

可瘪管定常流动自激振荡

陶祖莱

(中国科学院力学研究所)

丁启明 席葆树

(清华大学工程力学系)

提要 可瘪管流动自激振荡现象在医学和医学工程上有重要意义. 本文从一维流动方程出发, 分析流动惯性、粘性和管壁弹性相互作用引起的稳定性问题, 讨论重力和外压梯度的影响, 并通过模型实验, 考察不同激励机理引起的振动特性.

关键词 可瘪管; 自激振荡; 稳定性.

1. 理论分析

假设: (i) 流体为不可压缩牛顿流体, 流动是一维的; (ii) 管壁惯性及纵向弯曲刚度的影响可以不计, 管壁力学性质可用管律描述; (iii) 自然状态下管道为直圆柱管, 这在压瘪过程中流动参数沿轴向变化不太急剧. 这样, 若以流体密度 ρ 、管壁材料参考波速 c_0 、自然状态下管内半径 R_0 ($A_0 = \pi R_0^2$) 为参考, 则基本方程为:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial A}{\partial x} = 0 \quad (1a)$$

$$A \frac{\partial u}{\partial t} - u \frac{\partial A}{\partial t} + (c^2 - u^2) \frac{\partial A}{\partial x} = -A^{-1/2} u^2 c_l - F_l^2 \frac{dz}{dx} A - A \frac{\partial p_e}{\partial x} \quad (1b)$$

$$c^2 = A \frac{df}{dA} \quad (1c)$$

当 $R_0 \ll 1$ 时, 方程 (1b) 右端第一项可改写为 $-\lambda u$, 这里: x, t 为空间和时间坐标, c 为波速, p 为内压, p_e 是外压, A 是截面积, u 为流速, z 为垂直高度, $F_l = \frac{\sqrt{gH}}{c_0}$ (g 是重力加速度, H 是参考高度), R_0 是流动 Reynolds 数, c_l 是以 $\rho \dot{u}^2$ 为参考的摩擦系数, λ 是小 Reynolds 数下的摩擦系数. $f = f(A)$ 表征管律.

令
$$F = \bar{F} \left(1 + \frac{F'}{\bar{F}} \right) \quad (2)$$

F 为任一流动参数, \bar{F} 为其平均量, F' 为扰动量, $|F'/\bar{F}| \ll 1$, 以此代入 (1), 得各级近似.

1) 平均流动 (零级近似)

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \bar{A} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial \bar{A}}{\partial x} = 0$$

本文于1984年5月15日收到.

$$\left. \begin{aligned} \overline{A} \frac{\partial \overline{u}}{\partial t} - \overline{u} \frac{\partial \overline{A}}{\partial t} + (\overline{c}^2 - \overline{u}^2) \frac{\partial \overline{A}}{\partial x} &= -\overline{c}_1 \overline{A}^{-1/2} \overline{u}^2 - F^2 \frac{dz}{dx} \overline{A} - \overline{A} \frac{\partial \overline{p}_c}{\partial x} \\ \overline{c}^2 &= \overline{A} f'(\overline{A}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

显然, $\overline{u} < \overline{c}$ 和 $\overline{u} > \overline{c}$ 时, 流动有质的变化, 这种变化是不连续的。此时管道首先在某一位置被压瘪, 形成“喉道”, 流动被“堵塞”, 部分流体被滞留于“喉道”紧上游, 当地管道扩张, 平均流速下降, 当地压力升高。一旦 \overline{u} 下降而小于 \overline{c} (当地), 上游局部高压传向喉部, 使它张开, 而这又使当地流速增大, 当 \overline{u} 上升而超过 \overline{c} (当地) 时, 再次形成喉道, \overline{u} 降低, 如此反复, 流动发生振荡。

所以, 由零级近似可得可瘪管定常流动因失稳而导致振荡的条件为

$$A_{c,0} = \left(\frac{\overline{u}}{\overline{c}} \right)_{c,0} = 1 \quad (4)$$

2) 一级近似

由 (1)、(2) 可得:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\overline{u} + \overline{c}) \frac{\partial}{\partial x} \right] \left[\frac{\partial}{\partial t} + \overline{u} - \overline{c} \right] \frac{\partial}{\partial x} A' + 2\overline{c}_1 \overline{u} \overline{A}^{-3/2} \left[\frac{\partial}{\partial t} + \overline{c}_1 \frac{\partial}{\partial x} \right] A' = 0 \quad (5)$$

$$\overline{c}_1 = \frac{5}{4} \overline{u} \left[1 - \frac{2}{5} \alpha \overline{A} - \frac{2}{5} \beta \cdot \frac{dz}{dx} \overline{A}^{3/2} - \frac{2}{5} \gamma \frac{\partial \overline{p}_c}{\partial x} \overline{A}^{3/2} \right] \quad (6)$$

$$\alpha = \left(\frac{\partial \overline{c}_1}{\partial \overline{A}} \right) / \overline{c}_1, \quad \beta = F^2 / \overline{c}_1 \overline{u}^2, \quad \gamma = (c_1 \overline{u}^2)^{-1} \quad (7)$$

由此可得一级近似下流动稳定性条件为

$$(\overline{u} - \overline{c}) / c_1 > \overline{u} + \overline{c}$$

$$\text{所以 } A_{c,1} = \left(\frac{\overline{u}}{\overline{c}} \right)_{c,1} = 4 \left[1 - 2\alpha \overline{A} - 2\beta \frac{dz}{dx} \overline{A}^{3/2} - 2\gamma \frac{\partial \overline{p}_c}{\partial x} \overline{A}^{3/2} \right]^{-1} \quad (8)$$

当 $\frac{\overline{u}}{\overline{c}} < \left(\frac{\overline{u}}{\overline{c}} \right)_{c,1}$ 时, 流动失稳, 它可能形成不规则的脉动, 也可能导致类似于明渠水流失稳时的“滚波”型的规则的振荡。因此, 这类失稳是可瘪管定常流动可能的激振机理之一。

3) 讨论

a. 无粘流动 此时有:

$$\frac{\partial^2 A'}{\partial t^2} + 2\overline{u} \frac{\partial^2 A'}{\partial x \partial t} + (\overline{u}^2 - \overline{c}^2) \frac{\partial^2 A'}{\partial x^2} - F^2 \frac{dz}{dx} \frac{\partial A'}{\partial x} - \frac{\partial \overline{p}_c}{\partial x} \frac{\partial A'}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

显然不存在“滚波”型振荡问题。可见, 导致“滚波”型振荡的原因是流动惯性、粘性和管壁弹性三者的耦合作用, 粘性效应在其中起决定作用。

b. 粘性的作用

令 $\frac{dz}{dx} = 0, \overline{p}_c(x) = \text{常数}$, 则 (8) 变为:

$$A_{c,1} = 4(1 - 2\alpha \overline{A})^{-1} \quad (10)$$

因为 $\frac{\partial c_1}{\partial \overline{A}} < 0$, 所以 $\alpha > 0$, 故 $\frac{\partial A_{c,1}}{\partial c_1} < 0$, 可见“滚波”稳定性随粘性摩擦的增大而降低, 故

流动Reynolds数越小,‘滚波’失稳的可能性越大,现就三种情形作近似估计:

(i) $R_e \gg 1$, 湍流, 用Blasius公式可得 $A_{c,r} \sim \frac{16}{5}$;

(ii) $R_e \gg 1$, 层流, 用Poiseuille公式可得 $A_{c,r} \sim 2$;

(iii) $R_e \ll 1$, 用润滑理论, 滚波失稳条件变为:

$$A_{c,r} = \left[-\frac{\bar{\alpha}}{\bar{A}} - \frac{\bar{F}_c}{\lambda} - \frac{dz}{dx} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \bar{p}_c}{\partial x} \right]^{-1} \quad (11)$$

当 $\frac{dz}{dx} = 0$, $\frac{\partial \bar{p}_c}{\partial x} = 0$ 时, (11) 变为

$$A_{c,r} = \frac{-1}{\bar{\alpha} \bar{A}} \quad (12)$$

这和Pedley的结果一样, 应用椭圆管的 λ , 有 $A_{c,r} \sim \frac{1}{2}$.

由此可见, 当Reynolds数较高时, 可瘪管定常流动的主要激振机理是当流速接近于当地管壁材料波速时发生的流动堵塞效应(不考虑下游刚性端的影响, 而当Reynolds很低时, ‘滚波’型失稳将是激振的主要因素(不计下游刚性端影响)).

c. 重力的影响 $\beta > 0$, 故 $\frac{dz}{dx} < 0$ 时, 重力使‘滚波’稳定性提高; 而当 $\frac{dz}{dx} > 0$ 时, 重力使‘滚波’稳定性降低.

d. 外压轴向梯度的影响 $\gamma > 0$, 故顺压梯度 $\left(\frac{\partial \bar{p}_c}{\partial x} < 0 \right)$ 促进‘滚波’失稳, 而逆压梯度 $\left(\frac{\partial \bar{p}_c}{\partial x} > 0 \right)$ 则使‘滚波’失稳推迟.

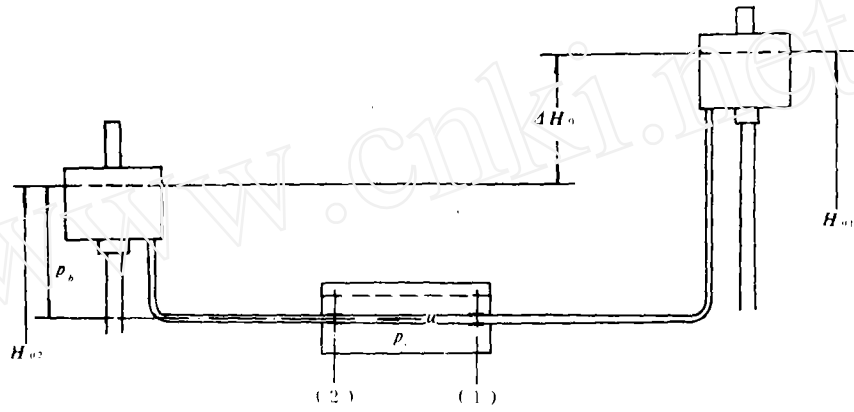
2. 实验研究

流动惯性、粘性效应、管壁弹性和端点边界条件四者的耦合作用, 可形成多种激振机理, 小心地设计实验以区别不同激振机理引起的可瘪管流动自激振荡, 是十分必要的. 本实验的目的在于: (i) 把 $\bar{u} \sim \bar{c}$ 时, 流动不连续变化(突变)引起的振荡和Pedley机理区分开来; (ii) 考察‘滚波’型振荡的特性; (iii) 考察重力的影响.

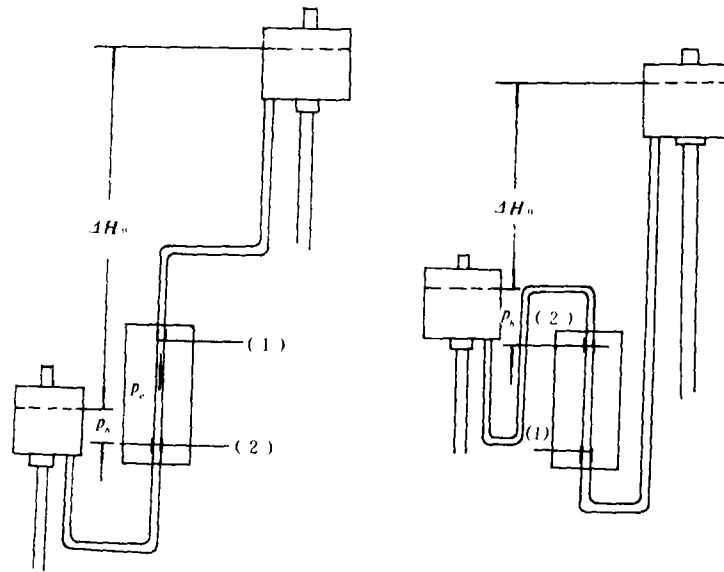
1) 实验方法 实验系统如图1所示, 实验段为均匀乳胶管, 实验段主要参数列于表1. 实验段长径比约为60, 管腔容积与密封箱容积之比约为0.015, 实验(I)中箱内充水, 实验(II)和(III)中箱内为空气, 测量方法及实验过程可参阅文献[2], [3].

2) 结果和讨论

a. 图2(a)和(b)分别给出了模型(II)和模型(I)在 $A_m = u_0/c_m$ 分别等于2.15和2.03时, 下游端的压力波形. 按文献[3]的分析和实验结果, 此时流动发生突变, 必有 $\frac{\bar{u}}{\bar{c}} \sim 1$. 因而满足激振条件(4). 实验表明, 流动的突变必然引起自激振荡, 但图2(a)和(b)的波形有质的差别. 这是因为(b)所示的振荡是流动突变和下附端边界条件的耦合作用的结果, 既有堵塞效应, 又有Pedley机制起作用, 而(a)主要反映流动堵塞引起的振荡, 因为此时



a) 模型 (I)



b) 模型 (II)

c) 模型 (III)

图1 模型实验梗概

‘喉道’远离下游端点(约40余倍管径处), Pedley 机制不起作用. 显然, (b) 中压力脉动比(a)强烈得多, 而(a)更接近于生理流动情形.

表1 实验段主要参数表

编号	h (cm)	R_0 (cm)	h/R_0	K_p (dyn/cm ²)	c_0 (cm/s)
A	0.051	0.814	0.063	397.20	19.93
B	0.080	0.796	0.100	1533.00	39.15

观察还表明, 在实验(II)的条件下, '喉道' 位置是变动的, 有时会形成双喉道. 与此相应, 测得的压力波带有明显的节拍, 如图2(a)示.

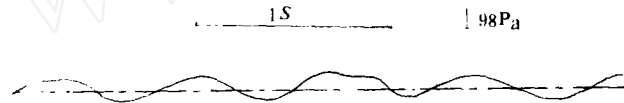
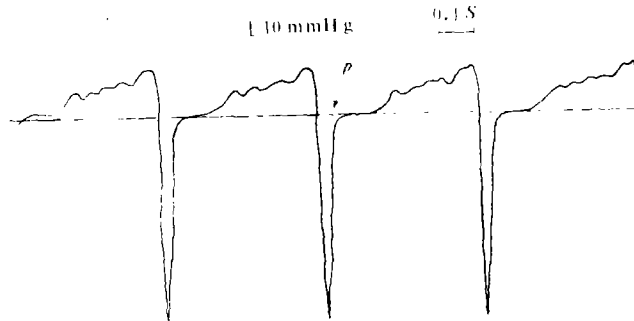
a) 自然突变 $A_m = 2.45$ $\hat{p}_c = 0$ 实验(II)b) 约束突变 $A_m = 2.03$ $\hat{p}_c = 20$ mmHg 实验(I)

图2 突变引起的压力波动

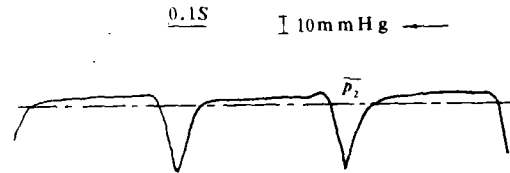
图3 渐变但有振荡时的压力波形, $A_m \approx 0.80$, 实验(I)

图3取自实验(I), $A_m \approx 0.80$, 流动不发生突变, 但有振荡, 它起因于Pedley机制.

由图3可见 $[p_2(t)]_{max} > p_e$, 这为Pedley假说提供了一个直接证据。

b. 如上分析, ‘滚波’型振荡发生于低Reynolds数流动. 对本实验来说, 只可能在开启初期或压瘪末期出现. 但后者可能是压瘪初期流动振荡的延续, 且难于把它和Pedley机制引起的振动区分开来。

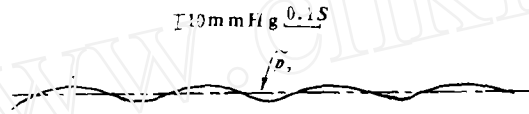


图4 实验(I)开启过程初期振荡波形 $A_m \approx 0.68$

图4是实验(I)在 $A_m = 0.68$ 时记录下来的压力脉动. 此时, 管道能在上游端部附近首先开启, 故所发生振荡似不能归结于Pedley机制, 而且在下游端测得的 $[p_2(t)]_{max} < p_e$, 这也证明这不是Pedley型振荡. 而 $A_{cr,1} \approx 0.5 < A_m < 1 = A_{cr,0}$, 所以我们认为这种压力脉动是‘滚波’型振荡所致. 它和图3的波形有质的区别。

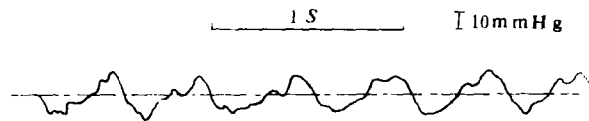


图5 约束突变引起的振荡波形实验(III)

c. 图5是实验(III)中测得的压力波形, $A_m = 0.81$. 在实验(III)和实验(I)里, 管道总是首先在下游刚性端附近压瘪, 故在流动不发生突变的条件下, 两者流动振荡都是由Pedley机制所致. 但比较图5和图3可以看出, 两者有质的不同, 这种不同反映了重力的作用。

参 考 文 献

- [1] Pedley, J. T., Fluid Mechanics in Large Vessels. Univ. Press, Oxford, (1980).
- [2] 陶祖莱, 席葆树, 中国科学(A), 9, (1986).
- [3] 陶祖莱, 丁启明, 席葆树, 中国科学(A), 12, (1984).

ON THE MECHANISMS OF SELF-EXCITED
OSCILLATION OF THE STEADY FLOW
IN COLLAPSIBLE TUBES

Tao Zulai

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Ding Qiming, Xi Baoshu

(Qinghua University)

ABSTRACT: Based on the equations of one-dimensional unsteady flow in deformable tubes, we have analyzed the stability of the steady flow in collapsible tubes. Two types of the mechanisms of self-excited oscillation and the effects of viscosity, gravity as well as the longitudinal gradient of external pressure have been discussed. Furthermore, three types of model experiments have been conducted. Results show that the feature of self-oscillation excited by different mechanisms are distinct very much.

KEY WORDS collapsible tube, self-oscillation, stability.