际模态分析会议;同济大徐植信教授概述了国外振动力学的发展并提出了核工程中振动问题的重要意义。

会上分组报告论文40篇,参加人数120人,中青年占较大比重,会议学术空气活跃,论文大部分是振动工程应用,部分有较好理论水平。这反映了当前上海振动工作者的工作重点。

本次年会采用了分组主持人对报告论文逐个作书面记录与评估的尝试。包括听讲人数,响应程度,提问与回答记录及主持人对学术水平的评估。较准确地掌握了学术交流的水平与效果。

(荣昌 文)