

损伤材料裂纹尖端附近的应力场

汤奇恒 王自强
(中国科学院力学研究所)

摘要 本文导出了损伤材料的全量理论, 导出了全量公式中 H 的渐近表达式; 最后得到了损伤材料平面应变条件下的裂纹尖端的应力应变场。

关键词 损伤材料, 塑性形变, 渐近表达式, 裂纹尖端, 应力, 应变场。

一、引言

1968年, Hutchinson (1968) 及 Rice 与 Roussenger (1968) 发表了著名的 HRR 奇异解。自文章发表后, 许多科学工作者研究了各种不同含裂纹构件; 对许多静态的、动态的裂纹问题, 人们已经得到了它们的奇异解。

工程材料通常含有一些缺陷。这些缺陷引起材料强度、韧性降低以及使用寿命缩短。

我们都知道, 当材料受拉或剪切时, 空穴将增长和聚集。Kachanov (1958) 率先研究了损伤材料; Rabotnov (1968) 在蠕变问题中, 引进了损伤因子; 目前, Lemaitre 和 chaboche (1978) 建立了蠕变-损伤累积模型。

特别是 Gurson (1977) 和 Rousselier (1981) 分别从微观和宏观, 提出了反映体积膨胀的损伤模型。

Rousselier 以热力学理论为基础, 运用内变量的唯象方法, 在正交性假定下, 成功地导出了增量理论。

本文是在 Rousselier 的理论基础上, 导出了全量理论和公式中的 H 渐近表达式, 最后求出了损伤材料在平面应变条件下的应力应变场。

二、Rousselier 模型的全量公式

1. 全量理论

Rousselier (1981) 提出了塑性势 Φ

$$\Phi = \frac{\sigma_{eq}}{\rho} + q_1 \exp(3\sigma_m/2\rho) - \varphi_1(\alpha) \quad (2.1)$$

$\varphi_1(\alpha)$ 是与材料硬化有关的函数, α 是内变量, ρ 是材料密度, q_1 是修正系数。

在弹性和塑性都是小变形的情况下, 假定基体是理想塑性体, (2.1) 式化为

$$\Phi = \sigma_{eq} + q_1 \exp(3\sigma_m/2) - 1 \quad (2.2)$$

由塑性增量理论

本文于1986年8月28日收到。

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}} + \frac{1}{2} q_1 \cdot f \cdot \exp(3\sigma_m/2) \delta_{ij} \right)$$

所以

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} ds_{ij} + \frac{1-2\nu}{E} d\sigma_m \delta_{ij} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}} + \frac{1}{2} q_1 f \exp(3\sigma_m/2) \delta_{ij} \right) d\lambda \quad (2.3)$$

$\sigma_m = \sqrt{3}/2 s_{ij} s_{ij}$, s_{ij} 是应力偏量, $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$, $J_2 = \frac{1}{2} \cdot s_{ij} s_{ij}$, f 是空穴体积比。上面公式中各应力分量以及材料常数 E 、 G 都是无量纲化量。

在比例加载条件下

$$s_{ij} = T \cdot s_{ij}^0 \quad (2.4)$$

T 是加载参数, s_{ij}^0 是给定的偏应力分量。

积分 (2.3) 式,

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{1}{2G} + H \right) s_{ij} + \left(\frac{1-2\nu}{E} \sigma_m + \frac{1}{2} \int q_1 f \exp(3\sigma_m/2) d\lambda \right) \delta_{ij} \quad (2.5)$$

塑性体积膨胀量是

$$\varepsilon_m^p = \frac{1}{2} \int q_1 \cdot f \exp(3\sigma_m/2) d\lambda = \frac{1}{3} \ln \frac{1-f_0}{1-f} \delta_{ij} = \varepsilon_m^p \quad (2.6)$$

由 (2.5) 和 (2.6) 得

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{1}{2G} + H \right) s_{ij} + \frac{1}{3} \ln \frac{1-f_0}{1-f} \delta_{ij} \quad (2.7)$$

其中, $H = \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{eq}^p}{\sigma_{eq}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\Lambda}{\sqrt{J_2}}$, ε_{eq}^p 是等效塑性应变。式 (2.7) 就是所要求的全量

公式, 值得指出的是塑性应变 ε_{ij}^p 中含有体积膨胀。

2. Rousselier 的损伤材料全量模型一般

不满足广义规范材料的正交性假定

在前一节, 我们已经导出了全量公式 (2.7), 但公式中的 $H(\sigma_{ij})$ 并没有给出, 下面求 H 。

为了叙述方便, 令

$$\Lambda_0 = \frac{\int_0^\Lambda q_1 \cdot f \exp(3\sigma_m/2) d\lambda}{q_1 \cdot f \exp(3\sigma_m/2)} \quad (2.8)$$

这样 (2.7) 式可以写为

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^p &= \Lambda \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \right)_s + \Lambda_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{kk}} \delta_{ij} \\ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \right)_s &= \frac{3}{2} \cdot \frac{s_{ij}}{\sigma_{eq}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

如果

$$\Lambda = \Lambda_0$$

则材料满足广义规范材料全量关系的正交性假定。由式 (2.2) 和 (2.8), 得:

$$\Lambda_0 (\sigma_{c\theta}^0 T - 1) = \int_0^{\Lambda} (T \sigma_{c\theta}^0 - 1) d\Lambda, \quad T \cdot \sigma_{c\theta}^0 = \sigma_{c\theta}, \quad (2.10)$$

将 (2.10) 二边关于 Λ 求导, 得

$$\frac{d\Lambda_0}{d\Lambda} (\sigma_{c\theta}^0 T - 1) + \Lambda_0 \left(\sigma_{c\theta}^0 \frac{dT}{d\Lambda} \right) = (T \sigma_{c\theta}^0 - 1) \quad (2.11)$$

这里研究的是损伤材料, $dT/d\Lambda$ 不可能为 0. 所以塑性因子 Λ 不等于 Λ_0 , 就是说, 材料不满足广义规范材料全量关系的正交性假定.

3. 渐近表达式

由连续性方程和 Rousselier 的理论.

$$\dot{\rho}/\rho + 3\dot{\epsilon}_m^p = 0 \quad (2.12)$$

$$\dot{\epsilon}_m^p = \dot{\Lambda} q_1 \cdot f \cdot \exp(3\sigma_m/2)/2 \quad (2.13)$$

$$f = 1 - \rho(1 - f_0) \quad (2.14)$$

$$\frac{\dot{f}}{f(1-f)} = \frac{3}{2} \dot{\Lambda} q_1 \exp(3\sigma_m/2) \quad (2.15)$$

弹性应变率 $\dot{\epsilon}^e$ 被忽略, 并取 f 为广义时间 t . 方程 (2.15) 可写成为:

$$\Lambda = \int_{f_0}^f \frac{dt}{t(1-t) \frac{3}{2} \cdot q_1 \cdot \exp(3\sigma_m/2)} \quad (2.16)$$

令

$$\Lambda_* = \frac{\ln \frac{f(1-f_0)}{f_0(1-f)}}{\frac{3}{2} \cdot q_1 \exp(3\sigma_m/2)} \quad (2.17)$$

利用罗彼塔法则并且假定 $\frac{dT}{dt}$ 是有限的, 我们得

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\Lambda}{\Lambda_*} = 1 \quad (2.18)$$

H 的渐近表达式为

$$H = \ln \frac{1-f_0}{1-f} / \left(\frac{3}{2} q_1 \cdot \exp(3\sigma_m/2) \cdot \sigma_e \right) \quad (2.19)$$

(2.18) 式的结果也可以用数值计算得到证实, 见附录.

三、裂纹尖端应力场

平面应变条件为:

$$\epsilon_{13} = \epsilon_{23} = \epsilon_{33} = 0 \quad (3.1)$$

将式 (3.1) 代入 (2.7) 得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0 \\ \sigma_{33} = \frac{1}{2} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) - \frac{1}{2} \left(H + \frac{1}{2G} \right)^{-1} \ln \frac{1-f_0}{1-f} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

$$\left. \begin{aligned} s_{11} &= \frac{1}{2} (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + \frac{1}{6} \left(H + \frac{1}{2G} \right)^{-1} \ln \frac{1-f_0}{1-f} \\ s_{22} &= \frac{1}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{11}) + \frac{1}{6} \left(H + \frac{1}{2G} \right)^{-1} \ln \frac{1-f_0}{1-f} \\ s_{12} &= \sigma_{12} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

将方程(3.3)代入(2.7)得

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{1}{2} \left(H + \frac{1}{2G} \right) (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + \frac{1}{2} \ln \frac{1-f_0}{1-f} \\ \epsilon_{22} &= \frac{1}{2} \left(H + \frac{1}{2G} \right) (\sigma_{22} - \sigma_{11}) + \frac{1}{2} \ln \frac{1-f_0}{1-f} \\ \epsilon_{12} &= \left(H + \frac{1}{2G} \right) \sigma_{12} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

方程(3.4)是平面应变条件下的本构关系。对于纯I型裂纹,基本方程为:
平衡方程

$$\sigma_{i,jj} = 0 \quad (3.5)$$

连续性方程

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \epsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \\ \epsilon_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

本构方程: 式(3.4),

引进应力函数 φ , 平衡方程将自然满足。还应补充相容性方程

$$r^2 \frac{\partial^2 \epsilon_{\theta\theta}}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial \epsilon_{\theta\theta}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \epsilon_r}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial \epsilon_r}{\partial r} - 2 \left(\frac{\partial \epsilon_{r\theta}}{\partial \theta} + r \frac{\partial^2 \epsilon_{r\theta}}{\partial r \partial \theta} \right) = 0 \quad (3.7)$$

设

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= r^2 F_1(\theta) \\ H &= r^s F_2(\theta) \\ \ln \frac{1-f_0}{1-f} &= F_3(\theta) r^s \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

在裂纹尖端附近,应变能和应力是有限的,应变具有奇异性 r^s , $-1 \leq s < 0$ 。
取 $s = -1$, 得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2F_1 + F_1' \\ \sigma_{\theta\theta} &= 2F_1 \\ \sigma_{r\theta} &= -F_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{rr} &= \frac{1}{2} F_4(\theta) r^{-1} \\ \epsilon_{\theta\theta} &= \left(-\frac{1}{2} F_4(\theta) + F_3(\theta) \right) r^{-1} \\ \epsilon_{r\theta} &= -F_1' F_2 r^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

其中 $F_4(\theta) = F_1'' F_2 + F_3$, 忽略了弹性应变。方程 (3.7)、(2.2) 和 (2.19) 分别为:

$$F_4''(\theta) + F_4(\theta) = 0 \quad (3.11)$$

$$\left(\frac{3}{4} F_1''^2 + \frac{1}{4} F_3^2 F_2^{-2} + 3F_1'^2\right)^{1/2} + q_1 \exp\left(\frac{3}{4}(F_1'' + 4F_1) - \frac{1}{4} F_3 F_2^{-1}\right) - 1 = 0 \quad (3.12)$$

$$q_1 \exp\left(\frac{3}{4}(F_1'' + 4F_1) - \frac{1}{4} F_3 F_2^{-1}\right) \left(\frac{3}{4} F_1''^2 + 3F_1'^2 + \frac{1}{4} F_3^2 F_2^{-2}\right)^{1/2} = F_3 F_2^{-1} \quad (3.13)$$

方程 (3.11), (3.12) 和 (3.13) 是裂纹尖端控制方程。边界条件是

$$F_1'(0) = F_1'(\pi) = F_1(\pi) = 0, \quad u_\theta|_{\theta=0} = 0 \quad (3.14)$$

将 (3.12) 关于 θ 求导并使用 (3.13), 得

$$(F_1'' + 4F_1)' \cdot (F_1'' + 3F_1') = 0 \quad (3.15)$$

其中 $x = F_3/F_2$, 方程 (3.15) 的解为

$$F_1'' + 4F_1 = \text{const.} \quad (3.16)$$

或

$$F_1'' = -x \quad (3.17)$$

将方程 (3.17) 代入 (3.13), 得

$$q_1 \exp(F_1'' + 3F_1) (F_1''^2 + 3F_1'^2)^{1/2} = -F_1' \quad (3.18)$$

设想裂纹尖端附近塑性区是由三个区域拼凑而成, A、B 和 C 区(如图 1 所示)。它们的控

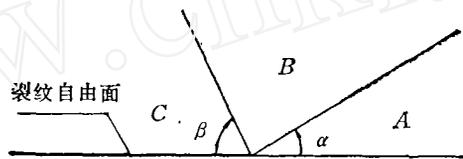


图 1

制方程分别为:

$$F_1'' + 4F_1 = 4A_2 \quad (A) \quad (3.19)$$

$$q_1 \exp(F_1'' + 3F_1) \cdot (F_1''^2 + 3F_1'^2)^{1/2} = -F_1' \quad (B) \quad (3.20)$$

$$F_1'' + 4F_1 = 4C_2 \quad (C) \quad (3.21)$$

其中 $q_1 = 0.57^{161}$, A_2 和 C_2 是常数。满足边界条件 (3.14) 的解是:

$$\left. \begin{aligned} F_1(\theta) &= A_1 \cos(2\theta) + A_2 \\ F_1'(\theta) &= -2A_1 \sin(2\theta) \\ F_1''(\theta) &= -4A_1 \cos(2\theta) \end{aligned} \right\} \quad (\text{在 } A \text{ 区}) \quad (3.22)$$

$$\left. \begin{aligned} F_1(\theta) &= C_1(\cos(2\theta) - 1) \\ F_1'(\theta) &= -2C_1 \sin(2\theta) \\ F_1''(\theta) &= -4C_1 \cos(2\theta) \end{aligned} \right\} \quad (\text{在 } C \text{ 区}) \quad (3.23)$$

令

$$(F_1, F_1', F_1'') = (u, v, w) \quad (3.24)$$

方程 (3.20) 化为

$$\left. \begin{aligned} du/d\theta &= V \\ dv/d\theta &= W \\ dW/d\theta &= 3V(W^2(W^2 + 3V^2)^{-3/2} - q_1 \exp(W + 3u))/(-W^2(W^2 \\ &\quad + 3V^2)^{-3/2} + (W^2 + 3V^2)^{-1/2} + q_1 \exp(W + 3u)) \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

将方程的解(3.23)代入(3.12)和(3.13),得

$$(12C_1 + X^2/4)^{1/2} + q_1 \exp(-3C_1 - X/4) - 1 = 0 \quad (\text{在 } C \text{ 区}) \quad (3.26)$$

$$q_1 \exp(-3C_1 - X/4) \cdot (12C_1^2 + X^2/4)^{1/2} = X \quad (\text{在 } C \text{ 区}) \quad (3.27)$$

从方程(3.26)、(3.27)可确定 x 和 C_1 的值,运用边界 Γ_B 上的应力连续性条件,便得到关于 β 角的方程

$$\cos(2\beta) = y \quad (3.28)$$

其中 y 满足

$$\frac{(3 + y^2)^{1/2} + 2y}{(3 + y^2)^{1/2}} + q_1 \exp\left(\frac{3(3 + y^2)^{1/2} + 6y}{2 \cdot (3 + y^2)} + \frac{y(3 + y^2)^{1/2} + 2y^2}{2 \cdot (3 + y^2)}\right) - 1 = 0 \quad (3.29)$$

继而得到 Γ_B 上的各应力分量,并以此为初值,用龙格-库塔法求解方程(3.25)。利用边界 Γ_C 上的应力连续性条件,得到关于 α 角的方程

$$2F_1''(\alpha^+) \sin(2\alpha) - 4F_1'(\alpha^+) \cos(2\alpha) = 0 \quad (3.30)$$

解出的结果为:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 31.5974^\circ, & \alpha - \beta &= 115.0974036^\circ \\ X &= 0.212607851, & A_2 &= 0.13737297 \\ A_3 &= 0 & C_1 &= -0.083026678 \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

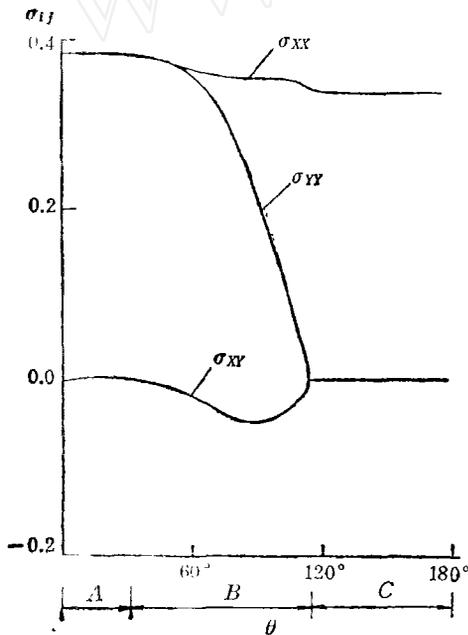


图 2

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_y = 0.3747597 \\ \sigma_{xy} &= 0 \end{aligned} \right\} (A) \quad (3.32)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 0.332106712 \\ \sigma_y &= \sigma_{xy} = 0 \end{aligned} \right\} (C) \quad (3.33)$$

B区的应力分布见图2。

在A区,函数 $F_1(\theta)$ 是常数,方程(3.11)变为

$$\left. \begin{aligned} F_3'(\theta) + F_3(\theta) &= 0, \\ F_3(\theta) &= A_4 \cos \theta + A_5 \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

函数 $F_3(\theta)$ 是有限的,并且 $\sigma_{\theta\theta}$ 在A区为0。故

$$F_4(\theta) = 0 \quad (\text{在 } A \text{ 区}) \quad (3.35)$$

在B区,相容性方程自动满足,函数 $F_2(\theta)$ 和 $F_3(\theta)$ 是任意的。很显然成立

$$F_4(\theta) = 0 \quad (\text{在 } B \text{ 区}) \quad (3.36)$$

在C区,成立

$$X = 0.212607851 \quad (3.37)$$

$$F_2(\theta) = (C_4 \cos \theta + C_5 \sin \theta)/(X + 0.332106712 \cos 2\theta) \quad (3.38)$$

$$F_4(\theta) = C_4 \cos \theta + C_5 \sin \theta \quad (3.39)$$

利用 (3.6) 式得

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \frac{1}{2} F_4(\theta) \ln r + o(\ln r) \\ u_\theta &= -\frac{1}{2} \int_{\pi-\beta}^{\theta} F_4(\theta) \ln r d\theta + o(\ln r) \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

利用相容性方程和在边界 Γ_B 上的应力、位移连续性, 可得

$$\left. \begin{aligned} C_4 \cos(\pi - \beta) + C_5 \sin(\pi - \beta) &= 0 \\ C_4 \sin(\pi - \beta) - C_5 \cos(\pi - \beta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

所以成立

$$C_4 = C_5 = 0 \quad (3.42)$$

即

$$F_4(\theta) = 0 \quad (\text{在 } C \text{ 区}) \quad (3.43)$$

利用方程 (3.6) 和上面的结果, 可得

$$\left. \begin{aligned} u_r &= -f'(\theta) + o(r) \\ u_\theta &= f(\theta) + o(r) \end{aligned} \right\} \quad (3.44)$$

其中函数 $f(\theta)$ 满足

$$\left. \begin{aligned} f''(\theta) + f(\theta) &= 2F_1F_2 - \int_{\pi}^{\theta} F_3(\theta) d\theta \\ f(\theta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

很显然, 位移分量 u_i 是连续的且满足边界条件。

四、结论和讨论

1. 这篇文章给出了损伤材料的全量公式并且在裂纹尖端给出了 H 的渐近表达式。
2. 比较经典理论与考虑膨胀的损伤理论的裂纹尖端附近应力分布可知, 由经典理论算出的最大应力值比本文给出的要大。
3. 在裂纹尖端, 位移没有奇异性。
4. 经典理论给出了在中心区 B , 对于理想塑性材料, 仅剪应变分量具有 r^{-1} 奇性, 本文给出了 $\varepsilon_{r\theta}$ 、 $\varepsilon_{\theta\theta}$ 二个应变分量具有 r^{-1} 奇性。

附 录 (A)

数值验证 H 的渐近公式

在一般的三轴应力作用下:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} &= K_1 \sigma_{11} \\ \sigma_{33} &= K_2 \sigma_{11} \\ \sigma_{eq} &= \sqrt{\frac{3}{2} (s_{11}^2 + s_{22}^2 + s_{33}^2)} \end{aligned} \right\} \quad (A.1)$$

当基体是理想塑性体时, Rousselier 的塑性势为

$$\Phi = \sigma_{eq} + q_1 \cdot f \exp(3\sigma_m/2) - 1 \quad (A.2)$$

增量本构关系

$$d\epsilon_{ij}^p = d\Lambda \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}} + \frac{1}{2} q_1 f \exp(3\sigma_m/2) \delta_{ij} \right) \quad (A.3)$$

或者写成为:

$$\epsilon_{ij}^p = \lambda \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}} + \frac{1}{2} q_1 f \exp(3\sigma_m/2) \delta_{ij} \right) \quad (A.4)$$

由此可得

$$d\Lambda = \lambda dt \quad (A.5)$$

在弹性小变形时, ρ 不随弹性变形而变化, 连续性方程为

$$\dot{\rho} + 3\rho \dot{\epsilon}_m^p = 0 \quad (A.6)$$

其中

$$\dot{\epsilon}_m^p = \lambda/2 \cdot q_1 f \exp(3\sigma_m/2) \quad (A.7)$$

$$\rho = \frac{1-f}{1-f_0}, \quad \text{即 } f = 1 - \rho(1-f_0) \quad (A.8)$$

将 (A.5)、(A.7) 和 (A.8) 代入 (A.6) 得

$$d\rho + \frac{3}{2} \rho \cdot f \exp\left(\frac{3}{2} \sigma_{11} \cdot (1 + K_1 + K_2)\right) d\Lambda = 0 \quad (A.9)$$

给定 f_0 , K_1 和 K_2 , 利用 (A.6) 和 (A.9) 进行迭代运算, 得到 ρ , f , σ_{11} 与 Λ 的关系。

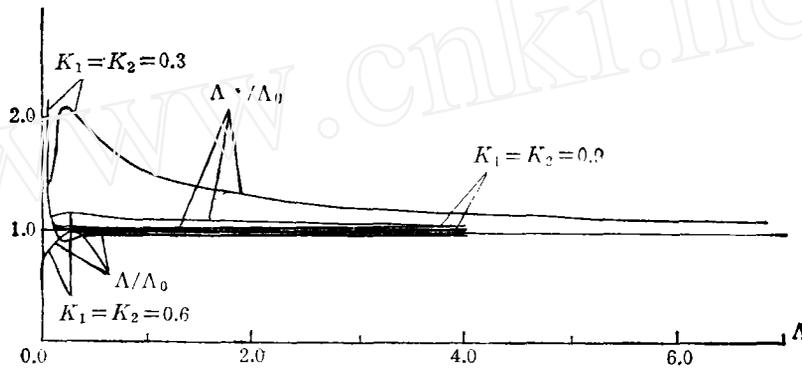


图 3

从图 3 中可以看出, 对不同的 f , Λ/A_0 取值一般并不一样, 但当 Λ 很大时, 即 f 接近于 1 时, Λ/A_0 趋于 1, Λ_*/A_0 趋于 1, 因此 Λ/Λ_* 也趋于 1. 从而从数值计算角度又证明了前面导出的 (2.19) 式是正确的。

参 考 文 献

- [1] Gurson, A. L., *J. Eng. Material and Techno.*, 99(1977), 2-15.
- [2] Hutchinson, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, 16, 1(1968), 13-31.
- [3] Kachanov, L. M., *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Otdel. Takh. Nauk.* 8(1958), 26-31.
- [4] Lemaitre, J. and Chaboche, J. L., *J. Méca. Appl.*, 2, 3(1978), 317-365.
- [5] Rice, J. R. and Rosengren, G. R., *J. Mech. Phys. Solids*, 16 1(1968), 1-12.
- [6] Rousselier, G., In "3-D Constitutive Relations and Ductile Fracture", Ed. Nemat-Nasser, S. (1981), 331-355.
- [7] Rabotnov, Y. N., *Creep Rupture, Proc. 12th Int. Cong. Appl. Mech. IUTAM* (1968), 342-349.

A STRESS FIELD OF A DAMAGE MATERIAL NEAR CRACK TIP

Tang Qihen Wang Tzuchiang

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract In this paper, a deformation theory of plasticity for damaged materials is proposed. An asymptotic expression for H near a crack tip is obtained. Finally, the stress and strain fields near the crack tip are presented.

Key words: damaged materials, deformation theory of plasticity, asymptotic expression, crack tip, stress, strain fields.

www.cnki.net