# 四边简支约束阻尼板的振动计算

# 马 邦 安

(中国科学院力学研究所)

#### 摘要

随着现代化科学技术的不断发展,振动和噪声的控制目益成为一个追切的问题并受到了工程界的重视,在飞机,宇航结构、仪表板,船舶等结构中,经常遇到金属板的随机振动,而当采用粘弹性约束阻尼板后可以在一定范围内抑制宽频带的随机振动。本文将粘弹性材料的剪切模量和损耗因子与温度、恒率的关系用公式拟合。通过迭代计算了约束阻尼板在四边简支边界条件下频率和损耗因子。画了温谱图、频谱图和地毯图。从这些图中可以看出。采用某种粘弹性阻尼材料和一定厚度约束层的阻尼板在一定的温度和频率范围内控制阻尼板的振动能达到满意的效果。

### 一引言

随着现代科学技术的发展,在振动和噪声的控制中,已愈来愈多地使用附加粘弹性阻尼材料的阻尼结构[1]-[3],这种复合结构有二种形式:将粘弹性阻尼材料直接喷涂于结构上的称为自由层复合结构;另一种是在结构上粘贴上一层较软的粘弹性材料,外面再复盖一层约束层的称为约束层阻尼结构。采用上述复合结构后可以减小结构振动,降低噪声并能增加结构的疲劳寿命;也有益于人们的健康和安全。一般说来约束层阻尼结构比自由层阻尼结构效果更好;它只要附加较轻的阻尼材料和约束层后就能取得较好的阻尼效果。现在国内在振动控制方面也已开展了一定的工作,取得了较好的效果。

对枯弹性阻尼梁、板的计算已有不少文章<sup>[4]-[8]</sup>,文[4]的公式严格说来只适用于二边简支的夹心阻尼梁,当板的长宽比很大时也可用此公式来近似计算,文[7]是用 有限元法进行计算,它可以计算各种形状的阻尼夹层板,但它要求计算机的容量很大时才能达到一定的计算精度。另一种最简单、广泛使用的方法是用封闭形式解表示的方法<sup>[8]</sup>,它只有对简支边界条件阻尼板才 严

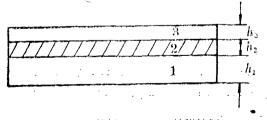


图 1 1. 基板(常) 2. 抗弹性压 8. 的重点

格正确,但对其它边界条件,特别在 高阶 振 型时,利用此结果能够在使用精度范围内求得阻尼估价值,因此可作为计算及设计的参考及判断,本文采用封闭形式解求了矩形阻尼板的各阶损耗因子和频率,用这种方法可指导简支阻尼的设计对其它边界条件的阻尼板也可作为计算及设计的参考。

二 简支夹层梁及板的损耗因子及阻尼最佳条件的确定

在梁及板的表面粘贴上粘弹性阻尼材料,再在上面粘贴一层约束盖板成当阻尼结构如图 1,

当阻尼结构承受弯曲振动时,阻尼层承受剪切变形,这种周期性的剪切变形消耗了能量,将动能转变成热能,起到阻尼减振作用。

本文作者推导了阻尼板在承受弯曲振动时损耗因子的表达式,与文[4]、[8]是一致的,具体推导从略。

对阻尼梁或板基损耗因子升的表达式。

$$\eta = \beta g Y / [1 + g(2 + Y) + g^2(1 + Y)(1 + \beta^2)]$$
 (1)

(1)式中 $\beta$ 为阻尼材料的损耗因子。g为剪切参数,Y为几何参数。

对阻尼梁:

$$g = \frac{Gb}{h_2 K_B^2} \left( \frac{1}{E_1 K_1} + \frac{1}{E_3 A_3} \right) \tag{2}$$

$$Y = \frac{(E_1 A_1)(E_3 A_3)d^2}{(E_1 A_1 + E_3 A_3)(E_1 I_1 + E_3 I_3)}$$
(3)

$$d = h_2 + \frac{1}{2}(h_1 + h_3)$$

$$I_1 = \frac{bh_1^3}{12}, \qquad I_3 = \frac{bh_3^3}{12}$$
(4)

(2)—(4)式中  $h_0$  和G分別是阻尼层的厚度和剪切模量, b 是阻尼梁的宽度,  $E_1$  和  $E_0$  分别是基板或梁及约束层的杨氏模量,  $A_1$  和  $A_0$  是第 1 、 3 层的横截面积。

三层阻尼结构的复数弯曲刚度与 g 和 Y 有关:

$$(EI)_{\text{total}}(1+i\eta) = (E_1I_1 + E_3I_3) \left[ \frac{1+g(1+i\beta)(1+Y)}{1+g(1+i\beta)} \right]$$
 (5)

由(5)式可求得n和刚度比S.

$$S = \frac{(EI)_{\text{total}}}{(E_1I_1 + E_3I_3)} = 1 + \frac{gY(1 + g(1 + \beta^2))}{1 + 2g + g^2(1 + \beta^2)}$$
(6)

$$S\eta = \frac{\beta gY}{\lceil 1 + 2g + g^2(1 + \beta^2) \rceil} \tag{7}$$

波数:

$$K_B^4 = \frac{\omega^2 \mu}{(EI)_{\text{total}}} \tag{8}$$

上式中 0 为梁共振频率, 4 为梁每单位长度上的质量。

当为阻尼板时,将(2)—(6)式中  $E_1$ ,  $E_3$  改为  $\frac{E_1}{1-v_3^2}$  和  $\frac{E_3}{1-v_3^2}$ ,并令 b=1, $A_1=h_1$ , $A_2=h_3$ ,(8)式中  $K_3^2=K_3^2+K_3^2$  即可。 $K_3$  和  $K_7$  分别为板振动时沿X 和 Y 方向上的波数。

一般说来当Y增加时 $\eta$ 也增加, $\eta$ 随g值变化,对应于最大 $\eta$ 值有一个最佳g值,由  $\frac{\partial \eta}{\partial g} = 0$ 得,

$$g_{opt,\eta} = (1+Y)^{-1/2}(1+\beta^2)^{-1/2}$$
(9)

$$\eta_{\text{max}} = \frac{\beta Y}{[(2+Y) + 2(1+Y)^{1/2}(1+\beta^2)^{1/2}]}$$
 (10)

在评价结构最佳阻尼时,除了采用损耗因子 $\eta$ 值外有时还采用能量损耗参数 $S\eta$ ,由 $\frac{\partial S}{\partial g}=0$ 求得。

$$g_{\text{opt},8\eta} = (1+\beta^2)^{-1/2} \tag{11}$$

$$(S\eta)_{\max} = \frac{\beta Y}{2[1 + (1 + \beta^2)^{1/2}]}$$
 (12)

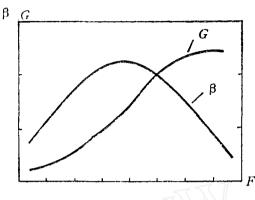


图 2 粘弹性材料的G及β值

## 三 粘弹性材料特性的公式拟台

在计算粘弹性阻尼结构时,首先需要了解结构及粘弹性材料特性,当结构及约束盖板为金属材料时,可以从书或手册中查到E、μ值,粘弹性材料特性可以用悬臂梁法[<sup>9]</sup>或利用粘弹仪等方法求出,再画出主曲线图,或者从有关资料、文献中查到其主曲线图(诺模图)。

/ 粘弹性阻尼材料的性能与温度和 频 率有关(图 2),为了便于计算,将粘弹性材料的剪切模量G和

损耗因子β表示为温度和频率的函数[10]。

$$\lg G = \lg G_L + \frac{2\lg \frac{G_{FROG}}{G_L}}{1 + \left(\frac{F_{ROG}}{F_R}\right)_N} - \lg \frac{T_0 + 273.2}{T + 273.2}$$
(13)

$$\lg \beta = \lg \beta_{FROL} + \frac{C}{2} \left[ (S_L + S_H) - \frac{1}{C} - \lg \frac{f_R}{f_{ROL}} + (S_L - S_H) \left( 1 - \sqrt{1 + \left( \frac{1}{C} \lg \frac{f_R}{f_{ROL}} \right)^2} \right) \right]$$
(14)

$$F_{R} = F \times 10 * * [-C_{1}\Delta T/(C_{2} + \Delta T)]$$

$$\Delta T = T - T_{0}$$
(15)

其中 $F_n$ 为转换频率。一般情况下, $C_1$ =12, $C_2$ =291.7,为了提高计算精度,本文有时采用下式进行计算。

$$F_R = F \times \alpha_T \tag{16}$$

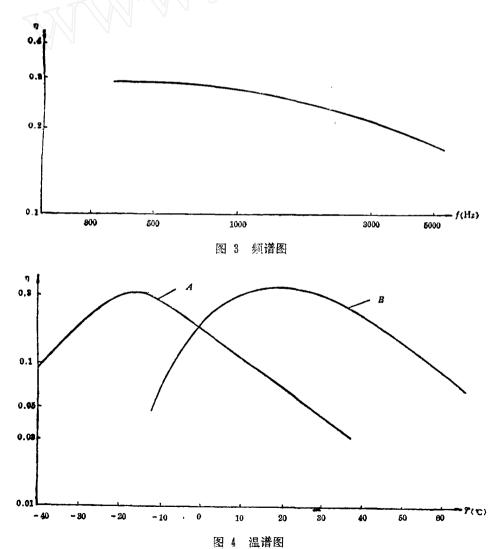
(13)至(16)式中的参数可由最小二乘法进行拟合,本文有时用作图法进行拟合, α, 值可由粘弹性材料的主曲线图确定。利用了(13)至(16)式以后就能在计算机上较方便地迭代计算阻尼夹层深或板各阶的频率和损耗因子。由于阻尼材料的特性曲线是用(13)至(16)式来拟合,因此将给计算带来一定误差。若与实际测量数据拟合得好,误差在工程许可范围内。

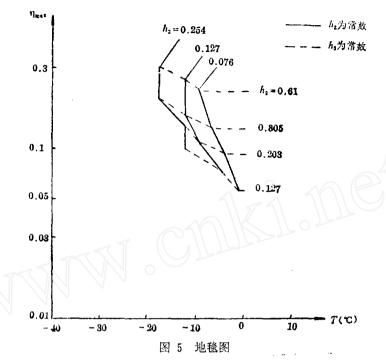
# 四计算举例

为了在一定的温度和频率范围内减小金属板的宽频随机振动,挑选了几种约束阻尼层,将它粘贴到金属板上、构成如图 1 的复合结构,在计算机上计算了阻尼板的损耗因子和频率,画了阻尼板各阶共振频率时的损耗因子。频谱图(图 3 )。图 3 中的阻尼板是在 1.2 mm 厚的铝板上粘贴 A型粘弹 性材料。 $h_2 = 0.254 \text{mm}$ ,其约束 铝板  $h_3 = 0.61 \text{mm}$  而构 成的。 可以 看出。 当温度在 -12 C、频率 12 C 3 范围时 12 T 3 范围时 12 T 3 记 12 C 4 记 12 C 3 记 12 C 4 记 12 C 4 记 12 C 5 12 C 4 12 C 5 12 C 5 12 C 6 12 C 5 12 C 6 12 C 7 12 C 7 12 C 8 12 C 7 12 C 7 12 C 8 12 C 9 12 C 7 12 C 7 12 C 8 12 C 9 12 C 7 12 C 8 12 C 9 12 C 9 12 C 8 12 C 9 1

化的曲线,画了温谱图(图 4 ),图 4 中 A、B 曲线分别为采用 A 型或 B 型估弹性阻尼材料构成的阻尼板一阶共振频率时的温谱图。从图中明显可以看出, B 型材料在常温时减振效果较好,而 A 型材料在低温时减振效果较好。从图 4 看出, 对应于 某一温度, 有一最大损耗因子  $\eta_{\text{max}}$ ,改变  $h_2$  或  $h_3$ ,又可算出一条曲线,把每一条曲线的最大损耗因子及对应的温度划成如图 5 所示的阻尼结构设计参数图即地毯图。从图 5 中可看出,当  $h_2$  = 0.254mm,  $h_3$  = 0.61mm 时,对应  $\eta_{\text{max}}$  时温度在 -17.7 C,而当  $h_2$  = 0.076mm,  $h_3$  = 0.127mm 时温度漂移到 -1 C,由于  $h_3$  = 0.61mm 时阻尼板的 Y 值偏大,对应的  $\eta_{\text{max}}$  也较大,在0.2~0.3 左右。所以若附加重量允许的话一般可采用  $h_2$  = 0.254mm,  $h_3$  = 0.61mm 的阻尼板。图 5 是板基频时的地毯图,对每一阶频率都有其对应的地毯图。

综上所述,在设计阻尼板时我们要根据金属板主要需要减振的频率和温度范围,并根据设计需要的最小静刚度、重量等,从频谱图,温谱图及地毯图中找出较理想的粘弹性阻尼材料及结构设计尺寸。 从图 3 、 4 、 5 及计算 结果 可看出: 当温度在 -45.6 ℃ 至 -3.9 ℃ 范围, 频率在 300 Hz 至 5000 Hz 范围时, 若采用 A 型粘弹性阻尼材料,  $h_2 = 0.254$  mm,  $h_3 = 0.609$  6 mm 时可使





 $h_1 = 1.2 \text{mm}$  的简支阻尼板的共振放大倍数基本控制在 10 以下。因此, 采用这种结构型式及阻尼 材料能在上述温度和频率范围内较满意的控制阻尼板的振动。

(木文于 1985 年 2 月 12 日收到)

#### 参 考 文 献

- [1]中国科学院力学所振动组,"大阻尼结构简介",机械强度。7(1978)。
- [2] 中国科学院力学所振动组,"约束阻尼的应用和设计" 1978年.
- [3] 王曼霞、张强星、黄作义、冯纪生,美国阻尼减振技术 1981年9月.
- [4] Thomas, F. Derby and Jerome E. Ruzicka, NASA-CR-1269 (1969).
- [5] 张强星,"对称阻尼结构的初步设计参数",中国科学院力学所报告 (1980).
- [6]马邦安,"五层粘弹性阻尼梁损耗因子和频率",力学与实践 4,1,(1982).
- [7] Ioannides, E. and Grootenhuis, P., "A Finite Element Analysis of the Harmonic Response of Damped Three Layer Plates", J. Sound Vib., 67, p. 203 (1979).
- [8] R. G. White and J. G. Walker, Noise and Vibration Ellishorwood Limited (1982) p. 653.
- [9]马邦安、张强星,"测定软粘弹性材料阻尼性能的振动梁法",机械强度 7(1978).
- [10] Rogers L.C. and Nashif, A.D. "Computerized Processing and Empirical Representation of Viscoelastic Material Property Data and Preliminary Constrained Layer Damping Treatment Design", Shock and Vibration Bulletin 48 (2)(1978).

# VIBRATION CALCULATION OF SIMPLY—SUPPORTED DAMPED LAMINATED PLATES

#### Ma Bangan

(Institute of Mechanics Academy Sinica)

#### Abstract

In this paper the relation among the shear modulus and the loss factor of the viscoelastic material with the temperature and the frequency are formulated and fitted by curves. The resonant frequencies and the corresponding loss factors of a rectangular simply-supported damped sandwich plates have been calculated by iteration method. The Temperature-Spectra plot and Frequency-Spectra plot and the carpet plot have been drawn. It can be concluded from there plots that vibration control of damped plates can be obtained in some range of temperature and frequency if the damped plater possess suitable thickness and appropriate viscoelastic material.



# 全国第四届非线性振动会议在沈阳召开

全国第四届非线性振动会议于 1986 年 8 月 18 日至 21 日在沈阳市东北 工 学 院 召 开。 东 北 工 学 院 领导出 席了开幕式和闭幕式。 天津大学陈予恕教援和哈尔滨建筑工程学院王光远教授委派欧进萍在全体会 议 上 做 丁学术报告。题目分别是:"非线性马休方程的亚谐分叉理论"和 "多自由度滞变体系在地震作用下的模糊 随 机振动"。

在分组会议上,来自全国各地的 110 名代表宣读了论文 88 篇、内容包括三个方面。 工程中的非线性振动问题, 非线性振动理论的分析方法以及非线性振动系统的稳定性问题。

自 1979 年以来,我国已经召开了四届全国非线性振动会议。目前我国关于非线性振动的科研队伍 已 经 形成 。不少单位已经形成了非线性振动研究的集体,他们都有自己的明确方向。这些从事数学、力学及工程技 术振 动研究工作的同志们通过会议交流了学术思想,加强了团结协作。这对我国的非线性振动及相邻学科的发 展和 我国的四个现代化建设必将发挥积极的作用。

会议期间还蕴酿和选举了"全国非线性振动研究会",选出理事 30 名、常务理事 13 名。选举陈予恕教 授任 理事长,徐业宜教授、闻邦椿教授和郑兆昌教授任副理事长,全国非线性振动研究会挂靠单位为天津大学。 这个 研究会将对今后我国该学科的发展起着推动的作用。

会议决定第五届全国非线性振动会于1989年在甘肃省嘉峪关举行,由甘肃工业大学负责筹备。第六届会议在成都举行,由西南交通大学负责筹备。

东北工学院机械二系和力学部的同志为这次会议的筹备和召开做了大量的工作。特别是论文 集 的 编 辑 出版,为这次会议带来了方便。与会同志一致表示感谢。

天津大学 储景云