

β 平面上绕圆柱流动的实验研究

张伯寅 贾 复
(北京大学力学系) (中国科学院力学研究所)

提 要

本文介绍了旋转实验台上进行的 β 平面上东向流绕圆柱流型的若干初步实验结果。用径向水深线性变化模拟 β 效应,用源汇法产生东、西向流。定性地在实验中观察到三种不同的流型——光滑绕流型、波动型及阻塞型。存在一动力参数,决定着哪种流型的出现。

一、引 言

岛屿作为海流中的障碍物作用于海流,产生出多种多样的变异情形。这些变异情形如岛屿环流、上升流、行星波、涡旋等,不但具有区域性的重要水文学意义,而且对于中尺度海洋动力学的影响正在被重视起来。当然,岛屿对洋流影响还不只限于纯动力学的,它还涉及到岛屿对大气的影响(同样产生涡旋等),对热量、水气运输的影响(如热岛效应),通过海洋——大气相互作用,反过来对海流又会产生出更复杂的结果。然而,目前对于岛屿绕流问题这样一个自然划定区域性的、又具有实际重要性的动力学问题的研究相对来说还非常之少。与岛屿引起的大气运动情况相比,最基本的海流绕岛屿流动问题的研究也进行得非常不充分(见Gordon及Hughes的文章^[1])。中尺度问题研究的兴盛,使得岛屿绕流特别是其尾涡,行星波等中尺度现象开始受到重视。

关于岛屿绕流问题,为数很少的研究还主要是数学模式的研究。White^[2]考虑了 β 平面上圆柱在东向均质流体中的绕流问题。 β 平面提供了涡度梯度,这个涡度梯度使圆柱下游能够产生Rossby波。这种Rossby波在一定条件下可以达到一定的强度,出现封闭流线的涡旋。Hogg^[3]则考虑了 f 平面上的变深度绕流圆柱的情形。深度变化产生涡的伸缩也能产生涡量变化。

Gordon及Hughes^[1]考虑了 f 平面上的两层旋转流体系统,并假设底层为静止的,表层的运动引起底层深度的变化,而这个变化作为被动的底层效应使表层深度发生变化,从而引起涡管伸缩也能产生涡量变化。考虑到岛屿周界的摩擦,必然产生圆柱绕流的左右不对称。文中只重点考虑这种不对称现象。无论是哪种模式,处理中均作了一定的假设。这些模式的探索,还是初步的,模拟中的假设还有待证实。还要与实验模拟特别是观察结果进行认真的对比。由此看来,为了对岛屿绕流问题展开深入的研究,除了观测工作及资料分析需要大力开展外,一些必要的实验室模拟也是很重要的。本文介绍的是我们对于 β 平面上圆柱绕流流型初步实验考查的结果及讨论。

本文于1985年11月25日收到。

二、问题的说明及实验步骤

均质旋转流体的浅水准地转基本方程可以叙述为势涡守恒, 或可写为如下形式

$$\frac{d\pi}{dt} = 0,$$
$$\pi = \frac{f + \xi}{H},$$

其中 f 为柯氏参数, ξ 为相对涡量, H 为水层厚度。如果把水层厚度 H 写成

$$H = D + \eta - h_B,$$

其中 D 为静止时自由面高, η 为运动时自由面相对平衡位置之偏离, h_B 为地形高度, 则在假设 $h_B/D \sim \varepsilon (= U/fL) \ll 1$ 及 β 近似成立的条件下, 按通常记号(如参见 Pedlosky^[4], 势涡可写为

$$\pi = \frac{f_0 + (\beta y + f_0 \cdot h_B/D) + \xi - f_0 \eta/D}{D}$$

其中 y 坐标指向北, x 指向东。因此环境势涡的变化部分是 βy 与 $f_0 \cdot h_B/D$ 之和, 它们在动力学上是等价的, 亦即 f 平面上地形变化与柯氏参数随纬度的变化在势涡动力学中作用相同。这也就是在实验室模拟中, 可以用常角度倾斜底面模拟 β 效应的道理。据此我们有 $\beta = \frac{f}{D} \operatorname{tg} \theta$, θ 为斜底与水平方向夹角(参见图 1)。

当底面为倾斜平面时, 在准地转方程基础上有著名的 Rossby 平面波解(作为非线性方程的精确解)。Rossby 波沿一定方向传播, 对于 $f > 0$ 这个方向是使随波峰一起运动的观察者看到右侧永远为地形高一侧。因此当有流速为 Rossby 波相速度的东向流时, 则可能出现相对于容器(或地球)为静止的波。引言中提到的三个不同的理论模式都是以水层厚度变化涡管伸缩产生涡量变化为主要机制, 来讨论岛屿绕流的。我们用旋转实验台上的圆锥形底的圆形水槽可以模拟这个主要动力因素, 考查重点放在实验室中实际旋转流体系统中出现的流型问题。

实验是在中国科学院力学研究所地球物理流体力学实验室旋转实验台上进行的, 该转台的结构及性能在文献[5]中曾有介绍。实验使用直径 60cm 高 25cm 的圆形水槽, 为模拟 β 效应, 容器底做成锥形, 如图 1 示, 底角 $\theta = 12^\circ$ 。流型显示采用酚兰技术, 使用溴代麝香草酚兰溶液作为工作液体, 为显示流线, 在自由面下深度约为 3cm 处水平布置一条或数条直径 0.25mm 的漆包线, 漆包金属线以 3mm 或 5mm 为间距布置裸露点, 使其作为负极而以靠近水槽壁放置的铜板为正极。极间直流电压为 3.5V。实验中流线图用固装在实验台上的 135 相机拍摄。由于工作液体呈黄色, 相机使用橙黄滤色镜以获得较好反差效果。

用源汇法驱动流体作相对于容器的运动。在整个系统旋转一小时后可达到刚性旋转状态。沿转台轴装置一内径为 0.4cm 圆管, 置于工作液体中, 作为源汇管。在达到刚性旋转状态后开启汇或源。对于东向流实验用汇, 西向流实验用源。源汇流经流量计以便计量及监视。一般在源汇开启后 10 分钟开始实验观测。圆柱模型采用直径为 $\phi 6\text{cm}$ 、 $\phi 3.6\text{cm}$ 及 $\phi 2\text{cm}$ 三种。由于实验的有效 β 值为 $\frac{f}{D} \operatorname{tg} \theta$, 所以模型置于不同径向位置可模拟不同 β 值。本实验主要进行定性的流型考察, 主要结果由摄影照片分析得出。

主要实验参数列于下表:

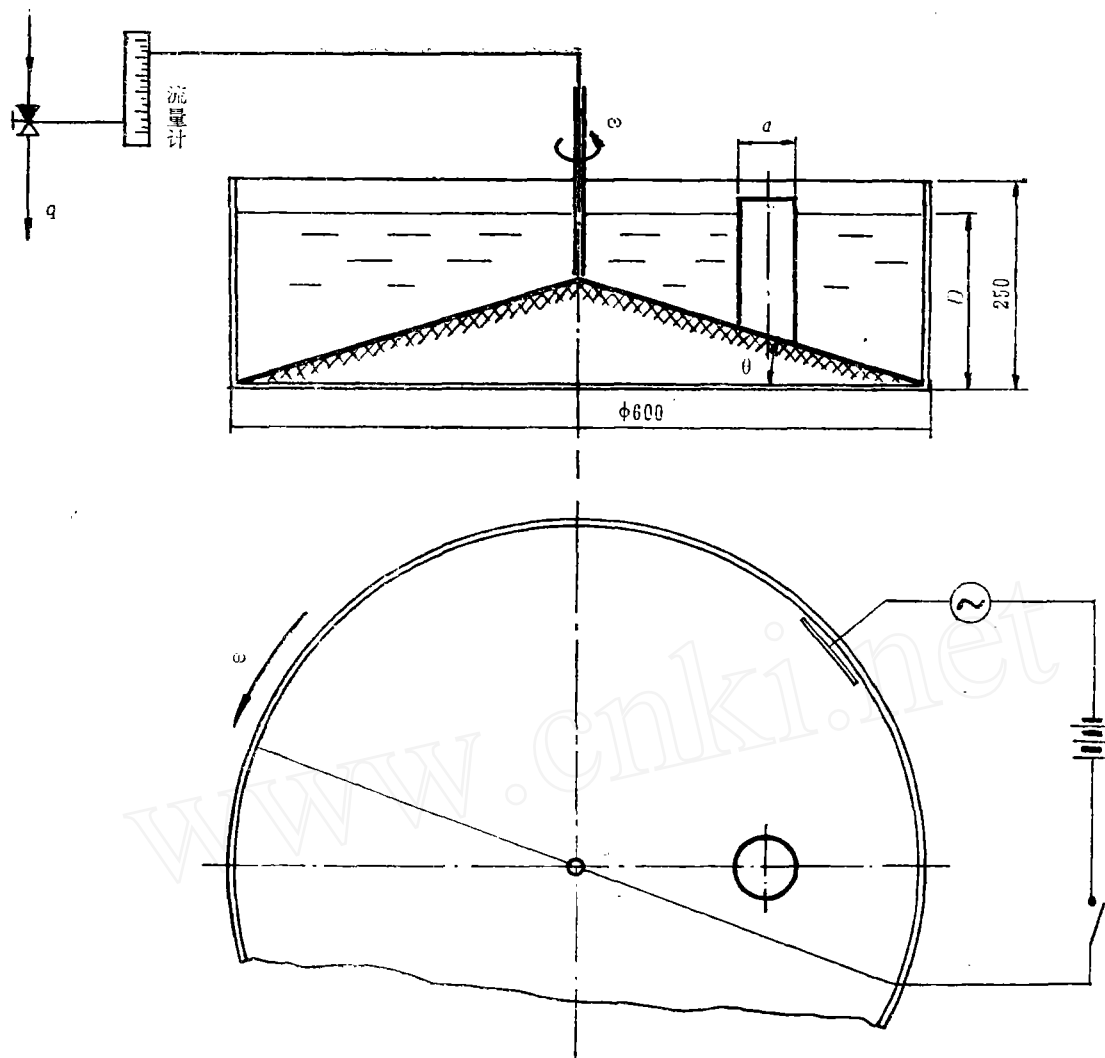


图 1 实验系统示意图

Ω	圆柱直径	源汇流量	流场速度	β
0.898/s	$\phi 6$ cm	2.5ml/s	$u_{\max} \approx 3\text{cm/s}$	$\beta_{\max} \approx 0.0985\text{cm}^{-1}\text{s}^{-1}$
1.257/s	$\phi 3.6$ cm	4.03ml/s	$u_{\min} \approx 0.15\text{cm/s}$	$\beta_{\min} \approx 0.0445\text{cm}^{-1}\text{s}^{-1}$
	$\phi 2$ cm	7.5ml/s		

三、实验结果及讨论

(1) 基本流场

采用源汇法作为驱动流体做相对于容器运动的机制。对于给定流量，根据流线发展的时序照片可以计算出未扰基本流场的速度分布。一种典型情况示于图 2。由图可见，基本流动是一个沿径向速度减小的东向剪切流场。因此，以下讨论的均对应于基本流动为东向剪切流绕圆柱的情形，

限于条件，目前还未进行均匀东向流的实验模拟，因此剪切流与均匀流造成的绕流流型有多大差别还是一个问題。

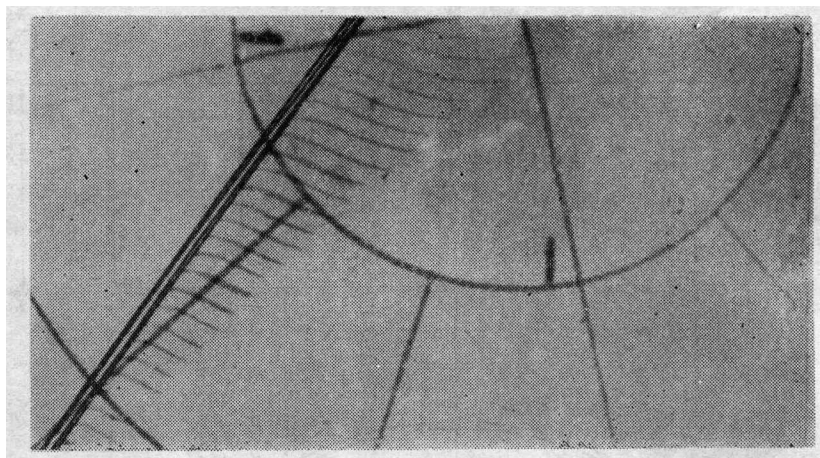


图 2(a) 实验流场图

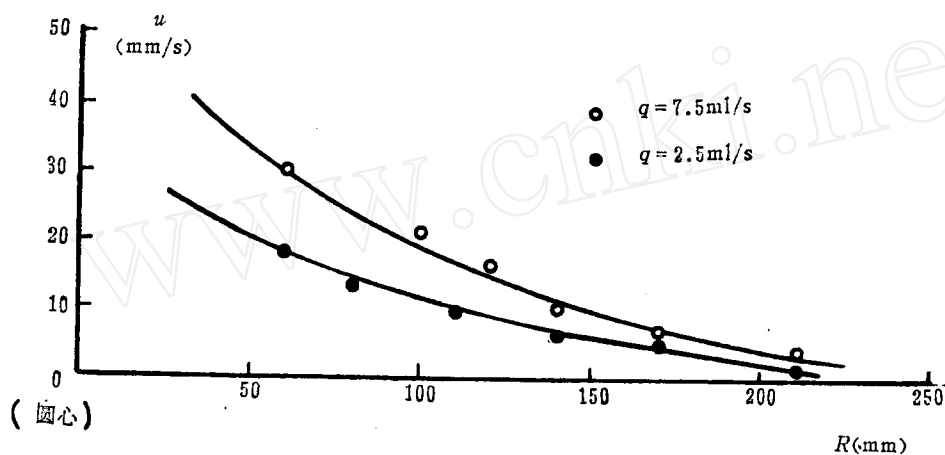


图 2(b) 沿径向的速度分布曲线

(2) 基本流型

根据实验观察，对于不同速度 u ，不同 β (主要由圆柱模型的径向位置决定) 及圆柱半径出现不同的流型。大致可分为三种。第一种流型如图 3 所示，我们称之为光滑绕流型。在这种情况下，圆柱上游无明显绕动，流动基本是光滑绕流，无波动现象。粗略地看似乎和非旋转系中无分离圆柱绕流差不多。不过图示的流型仍展示了明显的左右不对称性，沿流向看去，圆柱右侧流线较为密集，在圆柱尾流区，右侧流线偏到过圆柱中心的圆周线左侧。另一值得注意的现象是在尾流区左右侧，流线并不在圆柱面附近汇合，而流线在后缘相隔 $\pi/3$ 的两点处分离，形成一狭窄的死水区。第二种流型，我们称之为波动型，在圆柱上游没有明显的绕动，在绕过圆柱时出现大幅度的基本为定常的波动状绕动，典型情况示于图 4。属于这一类的还有非定常的向东传播的波动。若以 $(u/3)^{1/2}$ 为特征长度，则观察到的波长为此长度的常数倍，与圆柱直径关系不大。第三种实验中观察到的流型我们称之为阻塞型。这种流型的特点为在圆柱上游流线有较大幅度的不规则不定常弯曲。这种流线的不规则扰动甚至可及圆柱上游一个直径的范围。此时流速大大减小，形成阻塞。圆柱左侧一般仍为光滑绕流，这时圆柱侧面扰动尺度小于波动型流型，而圆柱下游仍为

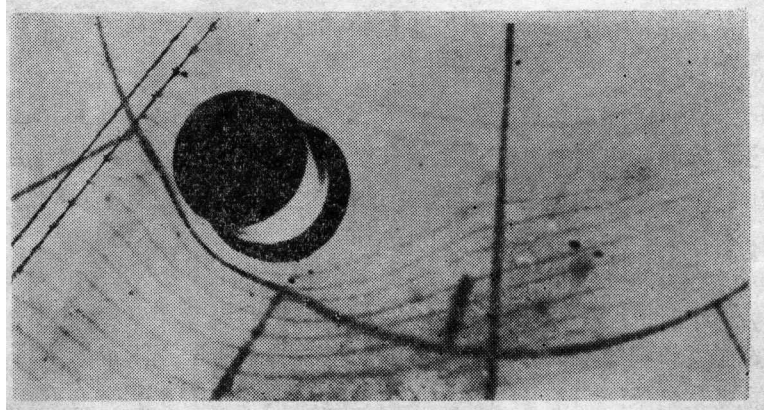


图 3 光滑绕流型的典型流场

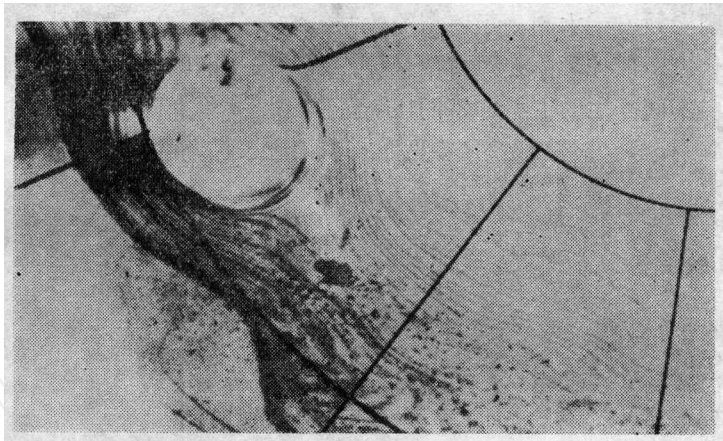


图 4 波动绕流型的典型流场

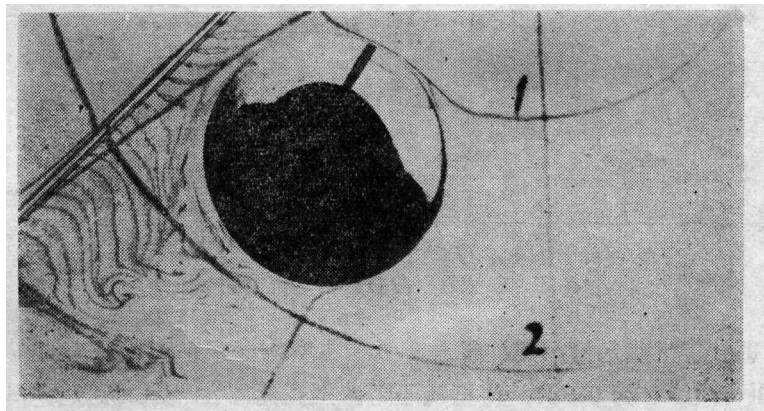


图 5 阻塞绕流型的典型流场

流线密集于右侧的绕流，死水区较小。典型情况示于图 5。这种流型尚未见前人提到，对其机制的肯定性解释我们还不能给出。一种猜测的过程是圆柱强迫来流流线偏离其等深度线，而引起的 Rossby 波的反射。在更仔细地对阻塞过程进行实验及分析之前，这还只能是一猜测，提出来以引起读者研究的兴趣。

(3) 各种流型出现的条件

上述实验中观察到的诸流型，是在复杂的波-流相互作用，粘性作用，来流具有水平剪切等

条件下产生的，因此远非迄今数学模型中所假设的那样理想化。三种流型出现的条件还需从实验观测中大致给以确定。

目前所考察的实验系统的主要参数为圆柱半径 a 、流速 u 、柯氏参数 f ，地形斜倾 θ 及水层厚度 D 等。设我们考察的问题主要是 β 平面上圆柱绕流所引起的 Rossby 波型的扰动，所以 D, f, θ 应以 β 效应形式出现： $\beta = f/D \operatorname{tg} \theta$ ，因而整个过程的主要控制(无量纲)参数为

$$B = \left(\frac{\beta a^2}{u} \right)^{1/2}$$

对于这个单参数过程， B 值的不同范围，区分着系统的不同流型。

根据所进行的实验，把流动区分为上已述及的三种基本流型，以 $u^{1/2}$ 及 $\beta^{1/2}a$ 分别为横及纵坐标把实验流型的观察结果，归纳于图 6。根据这些结果可在图 6 中引出 $B = \beta^{1/2}a/u^{1/2} = 0.357$ 、 0.714 两条射线，它们大致地把 $u^{1/2}$ 、 $\beta^{1/2}a$ 平面划分为三个区，每个区对应于一种基本流型，图 6 所示实验结果表明参数 B 基本刻画了流型的体制，有趣的是， B 的这种作用并不限于圆柱情形， B 中所含的 a 可以代表一般柱形体迎风特征长度。我们采用椭圆柱体模型进行了绕流考察。椭圆长轴相对于来流取向不同产生的流型亦不同(示于图 7)。 a 为椭圆在垂直于来流方向上的正投影长度则上述 B 参数判别准则仍是成立的(参见图 6 中相应于椭圆柱实验的点即带 \circ 的点)。

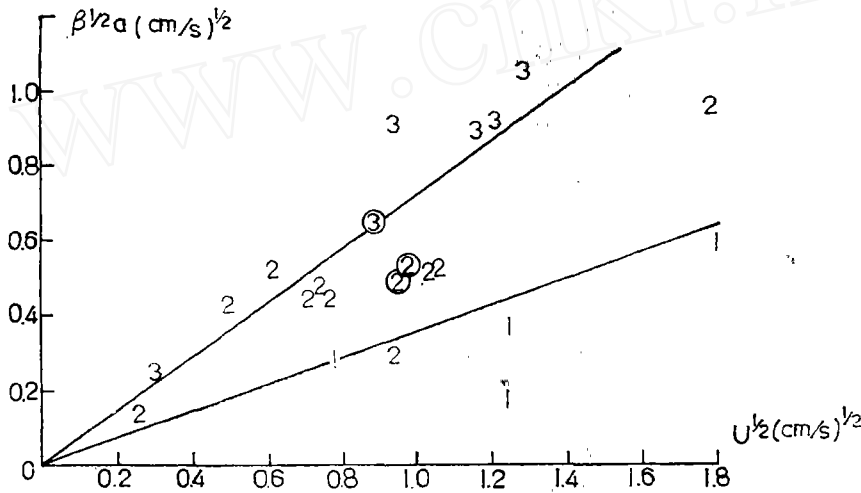


图 6 参数 B 区分三种基本流型的实验结果

作为比较，进行了平底水槽中圆柱绕流实验，典型流型示于图 8，与图 8 对应的(即 a, f, u 均相同的) β 平面实验的 B 为 0.886 ，流型属于阻塞型，而图 8 显示的则是光滑绕流型。流型同样具有左右侧不对称，然而在右侧扰动扩展到更大范围，紧邻柱面处流速大大减低，与 β 平面上的绕流情形非常不同。

(4) β 平面上西向流绕圆柱流动

β 平面上西向流绕过地形引起的扰动传播问题在理论处理上出现一些新问题，例如定常解包含着沿某个方向的指数增长或衰减，这时远离边界情形，物理上是不合理的。因而从实验上考察一下是很有兴趣的。为此采用源驱动，使流体相对器壁作反气旋运动——西向流。图 9 表示出相当于 $B = 0.29$ 的流线图。按东向流 B 值判别方法，流型应属光滑绕流型。然而实际上观察到的却

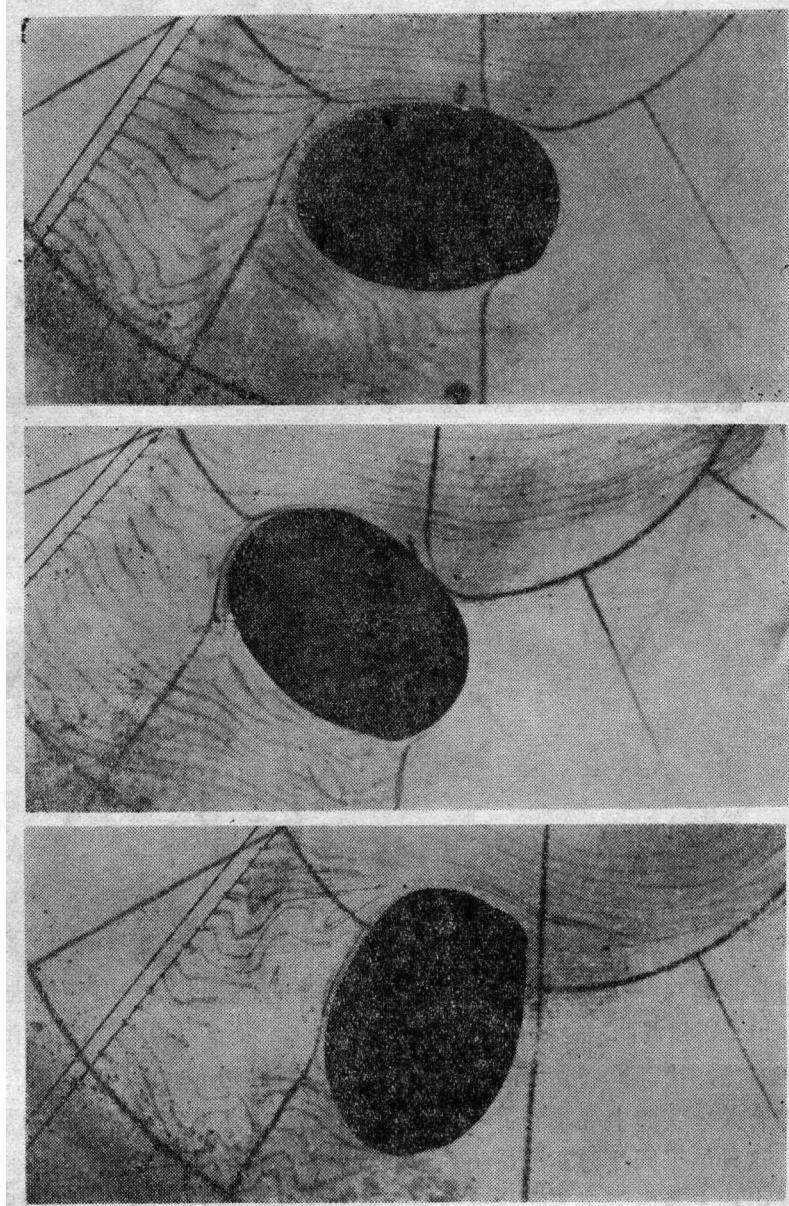


图 7a、b、c 椭圆柱不同取向所产生的不同绕流流型

是不属于东向流三种基本流型中任何一种的新流型，扰动沿西及南出现大幅度波动，局部出现具有闭合流线的涡旋。而且流型是不定常的。这从实验上支持了关于 Rossby 波扰动在西向流与东向流中传播具有本质区别的结论。

(5) 其它

现结合上述初步实验结果，简要讨论一下有关前人理论模式中的问题。在 White^[2]的 β 平面模式中，假设了定常，关于 x 轴(即通过圆柱中心的指向东的坐标线)对称及扰动在上游迅速消失等。这样他把扰动规定为局限在圆柱下游的 x 轴对称的定常扰动。在一定的参数 B 值情况下(如 $B=2$)，他得到在下游具有封闭流线的涡状 Rossby 尾迹。然而本文实验表明在 $B \approx 0.71$ 以上，流动基本为阻塞型，上游呈现较强不定常扰动，而下游没有观察到涡旋。至于对称性则 Hogg 的

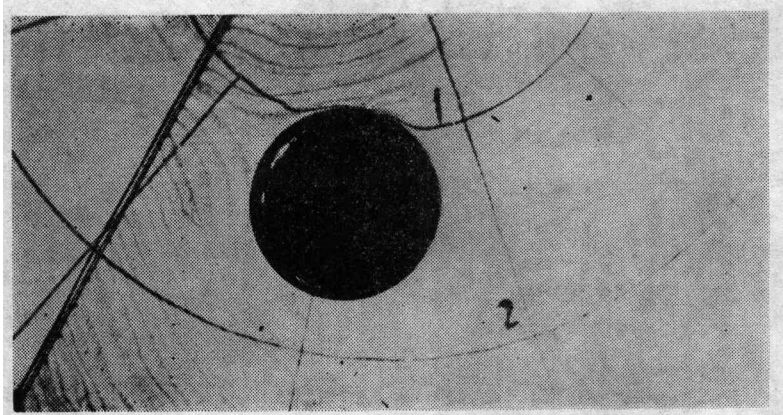


图 8 平底水槽中圆柱绕流的典型流型

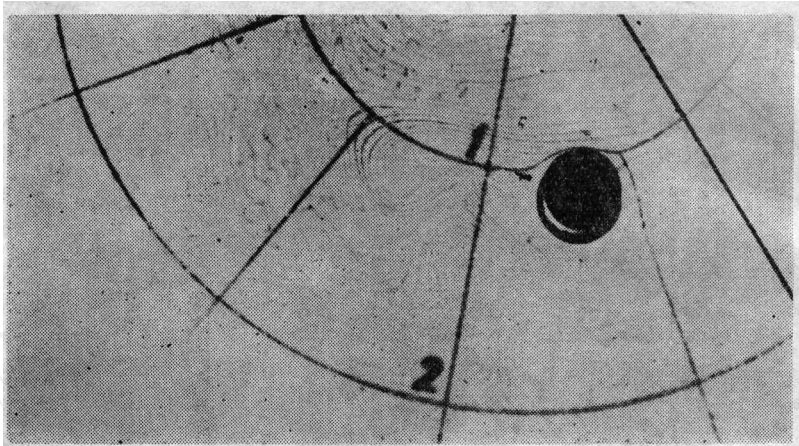


图 9 β 平面上西向流绕过圆柱的流型

模式已指出不对称是客观存在的。因此所谓阻塞型流型应是需从实验及理论进一步研究的问题。Gordon 及 Hughes^[1] 强调两层模式中流型的左右不对称，使得左侧扰动密集在极狭窄的区域，流速加大。而在右侧，扰动扩展到大得多的范围，这与圆柱边界的摩擦有关，它与底层深度变化引起的涡管伸缩有关。实验中观察到了明显的左右不对称，然而实验观察到的是右侧流线密集，左侧扰动微弱。这种结果固然与实验系统的基本流场具有剪切有关，但也似为固有的特征。

在前述模式中均未考虑沿岸流的分离问题，然而从实验观察结果看，无论属于哪种流型，均有明显的分离。本实验条件下圆柱壁面处流动 Reynolds 数约为 250~800 属于层流分离，其后应为死水区。而对实际岛屿而言，这种分离是否存在，死水区是否有旋涡等均为海洋工作者感兴趣的问题。

参 考 文 献

- [1] Cordon, H. B., Hughes, R. L., J. Phys. Oceanogr., 11(1981), 1011—1014.
- [2] White, W. B., J. Phys. Oceanogr. 1 (1971) 161—168.
- [3] Hogg, N. G., Geophys. Fluid Dyn., 4 (1972), 55—81.
- [4] Pedlosky, J., Geophysical Fluid Dynamics, Springer (1979), 105—108.
- [5] 柳绮年, 贾 复, 王平生, 力学学报 № 6, 1981, 611—618.

An Experimental Study on the Flow Around a Cylinder on β — Plane

Zhang Boyin

(Department of Mechanics,
Peking University)

Jia Fu

(Institute of Mechanics,
Academia Sinica)

Abstract

Presented in this article, are some preliminary results of rotating tank experiments, aiming at examining various patterns of flows around cylinders on β — plane. The radial linear variation of water depth was used to model the β — effect while the source-sink method used to produce zontal flow. Qulitatively, 3 differnt patterns of easterly flow passing around cylider flowing around, waving and blocking were observed. A single dynamic parameter exists, which governs the appearance of each of the three.