第 18 卷 第 2 期 力 学 学 报 Vol. 18, No. 2
1986 年 3 月 ACTA MECHANICA SINICA Mar., 1986

论陀螺的迴转稳定准则及其应用

徐 硕 昌
(中国科学院力学研究所)

提要 本文以卡尔丹角为方位参量，建立了轴对称刚体(陀螺)永久转动情形的非线性稳定方程组. 应用 Ляпунов 直接方法证明了具有完全耗散情形的陀螺迴转稳定准则：陀螺绕对称轴自由迴旋稳定的充要条件是转子呈扁形. 这一准则不仅为陀螺仪设计提供理论依据，而且为飞行器用自旋稳定实现姿态控制提供理论依据. 美国发射的 Explorer-1 号绕长轴自旋失稳和第一颗通讯卫星 Syncon 号绕短轴自旋取得姿态控制成功的事实都能依据这一准则得到合理解释.

一、引 言

众所周知，绕对称轴高速迴旋的刚体(陀螺)能在惯性空间维持固定的自转方向. 经典力学通过直接积分运动方程证明了：刚体绕最大惯量主轴(短轴)和最小惯量主轴(长轴)都是稳定的；只有绕中间轴旋转是不稳定的.

1883 年，Kelvin 最先在线性近似下证明了陀螺系统的稳定准则[1]. 运用 Ляпунов 直接方法，Chetaev 证明了刚体定点运动的 Lagrange 情形的稳定性和耗散情形的 Kelvin-Tait-Chetaev 定理[2]. 根据 KTC 定理，具有能量耗散情形的陀螺系统只有绕最大惯量主轴(短轴)旋转才能稳定，这些稳定结论都有线性假设的局限.

近二十年来，在航天技术中，飞行器利用自旋稳定实现姿态控制方案的实施促进了陀螺系统稳定理论的发展[3-6]. 1958 年美国发射的第一颗卫星 Explorer-1 号设计用绕长轴自旋实现姿态控制. 但当卫星进入飞行轨道仅几小时就发生翻滚. 为什么会失败？美国科学家推测是由于卫星的 4 根鞭状天线的能量耗损，使卫星由绕长轴旋转变为绕短轴的旋转状态. 后来在 1963 年发射第一颗通讯卫星 Syncon 号时，就改为绕短轴旋转，获得了姿态控制的成功[6]. 他们的具体论证只有类比推测而不是严格证明，例如文 [6] § 2-5 和文 [7] § 3-8 中的论述.

本文引入卡尔丹角为方位参量，给出了轴对称刚体永久转动的非线性稳定问题的普遍数学提法. 应用 Ляпунов 直接方法建立了大扰动稳定理论. 在能量耗损是完全的条件下，证明了陀螺迴转稳定准则. 这是 KTC 定理在大扰动情形下的推广形式. 它提供了陀螺仪设计的指导思想和利用自旋实现飞行器姿态控制的理论依据.

二、问题的数学提法

我们在大扰动的普遍情形下来提出轴对称刚体的永久转动的非线性稳定问题. 假设

本文于 1984 年 8 月 21 日收到.

刚体绕铅垂的对称轴旋转角速度为 Ω_0，其重心比支点高 h. 这包括陀螺和飞行器两种情形：对于陀螺考虑支承轴承的摩擦，同周围空气的摩擦等情形；对于飞行器考虑包括空气、电磁场和光压等各种阻尼以及类似天线一类的弹性构件引起的能量耗散，飞行器阻尼包括对转动能和平动能的耗散，这里首先考虑前一种情形，后一种情形在 §5 中讨论. 对于陀螺摩擦力矩的处理参考 [1] §8 和 [9]，对于飞行器阻力的处理参考文献 [3] 和 [4].

本文仅考虑能量耗散是完全的情形，假设耗散力矩具有形式

$$-\hat{D}\cdot\omega^* \tag{1}$$

其中 ω 为扰动角速度，ω^* 为 ω 的转置向量. $\hat{D}$ 为矩阵，其分量是刚体转动惯量分量和阻尼系数，角速度分量的函数. 平衡时 ($\omega=0$) 阻尼力矩对自转动能的耗散将由主动转动矩补偿，以维持角速度 Ω_0 恒定. 假设耗散是完全的，这等价于假定耗散算子 $\hat{D}$ 是正定的，即存在最小本征值 λ_1 及对应的本征函数 ω_1 满足

$$\omega\cdot\hat{D}\cdot\omega^*\geqslant\lambda_1\omega_1\cdot\omega_1^* \tag{2}$$

这包括了以前各文对完全耗散阻尼力矩的假设.

本文处理方法和文献[8]类似，不同处是选择卡尔丹角 α,β,γ 为方位参量. 这样就避免了用 9 个方向余弦作变量只有三个独立所带来的不便.

首先引入三个基本坐标系：

(1) 固定坐标系 $\{o,\xi_1,\xi_2,\xi_3\}$：ξ_3 轴取为铅直向上. 坐标单位基矢为 i_1^0, i_2^0, i_3^0. 坐标原点为 o.

(2) 旋转坐标系 $\{o,x_1,x_2,x_3\}$：x_3 轴和 ξ_3 轴重合，此系相对坐标系以 $\Omega_0=(0,0,\Omega_0)$ 旋转，坐标单位基矢为 i_1, i_2, i_3.

(3) 固连坐标系 $\{o,x_1',x_2',x_3'\}$：此系和刚体相固连，x_3' 轴取为对称轴，坐标基矢为 i_1', i_2', i_3'.

设陀螺是安置在陀螺框架、即卡尔丹环架上，对于飞行器则是为了引入三角方位角而虚构的情形. 设外环 R_1 的轴是 x_1 轴，α 为绕 x_1 轴的转角，内环 R_2 支承于外环 R_1 中，内环 R_2 的轴垂直于 x_1 轴，β 为绕内环轴的转角；内环 R_2 的轴在初始时刻和 x_1 轴重合；γ 为绕对称轴的转角.

设 $\{o,x'\}$ 和 $\{o,x\}$ 系之间变换矩阵为 $\hat{T}$，其转置矩阵为 $\hat{T}^*$，用 α,β,γ 角表示方向余弦，变换矩阵具有形式[9]：

$$\hat{T}=\begin{pmatrix}\cos\beta\cos\gamma & \cos\alpha\sin\gamma+\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & \sin\alpha\sin\gamma-\cos\alpha\sin\beta\cos\gamma\\ -\cos\beta\sin\gamma & \cos\alpha\cos\gamma-\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & \sin\alpha\cos\gamma+\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma\\ \sin\beta & -\sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha\cos\beta\end{pmatrix} \tag{3}$$

我们相对旋转坐标系 $\{o,x\}$ 列出控制扰动运动的方程组，包括动量矩方程和卡尔丹角方程，6 个未知函数 $\omega_1,\omega_2,\omega_3,\alpha,\beta,\gamma$ 的常微分方程组.

动量矩方程

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}[\omega\cdot\hat{J}]+\{\Omega_0\times[\omega\cdot\hat{J}]+\frac{d}{dt}[\Omega_0\cdot\hat{J}]\}\\&=M_{gh}(\sin\alpha\cos\beta,\ \sin\beta,\ 0)-\Omega_0^2(C-A)\\&\quad\times\{\cos\alpha\sin\alpha\cos^2\beta,\ \cos\alpha\cos\beta\sin\beta,\ 0\}-\hat{D}\cdot\omega^*\end{aligned} \tag{4}$$

其中 $\hat{J}$ 为刚体惯量张量,

$$\hat{J}=\hat{T}^{*}\cdot\begin{pmatrix}A & 0 & 0\\ 0 & A & 0\\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}\cdot\hat{T}$$

$$=\begin{pmatrix}A+(C-A)\sin^2\beta & (A-C)\sin\alpha\sin\beta\cos\beta & (C-A)\cos\alpha\cos\beta\sin\beta\\ (A-C)\sin\alpha\sin\beta\cos\beta & A+(C-A)\sin^2\alpha\sin^2\beta & (A-C)\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\beta\\ (C-A)\cos\alpha\cos\beta\sin\beta & (A-C)\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\beta & A+(C-A)\cos^2\alpha\cos^2\beta\end{pmatrix}\tag{5}$$

M 为刚体质量,h 为重心距定点高度,g 为重力加速度.

卡尔丹角方程[9]

$$\dot{\alpha}=\omega_1-\mathrm{tg}\,\beta(\omega_3\cos\alpha-\omega_2\sin\alpha)\tag{6}$$

$$\dot{\beta}=\omega_3\sin\alpha+\omega_2\cos\alpha\tag{7}$$

$$\dot{\gamma}\cos\beta=\omega_3\cos\alpha-\omega_2\sin\alpha\tag{8}$$

在方程组 (4), (6)—(8) 中只有 (8) 式含 γ, 因此可先由 (4), (6), (7) 先解出除 γ 以外的未知量,然后由 (8) 式解出 γ.

三、轴对称刚体永久转动的稳定性

设所有解组 $\{u\}=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\alpha,\beta\}$ 构成欧氏空间 $\mathscr{R}^5$. 刚体绕铅垂对称轴的永久转动状态对应这里的零解 $\{\mathscr{U}\}=\{0\}$. 其稳定性按距离:

$$\rho(\mathscr{U},0)=\{\sin^2\alpha+\sin^2\beta+|\boldsymbol{\omega}|^2\}^{\frac{1}{2}}\tag{9}$$

来定义.

为了导出能量积分关系式,利用如下关系式:

(1) 在 (4) 式等号左端第二,三项之和满足[10]

$$\boldsymbol{\Omega}_0\times[\boldsymbol{\omega}\cdot\hat{J}]+\frac{d}{dt}[\boldsymbol{\Omega}_0\cdot\hat{J}]=\Omega_0\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{a}\tag{10}$$

其中
$$\boldsymbol{a}=(2J_{13},\ 2J_{23},\ J_{33}-J_{22}-J_{11})$$

(2) 由方程式 (6), (7) 导得如下两个关系式:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\sin^2\beta)$$
$$=\omega_1\cos\alpha\sin\alpha\cos^2\beta+\omega_2\cos\alpha\cos\beta\sin\beta\tag{11}$$

和

$$\frac{d}{dt}(\cos\alpha\cos\beta)=-\omega_1\sin\alpha\cos\beta-\omega_2\cos\beta\tag{12}$$

以 $\boldsymbol{\omega}$ 标乘方程 (4), 利用 (10) 式得等式左端第二和第三项之和为零; 利用 (11), (12) 式化简右端项得能量积分式如下

$$\frac{d}{dt}\{E(\alpha,\beta,\omega_1,\omega_2,\omega_3)+L(\alpha,\beta)\}=-\boldsymbol{\omega}\cdot\hat{D}\cdot\boldsymbol{\omega}^{*}\tag{13}$$

其中

$$E(\alpha,\beta,\omega_1,\omega_2,\omega_3)=\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\hat{J}\cdot\boldsymbol{\omega}^{*}\tag{14}$$

$$L(\alpha,\beta)=\frac{\Omega_0^2}{2}(C-A)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\sin^2\beta)+Mgh(\cos\alpha\cos\beta-1)$$
$$=a(1-\cos^2\alpha\cos^2\beta)+2c(\cos\alpha\cos\beta-1)\tag{15}$$
$$a=\frac{\Omega_0^2}{2}(C-A)\tag{16}$$
$$c=\frac{1}{2}Mgh\tag{17}$$

在 (13) 式中，E 为扰动动能项，$L(\alpha,\beta)$ 为扰动势能项；$\omega\cdot\hat{D}\cdot\omega^*\geqslant\lambda_1|\omega_1|^2$ 为摩擦力矩的耗散功率。

应用 Ляпунов 直接方法可得如下稳定性判据：

定理 1. 如果轴对称刚体绕铅垂的对称轴永久转动状态满足 $a>c$，即
$$\Omega_0^2(C-A)>Mgh\tag{18}$$
则在扰动是小而有限情形下，在完全耗散条件下刚体永久转动状态是渐近稳定的。

证：势能表达式 (15) 可变换为
$$L(\alpha,\beta)=a(\sin^2\alpha+\sin^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta)$$
$$+2c(\sqrt{(1-\sin^2\alpha)(1-\sin^2\beta)}-1)\tag{19}$$

由于扰动小而有限，$\sin\alpha$ 和 $\sin\beta$ 都是小量，将 $L(\alpha,\beta)$ 展开式保留至 4 级小量得：
$$L(\alpha,\beta)=(a-c)(\sin^2\alpha+\sin^2\beta)-(a-c)\sin^2\alpha\sin^2\beta$$
$$-\frac{c}{4}(\sin^2\alpha+\sin^2\beta)^2$$
$$=\frac{a-c}{4}[(3+\cos2\beta)\sin^2\alpha+(3+\cos2\alpha)\sin^2\beta]$$
$$-\frac{c}{4}(\sin^2\alpha+\sin^2\beta)^2\tag{20}$$
这里 $L(\alpha,\beta)$ 的正定仅取决于二级小量，$L(\alpha,\beta)$ 的正定条件是 $a>c$，即条件(18)。

取 Ляпунов 函数为总能量表达式，即
$$V(\mathscr{U})=\frac{1}{2}\omega\cdot\hat{J}\cdot\omega^*+L(\alpha,\beta)$$
$$=\frac{1}{2}\omega\cdot\hat{J}\cdot\omega+a(1-\cos^2\alpha\cos^2\beta)+2c(\cos\alpha\cos\beta-1)\tag{21}$$

由能量积分 (13) 和 (2) 式得
$$\frac{dV(\mathscr{U})}{dt}=-\omega\cdot\hat{D}\cdot\omega\leqslant-\lambda_1|\omega_1|^2\tag{22}$$
即是负定的。

在扰动小而有限条件下，$L(\alpha,\beta)$ 正定条件为 $a>c$. 在平衡解 $\mathscr{U}=0$ 邻近，$L(\alpha,\beta)$ 满足
$$\frac{a-c}{2}(\sin^2\alpha+\sin^2\beta)\leqslant L(\alpha,\beta)\leqslant(a-c)(\sin^2\alpha+\sin^2\beta)\tag{23}$$

另外，由 (5) 式可得如下估计

$$\min\left(\frac{A}{2}, \frac{C}{2}\right)|\boldsymbol{\omega}|^2 \leqslant \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\hat{J}\cdot\boldsymbol{\omega} \leqslant \max\left(\frac{A}{2}, \frac{C}{2}\right)|\boldsymbol{\omega}|^2 \tag{24}$$

由在平衡解邻域内，$V(\mathscr{U})$ 关于 $\rho(\mathscr{U}, 0)$ 是正定且有无穷小上界，即

$$\alpha_1\rho(\mathscr{U}, 0) \leqslant V(\mathscr{U}) \leqslant \alpha_2\rho^2(\mathscr{U}, 0) \tag{25}$$

其中

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}\min(a-c, A, C)$$
$$\alpha_2 = \max\left(a-c, \frac{A}{2}, \frac{C}{2}\right) \tag{26}$$

根据 $V(\mathscr{U})$ 上述性质得知当 $t\to\infty$，$\alpha\to 0$，$\beta\to 0$，$|\boldsymbol{\omega}|\to 0$，再由 (8) 式得 $\dot{\gamma}\to 0$，即是渐近稳定的．当时间足够长，刚体将恢复到和未扰动前仅有 γ 为常数相位差的状态．对于轴对称情形是无须区别的．

对于自由迴旋情形 $(h=0)$，则可以在大扰动普遍情形得到稳定判据．

定理 2. 在能量耗散是完全的情形下，扁形的轴对称刚体绕对称轴自由迴旋状态 $(h=0)$ 是渐近稳定的．

证：将 Ляпунов 函数取为总能量表达式，即

$$V(\mathscr{U}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\hat{J}\cdot\boldsymbol{\omega} + a(1-\cos^2\alpha\cos^2\beta) \tag{27}$$

由能量积分关系式 (13) 知 $\dfrac{dV(\mathscr{U})}{dt}$ 是负定的．

当 $h=0$ 时，$L(\alpha,\beta)$ 正定的充要条件是 $C>A$ 由(24)式容易验证 $V(\mathscr{U})$ 的正定性，即

$$\beta_1\rho^2(\mathscr{U}, 0) \leqslant V(\mathscr{U}) \leqslant \beta_1\rho^2(\mathscr{U}, 0) \tag{28}$$

其中

$$\beta_1 = \min\left(\frac{a}{2}, \frac{A}{2}, \frac{C}{2}\right) \tag{29}$$

$$\beta_2 = \max\left(a, \frac{A}{2}, \frac{C}{2}\right) \tag{30}$$

且当 $\mathscr{U}=0$，$V(\mathscr{U}) = V(0) = 0$．

至此证得，在大扰动情形，扁形陀螺 $(C>A)$ 的自由迴旋关于 $\rho(\mathscr{U}, 0)$ 是渐近稳定的．即 $t\to\infty$，$\alpha\to 0$，$\beta\to 0$，$|\boldsymbol{\omega}|\to 0$，再由 (8) 得 $\dot{\gamma}\to 0$．这里大扰动只要满足 $-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，和 $-\dfrac{\pi}{2}<\beta<\dfrac{\pi}{2}$ 条件的限制．

定理 3. 如果轴对称刚体绕对称轴沿铅垂方向作永久转动满足总势能取极大，$a>c$ 即

$$\Omega_0^2(C-A) < Mgh \tag{31}$$

则刚体永久转动状态是不稳的．

证：设刚体对称轴偏离铅垂轴的角度为 θ，势能表达式 (15) 可变换为：

$$\begin{aligned} L(\theta) &= a(1-\cos^2\theta) + 2c(\cos\theta - 1) \\ &= (1-\cos\theta)[a(1+\cos\theta) - 2c] \end{aligned}$$

$$\leqslant 2(a-c)(1-\cos\theta)=4(a-c)\sin^2\frac{\theta}{2} \tag{32}$$

由能量积分关系式 (13) 对 t 积分得

$$E(\alpha,\beta,\omega)+L(\theta)=-\int_{t_0}^{t}\omega\cdot\hat{D}\cdot\omega^* dt+E(\alpha_0,\beta_0,\omega_0)+L(\theta_0) \tag{33}$$

其中 $E(\alpha_0,\beta_0,\omega_0)$ 为初始时刻 ($t=t_0$) 的扰动动能，$L(\theta_0)$ 为初始扰动势能.

只要假设初始扰动满足条件 ($t>t_0>0$)

$$E(\alpha_0,\beta_0,\omega_0)<|L(\theta_0)| \tag{34}$$

利用 (2) 式和 (33) 式得到:

$$4|a-c|\sin^2\frac{\theta}{2}>\lambda_1|\omega_1|^2(t-t_0)+|E(\alpha_0,\beta_0,\omega_0)+L(\theta_0)| \tag{35}$$

由 (35) 式看出，对称轴偏离铅垂方向 (θ 角) 随时间 t 单调增加，定理 3 得证.

对于自由迴旋情形 ($h=0$) 的不稳定定理是定理 3 的特例，此即定理 4.

定理 4. 长形的轴对称刚体绕对称轴自由迴旋状态 ($h=0$) 是不稳定的.

注意除了定理 1 受小扰动限制外，其余各定理都是在大扰动普遍情形下证明的.

综合定理 2 和定理 4 就能建立大扰动情形下的陀螺稳定准则，即如下定理 5.

定理 5. 在能量耗散是完全的情形下，陀螺自由迴旋状态 ($h=0$) 稳定的充要条件是转子呈扁形.

四、陀螺迴转稳定准则

Kelvin 将陀螺系统按质点系处理得到迴转稳定准则: “唯有不稳定自由度数目是偶数的系统，才可能有迴转仪的稳定作用”[1].

将上述原则应用于刚体的自转稳定问题，得到刚体绕最大惯量主轴(短轴)和最小惯量主轴(长轴)的永久转动是稳定的，绕中间轴的旋转是不稳定的.

KTC 定理表明: 如果陀螺系统具有能量耗散，则只在作用力势函数具有极小值时才是稳定的，应用于刚体的旋转，则只有绕最大惯量主轴(短轴)的永久转动才是稳定的. 在陀螺仪专著 [1] 和 [9] 中，用稍不相同办法处理摩擦力矩得出相同结论: “摩擦对于伸长形迴转仪能威胁形体轴作为永久转轴的稳定性，对于扁形迴转仪则无此能力”.

上述稳定性理论都有线性假设的局限，本文定理 5 给出的陀螺稳定准则是对大扰动普遍情形得出的结论. 如果能量耗散是完全的，绕对称轴迴转的刚体只在形状为扁的时候才具有迴转稳定效应，长形刚体绕对称轴旋转不论转速是多大都是不稳定的.

能量耗散使长形陀螺由无耗散时稳定的情形变为不稳定，但却使扁形陀螺变得更稳定，扰动被自动抑制变为渐近稳定性.

应用这一准则指导陀螺仪设计要求陀螺转子必须设计为扁形. 这一结论在文 [7] § 3.8 中亦曾指出过，但其论证是不严格的.

五、对飞行器姿态控制的应用

1. 对 Explorer-1 号失稳的分析(其外形见文 [6] 图 2.20)

应用本文定理 1 来分析 Explorer-1 号绕重心翻滚的原因，将 o 取为重心，h 是轨道运动中阻尼合力 $\boldsymbol{F}_D$ 的作用点到重心的距离，阻力依赖迎风面、空气密度和飞行速度，近似看为常量，在定理 1 中的重力矩用 $F_D \cdot h$ 代替，另外自转阻尼力矩认为是由鞭状天线的扰动和周围空气的摩擦所引起.

文 [6] § 2.5 中对能量耗散的分析很笼统，对于平动能的耗散和转动能的耗散都要考虑. 由于存在转动能的耗散 $-\boldsymbol{\omega} \cdot \hat{D} \cdot \boldsymbol{\omega}^*$ 使稳定临界条件(定理 1) 成为 $\Omega_0^2(C - A) > F_d \cdot h > 0$，对 Explorer-1 号 $C < A = B$，此式不可能成立. Explorer-1 号很快翻滚的原因要考虑 $F_d \cdot h$ 的贡献，文 [6] § 4.2.1 用能沉法估计 Explorer-1 号翻滚的时间只考虑转动能耗散作用似乎不妥.

我们这里指出了两种能量耗散——轨道平动动能和转动动能耗散的不同作用. 至于如何考虑它们对翻滚时间估算尚待研究.

2. 美国 1962 年发射的百灵鸟 1 号和 1964 年发射的 Explorer-20 号虽是应用绕最大惯量主轴自旋稳定，但由于太阳辐射阻尼力矩使卫星消旋 (见 [6] 表 4.1).

3. 第一颗通讯卫星——Syncon 号 (外形见文 [6] 图 4.1) 运用绕最大惯量主轴自旋稳定获得了姿态控制的成功.

六、结　论

1. 本文在大扰动条件下证明了陀螺稳定准则: 在能量耗散是完全情形下，陀螺自由迴旋运动稳定的充要条件是转子呈扁形.

2. 将陀螺稳定准则应用于陀螺仪设计，要求陀螺转子必须设计成扁形.

3. 本文证明的陀螺稳定准则为用自旋稳定实行飞行器姿态控制提供了理论依据，这一结论已在美国的空间计划实施中得到肯定和证实[6,12].

致谢: 作者感谢天津大学李骊同志在审阅中所提出的宝贵意见.

参　考　文　献

[1] Grammel, R., 迴转仪的理论和应用(上册), 科学出版社, (1959)§12.
[2] 契塔耶夫, H. Г. 运动稳定性, 科学出版社 (1959).
[3] Mingori. D. L., *ASME Jour. of Appl. Mech.*, **37** (1970), 253—259.
[4] Zajac, E. E., *J. Astronautical Scien.*, **11** (1964), 46—49.
[5] Kane, T. R. &. Barba, P. M., *AIAA Journal.*, **4** (1966) 1391—1394.
[6] 卡普兰, M. H., 空间飞行器动力学和控制, 科学出版社 (1981).
[7] Wrigley, W. et. al., 陀螺仪理论、设计及试验技术, 国防工业出版社 (1978).
[8] 徐硕昌, 中国科学, 3(1982), 254—264.
[9] Magnus, K., 陀螺仪理论与应用, 国防工业出版社 (1983).
[10] 秦元勋、管克英、李骊, 科学通报, **29**, 4(1984), 198—201.
[11] 布尔加科夫, Б. В., 陀螺仪实用理论, 国防工业出版社, 1961, 311—316.
[12] Roberson, R. E, *J. Guidance & Control*, **2**(1979), 3—9.

ON THE SPINNING STABILITY CRITERIA OF GYROSCOPE AND ITS APPLICATIONS

Xu Shuochang
(Institute of Mechanis, Academia Sinica)

Abstract

In this paper, the non-linear stability equations system for axisymmetric rigid body-Gyroscope rotating permanently round its own axis has been presented by choosing three Cardan's angles as direction perameters. By using the Lyapunov direct approach, the spinning stability criteria of gyroscope in the complete dissipation cases have been established as follows: the sufficient and necessary condition of stability for the gyroscope rotating permanently round its own axis is that its rotor must be oblate.

The theoretical foundation of designing gyroscope and controlling the attitude of space vehicle by using the spinning stability round its own axis may be based on the criteria. The tacts that U.S.A had failed in controlling the attitude of Explorer-1 by using the spinning stability round its longest axis and succeeded Later by replacing round its shortest axis in controlling the attitude of the satellite syncon system can be rationally explained on the basis of the criteria.