

# 固体颗粒在等离子体环境中 破碎过程的分析

薛 荫 伦

(中国科学院,力学研究所)

固体颗粒在等离子体环境中的破碎大致上可以分为两种情况,第一种情况是单一均相固体颗粒在等离子体环境中的破碎,自然界中一个十分有趣的例子是陨石雨,陨石块在高速进入大气层时在其周围形成等离子体层,陨石表面层被急剧加热产生热应力而致碎.这一破碎机制有可能用于工程技术,例如用等离子体技术<sup>[1]</sup>来细化陶瓷微粒.第二种情况是非单一介质的颗粒,如在固体中夹有液体或易挥发物质,在加热过程时这些夹杂物可能形成高压气体把固体介质胀裂爆碎.煤粉燃烧中的爆碎可以作为后一种情况的例子.最近煤粉处理技术中用等离子体把直径1毫米左右的煤粉爆碎成微粒以便分离硫和灰粉的想法.

虽然固体颗粒可以有許多不同的形状,但球形颗粒一般说是典型的,从分析的角度也是容易处理的,以下分析将以球形颗粒为对象.

本文只分析上述第一种情况.当固体颗粒喷入等离子体环境,二者进行动量和能量的交换.颗粒被等离子体流带动而向下游运动,与此同时被加热,下面将看到,某些介质完全可能在一定条件下因热应力而致碎.

球形颗粒在等离子体流中的运动方程是:(假定二者平行流动)

$$\rho_s \frac{1}{6} \pi d^3 \frac{DV_s}{dt} = C_D \rho_p \cdot \frac{(V_p - V_s)^2}{2} \pi \frac{d^2}{4} \quad (1)$$

$C_D, \rho, V$  分别代表阻力系数,密度和速度,  $d$  为颗粒直径,下标  $p, s$  分别代表等离子体和颗粒.

在雷诺数  $Re$  数很小时( $<1$ ),阻力系数可以用 Stokes 公式来表示,这时

$$C_D = \frac{24\mu_p}{\rho_p(V_p - V_s)d}$$

$\mu$  为粘性系数,而对于大  $Re$  数 ( $Re \gg 1$ ) 的情况,假定  $C_D = \text{常数}$  更符合实际.对于这两种情况,分别得到运动方程(1)的解如下:

小  $Re$  数情况:

$$\frac{V_p - V_s}{V_p - V_{s0}} = \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) \quad (2)$$

$$S = \tau_1(V_p - V_{s0}) \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)\right] - V_p t \quad (3)$$

大  $Re$  数情况:

$$\frac{1}{V_p - V_s} - \frac{1}{V_p - V_{s0}} = C_2 t \quad (4)$$

$$s = \frac{1}{C_2} \ln \frac{1}{\frac{1}{V_p - V_{s0}} + C_2 t} + V_p t \quad (5)$$

其中  $\tau_1 = \frac{\rho_s d^2}{18\mu_p}$ ,  $C_2 = \frac{3}{4} \frac{C_D \rho_p}{d \rho_s}$ ,  $s$  为颗粒运动的距离,  $t$  为时间,下标 0 表示初始态.

颗粒在运动过程中和外界等离子体进行对流热交换,同时改变它内部的温度分布.由于颗粒表面温度和运动速度一直在变化,一般说是一个变传热量的非定常热传导问题.传热量由下列公式决定:

$$q_c = \alpha(T_p - T_s) \quad (6)$$

传热系数  $\alpha$  由下列对流传热经验公式决定<sup>[4]</sup>

$$N_{\alpha} = \frac{\alpha d}{\lambda_p} = 2 + C Re^m Pr^n \quad (7)$$

$Re, Pr$  分别为  $Re = \frac{\rho_p(V_p - V_s)d}{\mu_p}$  .  $Pr =$

$\frac{\mu_p C_p}{\lambda}$ , 而  $c, m, n$  为经验系数,  $C_p$  为比热,  $\lambda$  为

导热系数。

对于变传热量的情况, 颗粒内部温度场的表示式是<sup>[2]</sup>: (参看图 1)

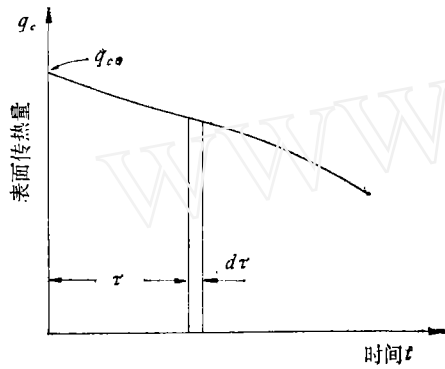


图 1 表面传热量-时间关系

$$T_s(r, t) - T_{s0} = \frac{q_{c0} R}{\lambda} \left[ \frac{3at}{R^2} - \frac{3R^2 - 5r^2}{10R^2} \right. \\ \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2 \cos \mu_n} \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} \right. \\ \left. \times \exp\left(-\mu_n^2 \frac{at}{R^2}\right) \right] - N(t) \quad (8)$$

其中  $N(t) = \int_0^t \frac{dq_c(\tau)}{d\tau} \frac{R}{\lambda} \left[ \frac{3a(t-\tau)}{R^2} - \frac{3R^2 - 5r^2}{10R^2} \right.$

$$\left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2 \cos \mu_n} \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} \right. \\ \left. \times \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a(t-\tau)}{R^2}\right) \right] d\tau$$

而  $\mu_n$  是  $\text{tg } \mu = \mu$  的根,  $a = \frac{\lambda_s}{c_s \rho_s}$ ,  $c_s$  为固体比热,  $\lambda_s$  为热传导系数。

温度场的分布确定后, 实心球的热应力分布可计算如下<sup>[3]</sup>: 对于球对称的温度分布

$$\sigma_r = \frac{2\alpha E}{1-\gamma} \left( \frac{1}{R^3} \int_0^R (T - T_0) r^2 dr \right.$$

$$\left. - \frac{1}{r^3} \int_0^r (T - T_0) r^2 dr \right) \quad (9a)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\alpha E}{1-\gamma} \left[ \frac{2}{R^3} \int_0^R (T - T_0) r^2 dr \right. \\ \left. + \frac{1}{r^3} \int_0^r (T - T_0) r^2 dr - (T - T_0) \right] \quad (9b)$$

其中  $\alpha$  为线膨胀系数,  $E$  为弹性系数,  $T_0$  为初始温度,  $\gamma$  为泊松比, 下标  $r, \theta$  为径向和周向。

对于有实用意义的陶瓷材料而言, 由于热传导系数很小, 在高温环境中, 虽然表面已达很高温度, 但高温区域集中在表面一薄层内, 对于放入等离子体环境而言, 固体表面最高温度可以熔化温度为限, 因而应力的分布可近似地看作表面维持熔化温度的颗粒不定常热传导引起的热应力问题。

这时在界面上的

$$\sigma_r(b, t) = 0 \quad (10a)$$

$$\sigma_{\theta}(b, t) = \frac{12Gm(T_m - T_0)}{R^2} \sum_1^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 at}}{\alpha_n^2} \quad (10b)$$

其中  $G$  为剪切弹性模量  $\left( = \frac{E}{2(1+\gamma)} \right)$ ,  $m$  为

泊松数  $\left( = \frac{(1+\gamma)\alpha}{1-\gamma} \right)$ ,  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ ,  $\alpha_n = \frac{n\pi}{R}$  最大压

缩切向应力是  $t = 0$  时的值

$$\sigma_{\theta}(b, 0) = \frac{E\alpha(T_m - T_0)}{1-\gamma} \quad (11)$$

而中心点的径向应力为

$$\sigma_r(0, t) = 8Gm(T_m - T_0) \\ \times \left\{ \frac{1}{3} \sum_1^{\infty} (-1)^n e^{-\alpha_n^2 at} \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi^2} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\alpha_n^2 at} \right\} \quad (12)$$

其最大值发生在  $t = 0.575 \frac{R^2}{a\pi^2}$  时,

$$\sigma_r(0, t)_{\text{最大}} = -0.386 \times \frac{\alpha E(T_m - T_0)}{1-\gamma}$$

以  $\text{SiO}_2$  为例, 其平均线膨胀系数  $\alpha \sim 10 \times 10^{-6}$ ,  $E \sim 10^{11}$  达因/厘米<sup>2</sup>,  $T_m - T_0 \sim 1500^\circ\text{C}$ ,

$\nu \sim 0.3$

则  $\sigma_r \approx -8.27 \times 10^9$  达因/厘米<sup>2</sup>  
 $\approx -8270$  公斤/厘米<sup>2</sup>

对于 1 毫米的颗粒大约发生在进入高温区的微秒时间内,即颗粒中心要产生 8270 公斤/厘米<sup>2</sup>的径向拉应力,这早已超过材料的破坏极限,势必引起材料的破碎。实际破碎过程可能是多级的,第一次破碎成小块后再被加热而进一步破碎,经多级过程而成微块。

低热导材料在高温环境中可以产生很大的

热应力而致碎。自然界中发生的陨石雨现象可以在小得多的尺度内在工程技术中出现并具有实用意义。

### 参 考 文 献

- [1] Fauchais, P. et al., High pressure plasmas and their application to ceramic technology, Topic in Current Chemistry, 107 Springer (1982), 59.
- [2] 雷柯夫,热传导理论,高教出版社(1955),163.
- [3] 竹内洋一郎,热应力,科学出版社(1977),287.
- [4] 德列斯文,低温等离子体物理和技术,科学出版社(1980),338.

(本文于 1984 年 12 月 26 日收到)

# 采矿中崩落计算的非经典理论

杨 昇 田

(中国科学院工程力学研究所)

在采矿中崩落和诱导崩落的经典计算方法是采用应力集中和梁板理论。本文所建议的非经典理论计算方法改善了目前的计算结果。

## 一、前言

在采矿中,破坏岩石和防止岩石破坏,都同样是重要的研究课题,也是采矿作业中的两个基本工作目标。随着矿山开采规模和采掘深度的不断增大,提出的岩石力学问题也越来越多,对以往的计算方法也希望得以改进并要求具有一定的精度。

地下采矿,有时需要支撑周围的围岩以阻止其崩落,有时需要立即崩落。为安全计,有时在采空的废作业面上的顶板施加荷载(如爆炸荷载)进行大面积的崩落,以填平废矿。无论围岩需要崩落还是不允许崩落,其崩落的力学形态与拉底空间的平面形状有很大关系,可以和四周被简单支撑的一块承受均布荷载的平板的受力分析相类比。尽管通常采矿场的几何高度远远大于跨度,把它视为一个梁或板来计算不甚相宜,然而其应力随拉底工作面的形状的变化仍将类似于平板的应力变化,这在实际施工

中是很明显的。对于那些准备废止的作业面,人为施加荷载使覆盖层崩落更是如此。

崩落可以由两种应力作用来控制:一是顶板中央的拉应力,可以使岩石破坏而发生崩落;一是压应力作用到顶板的边界处(拉底空间的顶部拐角处),当压应力超过岩石的抗压强度时也会发生破坏。第二种情况常常引起顶板岩石成大块崩落,所以在实际施工中都尽可能运用顶板中央拉应力来引起顶板崩落。

一般在计算顶板中央拉应力时采用经典的梁板理论,沿覆盖层厚度(即梁厚度方向)应力按线性分布。这对厚度远小于跨度时是适用的。但当覆盖层厚度增大时(比如大于跨度的一半,这在实际工程中是经常碰到的),则梁的方程就不能很好的反映实际应力状态。本文所提出的非经典理论即是考虑沿断面应力非线性分布且计及剪切等影响的厚板理论来解算,为不失一般性,本文将从动力学理论考虑。

## 二、基本方程

讨论拉底空间的平面形状为矩形或接近该形状的情况,对于其它形状可作类似的分析和