

弹塑性介质的一种非线性强化模型

陈其业 梁乃刚
(中国科学院力学研究所)

摘要 本文提出的模型中假定应力空间中屈服曲面之外连续分布着无穷多个曲面, 每个曲面对应一个硬化模量, 它们随着塑性变形而移动. 该模型还给出上述曲面的半径与硬化模量的关系曲线. 曲面的移动可以反映塑性各向异性的空间性质, 而硬化模量曲线的变化则反映了材料的硬化(或软化)性质.

一、引言

在塑性强化理论的模型中, 应用比较广泛的是等向强化模型和运动强化模型. 前一种模型^[1,2]不考虑塑性变形引起的各向异性性质. 后一种模型^[3,4]尽管可以描述 Bauschinger 效应, 但它只能假定材料是线性硬化的, 并且不考虑加载过程中屈服曲面的扩大(或缩小). 以上两种方案的混合型模型^[5,6,7]同样由于受到如下的限制, (1) 应力关于塑性应变的变化率仍然是塑性功的函数, 因此 (2) 只能假定材料是线性硬化的, 所以也不能很好地描述复杂加载条件下强化材料的性质.

Mroz 在 1967 年提出了切线模量场硬化模型^[8], 这种模型引入了切线模量场的概念, 指出了描述塑性各向异性空间性质的正确方向. 但 Mroz 模型必须对材料曲线做分段线性的简化, 并只限于运动硬化材料.

本文试图建立一种强化模型, 它既能描述塑性各向异性的空间性质, 又具有混合硬化的性质, 并不必做材料曲线分段直线的假定. 模型中定义的矢量场和标量场分别描述了材料的塑性各向异性和硬化性质.

二、模型的描述

在 Mroz 理论中, 设材料曲线由 $n+1$ 段直线组成, 则在应力空间中有 n 个等切线模量面与其对应, 如图 1(a)、(b). 图中 $F_{(0)}$ 为屈服曲面. 由于应力关于塑性应变的变化率 H' 与应力关于全应变的变化率 f' 之间存在如下的关系

$$H' = \frac{f'}{1 - f'/E} \quad (1)$$

因此等切线模量面即是等硬化模量面. 假定加载沿 OC' 方向进行, 应力首先达到弹性极

本文于 1984 年 3 月 11 日收到, 已在一九八五年上海国际非线性力学会议上宣读. 1986 年 3 月 11 日收到修改稿.

限 A' , $F_{(0)}$ 在加载点的推动下开始沿 OC' 方向移动, 此时塑性应变可由 AB 线段的斜率确定. 继续加载, 加载点达到 B' , $F_{(0)}$ 和 $F_{(1)}$ 在 B' 相切. 两曲面在加载点推动下同时沿 OC' 方向移动, 塑性应变增量将由 BC 线段的斜率确定, 直至达到曲面 $F_{(0)}$ 上的 C' 点.

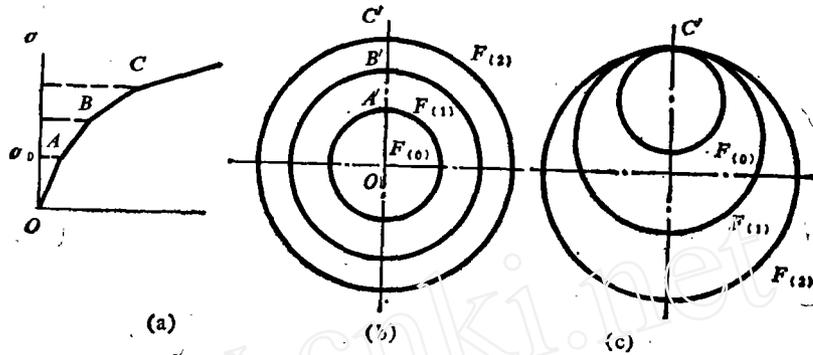


图 1 有限个等硬化模量的情形

此时三个曲面在 C' 点相切, 如图 1(c). 若继续加载, 塑性应变增量可由 C 点以后直线的斜率确定. 现令其在 C' 点卸载, 应力点落在 $F_{(0)}$ 之内, 遵循弹性规律. 以后的后继加载. 无论沿哪个方向进行, 应力点到达 $F_{(0)}$ 时, 就开始产生新的塑性变形, 塑性应变增量由 AB 线段的斜率确定; 到达 $F_{(1)}$ 时, 由 BC 线段的斜率确定等等. 由图 1 可看出, 要提高对实际材料曲线的逼近程度, 就要增加等硬化模量面的个数.

因此, 若要刻划一条连续光滑的材料曲线(实际的材料曲线), 就要将屈服面之外的等硬化模量面增至无穷多个, 并且各个曲面对应的硬化模量是连续变化的. 但按照 Mroz 理论, 设有 n 个等硬化模量面, 就要记录这 n 个曲面的全部信息, 包括它们的位置、大小和对应的硬化模量. 因而当 n 趋于无穷大时, 就要掌握无穷多的曲面的数据.

但从以下可以看出, 只要记录下很少几个特殊的曲面, 就可以得到所有曲面的数据. 如, 若材料是初始各向同性的, 则所有等硬化模量面是同心的, 且中心都在应力原点, 它们所对应的硬化模量则由初始的 σ - ε 曲线确定.

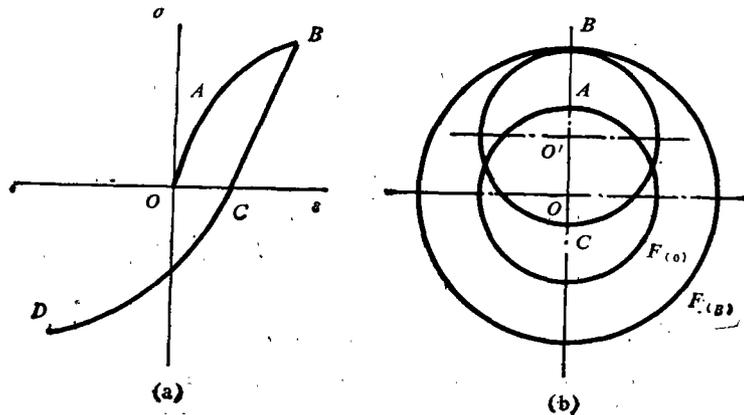


图 2 无限多等硬化模量面的情形

图 2 为一单轴的应力-应变曲线以及此种状态之下等硬化模量面的运动情况。假定单轴应力的加载由 A 到 B 。初始状态, 屈服曲面 $F_{(0)}$ 之外连续分布着无穷多个与 $F_{(0)}$ 同心的等硬化模量面。对应力空间中的任意一点, 都可以找到过这点的等硬化模量面, 其半径为该应力状态的等效应力, 该曲面对应的硬化模量可由应力-应变曲线确定。应力沿 OB 方向增加, 首先到达屈服面上的 A 点, 开始产生塑性变形, 加载点开始推动 $F_{(0)}$ 沿 OB 方向移动。以后每有一个应力增量 $d\sigma$, 加载点就落到一个新的等硬化模量面上, 其硬化模量可由材料曲线确定, 并且在加载点处相切的曲面同时沿 OB 方向移动。加载点达到 B 点时, 就落在 B 点所在的等硬化模量面 $F_{(B)}$ 上, $F_{(B)}$ 的半径为 B 点对应的等效应力, 中心在 O 点, 硬化模量由材料曲线 B 点的切线斜率确定。此时 $F_{(B)}$ 之外的等硬化模量面仍是连续分布的同心曲面, 而 $F_{(B)}$ 之内的所有曲面中心都有了移动, 保持与 $F_{(B)}$ 相切于 B 点, 因此中心分布在 OO' 直线上。如果在 B 点卸载, 然后加载点沿相反方向移动, 当到达 C 点时, 将开始产生新的塑性变形, 重新进入加载阶段。同样, 每有一个新的应力增量 $d\sigma$, 加载点就落到一个新的等硬化模量面上, 它过加载点, 与 $F_{(B)}$ 在 B 点相切, 中心在 OO' 上, 硬化模量根据其半径来确定。按此规律可以加载至 D 点, 在这过程中, 只需要初始加载结束时 $F_{(0)}$ 和

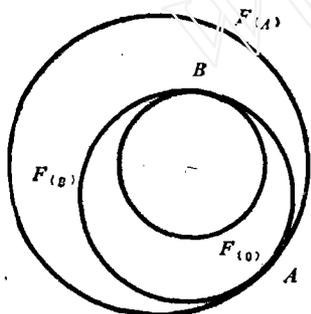


图 3 等硬化模量面的位置

$F_{(B)}$ 两个等硬化模量面即可完全描述当时的硬化模量场。后继加载超过 D 点后, 等硬化模量面移动的规律又与初始加载时一样。这可解释为沿 OB 方向加载的历史对变形特性的影响, 在沿相反方向的加载达到一定程度时被消除。文献[9、10]用实验指出了材料对加载历史影响的这种性质。

对于复杂加载路径, 假定初始加载至 A 点, 卸载后又加载至 B 点, 如图 3。此时应力空间被分为四个部分: (1) 后继屈服曲面 $F_{(0)}$ 之内, 应力应变之间是弹性关系; (2) 曲面 $F_{(0)}$ 与 $F_{(B)}$ 之间, 所有等硬化模量面与 $F_{(0)}$ 和 $F_{(B)}$ 在 B 点相切; (3) 曲面 $F_{(B)}$ 与 $F_{(A)}$ 之间, 所有等硬化模量面与 $F_{(B)}$ 和 $F_{(A)}$ 在 A 点相切; (4) 曲面 $F_{(A)}$ 之外, 所有等硬化模量面与 $F_{(A)}$ 同心。

加载点到达后三个区域内的任意一点, 都可以唯一地确定过这点的等硬化模量面。因此, 有了 $F_{(0)}$, $F_{(B)}$ 和 $F_{(A)}$ 就可以确定整个硬化模量场, 而曲面 $F_{(0)}$, $F_{(B)}$ 和 $F_{(A)}$ 称标记面。

三、材料的硬化和软化

对于有限个等硬化模量面, 若各曲面对应的硬化模量不变, 则可通过扩大或缩小这些曲面来描述材料的硬化或软化。

1. 如图 1(c), 加载结束时若 $F_{(0)}$, $F_{(A)}$ 与 $F_{(C)}$ 切于 C' 点, 它们的大小均无改变, 则它描述了一种复杂应力状态的 Bauschinger 效应, 因此是随动硬化的情形。

2. 加载结束时若 $F_{(0)}$, $F_{(A)}$ 略有膨胀 (但仍切于 C' 点), 则表示材料的线弹性范围略有增大, 即此时材料曲线的 OA 线段略有增长, 而 C 点保持不动。这表示材料的硬化。若 $F_{(0)}$ 与 $F_{(A)}$ 在加载结束时膨胀到与 $F_{(C)}$ 相等, 则该加载过程并未引起材料的各向异性, 与等向强化模型描述的现象一致。因此, 等向强化只是这种模型的一个特殊情况。

3. 若 $F_{(0)}$, $F_{(1)}$ 在加载结束时略有缩小(仍切于 C' 点), 则表示材料的线弹性范围略有缩小, 即此时材料曲线的 OA 线段略有缩短, 而 C 点保持不动。这表示材料的软化。

对于无穷多个等硬化模量面, 我们不可能给出无穷多个曲面的膨胀(或缩小)规律。

根据材料曲线 $\sigma = f(\varepsilon)$, 可以做出 $f'-r$ 曲线如图 4(a)。其中 r 为单轴应力下的等效应力, 这里做为等硬化模量面的半径。当 r 取大于 σ_0 的任一值 \bar{r} 时, 可以在 $f'-r$ 图中找到该半径为 \bar{r} 的等硬化模量面对应的切线模量 f' 。因此, 随着塑性变形的产生, 不断改变 $f'-r$ 曲线, 就相当于在 $f'-r$ 曲线不变的情况下不断改变无穷多个等硬化模量面的半径, 达到描述材料硬化或软化规律的目的。例如, 在加载阶段, 加载点触到半径为 r_B 的等硬化模量面, 即图 4(b) 中 B 点对应的等硬化模量面。假如在这加载过程中曲线 AB 以某种规律移动至 $A'B'$, 则表示半径小于 r_B 的所有等硬化模量面对应的切线模量 f' 降低, 即相当于等硬化模量面的缩小, 它反映的是材料的软化。反之, 若 AB 曲线移动至 $A''B$, 则表示切线模量 f' 的增高, 它反映的是介质的硬化。又若 BA 曲线不变, 则后继屈服曲面的确定与运动强化模型一致。若变化后的 AB 曲线成为 $A'''B$, 则该模型退化为等向强化模型。

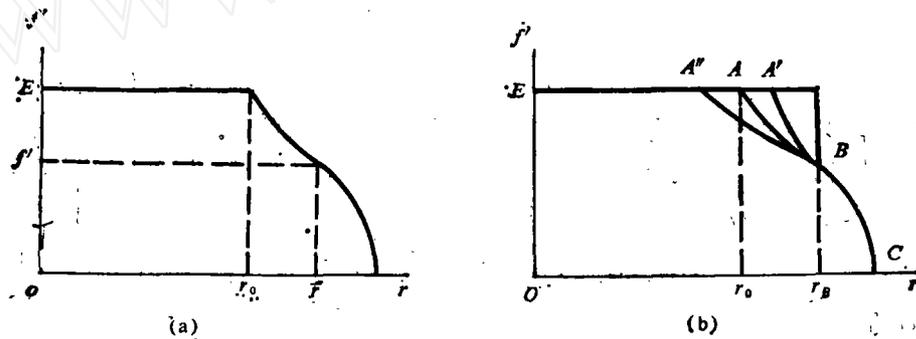


图 4 硬化模量曲线

四、模型的数学表述

1. 后继屈服曲面的变化

我们定义 r_{y_s} 为后继屈服曲面的半径。加载过程中后继屈服曲面大小的变化, 标志着介质的硬化或软化。由于塑性变形引起的介质的各向异性已通过等硬化模量面中心位置的移动来表示, 因此 r_{y_s} 是与方向无关的函数, 它可以和塑性应变、时间、温度等因素有关。另外, 对于某些材料, 如岩石等, 它又与应力状态有关, 因此

$$r_{y_s} = r_{y_s}(\varepsilon_p, \sigma^I, \sigma^{II}, \sigma^{III}, t, T) \quad (2)$$

式中 σ^I , σ^{II} 和 σ^{III} 为三个应力不变量。还可以假定 r_{y_s} 与改变材料的力学性能的其他累积效应有关。本文将只讨论与塑性应变 ε_p 有关的简单形式

$$r_{y_s} = r_{y_s}(\varepsilon_p) \quad (3)$$

当 ε_p 增大时, r_{y_s} 不能无限增大或减小, 而应是一有限值。

对等向强化情形, 由于塑性应变与处于加载状态时的等效应力是单值对应的, 且后继屈服面半径总等于加载时达到的最大等效应力, 所以有

$$r_{ys} = \sigma_{\max} \quad (4)$$

对于非等向强化情形,适用于不同介质的函数形式亦不相同。做为简单的例子,我们取如下的形式

$$r_{ys} = r_{y0}[1 + \lambda(1 - e^{-\varepsilon_p/\omega})] \quad (5)$$

其中 r_{y0} 是初始屈服面半径; ε_p 是累计塑性应变; λ 和 ω 是待定参数,由材料试验确定。做为一种特殊情况,当 $\lambda = 0$ 时, $r_{ys} = r_{y0}$, 即屈服曲面大小不变,是运动强化情形;当 $\lambda < 0$ 时, $r_{ys} < r_{y0}$, 标志着介质变软;当 $\lambda > 0$ 时, $r_{ys} > r_{y0}$, 标志着介质变硬。但无论介质是变软还是变硬,由(5)式确定的后继屈服曲面的半径,当 $\varepsilon_p \gg \omega$ 时,趋近一渐近值 r_{ya}

$$r_{ya} = r_{y0}(1 + \lambda) \quad (6)$$

由式(5)、(6)可以看出,参数 λ 控制着硬化或软化的范围,而 ω 则控制了随 ε_p 而硬化或软化的过程的速度。由(5)、(6)两式可得到 ω 及 λ 的表达式,

$$\omega = - \frac{\varepsilon_p}{\ln\left(1 - \frac{r_{ys} - r_{y0}}{\lambda r_{y0}}\right)} \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{r_{ys}}{r_{y0}} - 1 \quad (8)$$

我们可以通过单轴应力实验确定式(5)中参数 λ 和 ω 的值。假定初始屈服应力为 σ_0 , 单向拉伸,使应力达到 $\sigma_1 (> \sigma_0)$, 测得塑性应变为 ε_p' , 卸载后压缩,测出屈服应力(压应力)为 $-\sigma_2$ 。由(5)式有

$$(\sigma_1 + \sigma_2)/2 = \sigma_0[1 + \lambda(1 - e^{-\frac{\varepsilon_p'}{\omega}})]$$

解出 ω 为

$$\omega = - \frac{\varepsilon_p'}{\ln\left(1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 - 2\sigma_0}{2\lambda\sigma_0}\right)} \quad (7a)$$

进行应变控制的反复的拉-压循环加载,直至屈服应力趋近一常数 σ_a , 由式(8)有

$$\lambda = \frac{\sigma_a}{\sigma_0} - 1 \quad (8a)$$

2. 硬化模量曲线的变化

在图 4(b) 中, A 点的移动可由式(5)确定, AB 曲线的变化代表了材料特性曲线的变化。函数 f' 应具有以下的形式

$$f' = f'(r_{ys}, r_h, W_p) \quad (9)$$

其中 r_h 是表示与 B 点相联系的与加载历史有关的一个参数, W_p 是塑性功。对于稳定材料,变化以后的 f' 必须保持是单值单调的。因此, f' 在 B 点没有间断, f' 的导数在 A 点不大于 0。

函数 f' 的实验测定比较复杂,但对于某些材料,取如下的函数形式

$$f' = f'(r_{ys}, r_h) \quad (10)$$

能与试验结果吻合较好(见本文算例),即在图 4(b) 中, f' 曲线的变化只与 A 点和 B 点的

位置有关。更进一步，可以认为 AB 曲线段的变化只是原始 f 曲线沿横坐标方向的放大或缩小。初始状态若 f 由下式确定

$$f = f(r - r_0) \tag{11}$$

则在加载点达到半径为 r_1 的等硬化模量面，后继屈服面半径变至 r_{01} 时，图 5(a) 中曲线段 $A'B$ 可由下式表示

$$f_1 = f(k_1(r - r_{01})) \tag{12}$$

式中

$$k_1 = \frac{r_1 - r_0}{r_1 - r_{01}} \tag{13}$$

曲线段 BC 仍由 (11) 式表示。以下两种情况必须考虑。

(1) 继续加载，加载点到达半径为 r'_1 的等硬化模量面上，后继屈服面半径变至 r'_{01} ， $A'BC$ 变至 $A''B'C$ ，如图 5(a)，曲线段 $A''B'$ 由下式表示，

$$f'_1 = f(k'_1(r - r'_{01})) \tag{14}$$

其中

$$k'_1 = \frac{r'_1 - r_0}{r'_1 - r'_{01}} \tag{15}$$

曲线段 $B'C$ 不变。

(2) 卸载后重新加载，加载点到达半径为 $r'_1 (< r_1)$ 的等硬化模量面上，后继屈服面半径变至 r'_{01} ， $A'BC$ 变为 $A''B'BC$ (见图 5(b)) 曲线段 $A''B'$ 可由 (14) 式表示，但其中

$$k'_1 = k_1 \frac{r'_1 - r_{01}}{r'_1 - r'_{01}} \tag{16}$$

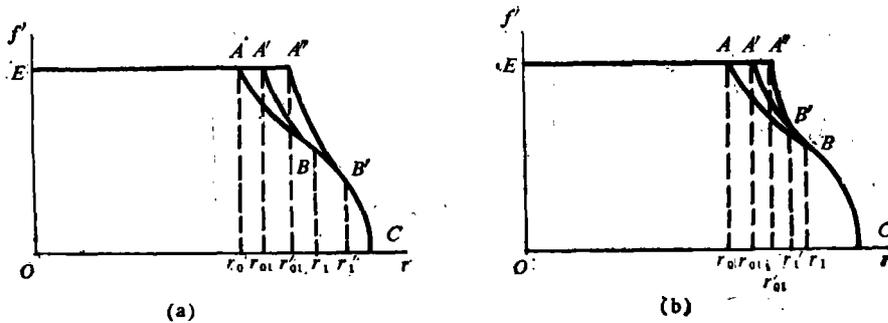


图 5 硬化模量曲线的变化

曲线段 $B'B$ 仍由 (12) 式表示， BC 则保持不变。

3. 等硬化模量面的运动

如前所述，我们可以根据有限个称为标记面的等硬化模量面的位置和大小来确定任一等硬化模量面的参数。现在以带 (n) 的量表示第 n 个标记面的参数。令应力分量为 σ_{ij} ，第 n 个标记面的中心位置为 $\alpha_{ij}^{(n)}$ 。应力空间中等硬化模量面是一些超曲面，在 Mises 屈服准则之下可以表示为

$$\frac{1}{2} \{ (\sigma_{11}^{(n)} - \sigma_{22}^{(n)})^2 + (\sigma_{22}^{(n)} - \sigma_{33}^{(n)})^2 + (\sigma_{33}^{(n)} - \sigma_{11}^{(n)})^2 \}$$

$$+ 6[(\sigma_{12}^{(n)})^2 + (\sigma_{23}^{(n)})^2 + (\sigma_{31}^{(n)})^2] - \sigma_{(n)}^2 = 0 \quad (17)$$

其中

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij} - \alpha_{ij}^{(n)} \quad (18)$$

做以下坐标变换,

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_{11} &= (\sigma_{22} - \sigma_{33})/\sqrt{2}, & \Sigma_{12} &= \sqrt{3}\sigma_{12} \\ \Sigma_{22} &= (\sigma_{33} - \sigma_{11})/\sqrt{2}, & \Sigma_{23} &= \sqrt{3}\sigma_{23} \\ \Sigma_{33} &= (\sigma_{11} - \sigma_{22})/\sqrt{2}, & \Sigma_{31} &= \sqrt{3}\sigma_{31} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$\alpha_{ij}^{(n)}$ 经同样的变换得到 $A_{ij}^{(n)}$, 变换后 (17) 式成为

$$(\Sigma_{11}^{(n)})^2 + (\Sigma_{22}^{(n)})^2 + (\Sigma_{33}^{(n)})^2 + (\Sigma_{12}^{(n)})^2 + (\Sigma_{23}^{(n)})^2 + (\Sigma_{31}^{(n)})^2 - \sigma_{(n)}^2 = 0 \quad (20)$$

其中

$$\Sigma_{ij}^{(n)} = \Sigma_{ij} - A_{ij}^{(n)} \quad (21)$$

这表示原点在 $A_{ij}^{(n)}$, 半径为 $\sigma_{(n)}$ 的超球面。

等硬化模量面在加载点的推动下移动, 移动情况可由图 5 看出。假定先沿某一加载路径加载至 A 点, 卸载后又加载至 B 点, 在这过程中 $F_{(i)}$, $F_{(i-1)}$ 做为标记面与屈服曲面 $F_{(0)}$ 被记录下来现在欲确定继续加载至 C 点(应力状态为 Σ_{ij} 时) F' 及后继屈服曲面 $F_{(0)}$ 的位置和大小, 如图 6 所示, 应有下式成立,

$$O'A = O'C \quad (22)$$

由此式可以确定过 C 点且与 $F_{(i)}$ 在 A 点相切的等硬化模量面 F' , 它的中心位置及半径分别为

$$A_{ij}' = A_{ij}^{(i-1)} - \mu A_{ij}^{(i-1),i} \quad (23)$$

$$r' = r_{(i-1)} + \mu \|A_{ij}^{(i-1),i}\| \quad (24)$$

式中

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{r_{(i-1)}^2 - \Sigma_{ij}^{(i-1)} \cdot \Sigma_{ij}^{(i-1)}}{\Sigma_{ij}^{(i-1)} A_{ij}^{(i-1),i} + r_{(i-1)} \|A_{ij}^{(i-1),i}\|} \quad (25)$$

$$A_{ij}^{(i-1),i} = A_{ij}^{(i-1)} - A_{ij}^{(i)} \quad (26)$$

屈服曲面移动至新的位置 $O_{(0)}$,

$$A_{ij}^{(0)} = \Sigma_{ij} - \frac{r_{y\epsilon}}{r'} (\Sigma_{ij} - A_{ij}') \quad (27)$$

此时 $F_{(i-1)}$ 也移动至一个新的位置,

在 C 点与 F' 相切。但如本文第二部分所述, 它的大小及位置已不必记录。

若继续加载, 加载点推动了所有的标记面, 则先前的标记面都不必再记录, 代之以新的标记面 $F_{(i)}$ 和后继屈服曲面 $F_{(0)}$,

$$r_{(i)} = \|\Sigma_{ij}\| \quad (28)$$

$$A_{ij}^{(i)} = 0 \quad (29)$$

$$A_{ij}^{(0)} = \Sigma_{ij} \left(1 - \frac{r_{y\epsilon}}{r_{(i)}}\right) \quad (30)$$

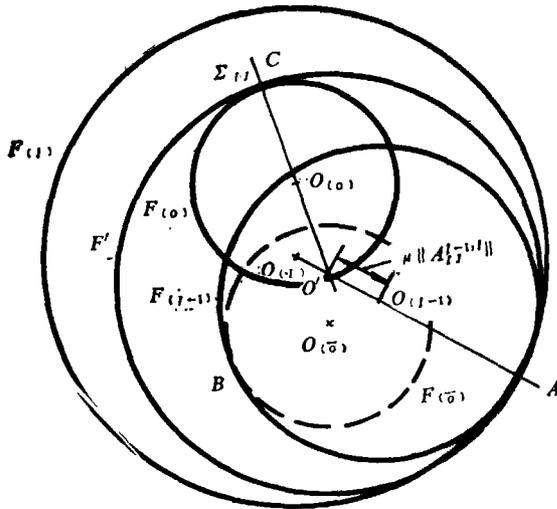


图 6 等硬化模量面的移动

在平面应力状态, 问题可简化到三维应力空间来处理. (17) 式成为

$$(\sigma_{11}^{(n)})^2 + (\sigma_{22}^{(n)})^2 - \sigma_{11}^{(n)}\sigma_{22}^{(n)} + 3(\sigma_{12}^{(n)})^2 - \sigma_{(n)}^2 = 0 \quad (31)$$

取如下形式的变换

$$\Sigma_{11} = (\sigma_{11} + \sigma_{22})/2, \quad \Sigma_{22} = (\sigma_{22} - \sigma_{11})\sqrt{3}/2, \quad \Sigma_{33} = \sqrt{3}\sigma_{12} \quad (32)$$

$A_{ij}^{(n)}$ 的变换与 Σ_{ij} 同, 式 (30) 成为

$$(\Sigma_{11}^{(n)})^2 + (\Sigma_{22}^{(n)})^2 + (\Sigma_{33}^{(n)})^2 - \sigma_{(n)}^2 = 0 \quad (33)$$

其中

$$\Sigma_{ij}^{(n)} = \Sigma_{ij} - A_{ij}^{(n)} \quad (34)$$

这仍是球面方程, 其中心在 $A_{ij}^{(n)}$, 半径为 $\sigma_{(n)}$, 因此描述等硬化模量面移动的公式 (22—30) 仍然适用.

根据以上模型, 我们将单轴应力循环载荷作用下铝合金试件的试验值与计算值进行了对照比较. 根据试验曲线, 式 (7a)、(8a) 中各个量的值为

$$\sigma_0 = 2700 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_s = 3250 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_1 = 4350 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_2 = 1350 \text{ kg/cm}^2, \quad \epsilon_p = 0.776\%$$

求出 $\lambda = 0.2037$, $\omega = 0.0244$. 用本模型确定的第 4 和第 20 个循环的应力应变曲线和实验曲线的对比情况见图 7.

文献 [11] 中介绍了 $\lambda = 0$ 时本模型的平面应力问题的有限元算例.

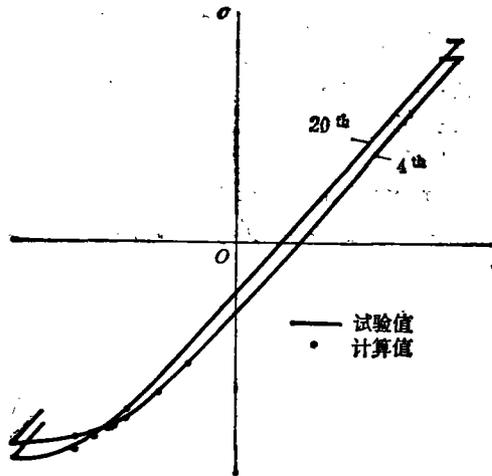


图 7 控制应变的循环应力应变曲线

参 考 文 献

- [1] Hill, R., The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford (1950).
- [2] Hodge, P. G. Jr., The Theory of Piecewise Linear Isotropic Plasticity, IUTAM Colloquium on Deformation and Flow of Solids (Madrid, 1955), J. Springer, Berlin.
- [3] Prager, W., The Theory of Plasticity: A Survey of Recent Achievements, Proc. of the Institution for Mechanical Engineers, 169(1955), 41—57.
- [4] Ziegler, H., A Modification of Prager's Hardening Rule, Quart. Appl. Math., XVII(1959), 55—65.
- [5] Hodge, P. G. Jr., Discussion on "A New Method of Analyzing Stresses and Strains in Work-Hardening Pla-

- stic Solids by W. Prager", *J. Appl. Mech.*, **24**(1957), 482—484.
- [6] Robert, G. V. and Armstrong, W. H., Improved Hardening Theory for Cyclic Plasticity, *AIAA*, **11** 3(1973), 400—401.
- [7] Axelsson, K. and Samuelsson, A., Finite Element Analysis of Elastic-plastic Materials Displaying Mixed Hardening, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, **14**(1979).
- [8] Mroz, Z., On the Description of Anisotropic Workhardening, *J. Mech. Phys. Solids*, **15**(1967), 163—175.
- [9] Szczepinski, W. and Miastkowski, J., An Experimental Study of the Effect of the Prestraining History in the Yield Surfaces of an Aluminium Alloy, *J. Mech. Phys. Solids*, **16**(1968), 153—162.
- [10] Miastkowski, J., Experimental Analysis of the Effect of Material Memory, *Arch. Mech. Stos.*, **20** 3(1968), 261—277.
- [11] 陈其业、梁乃刚,一种连续强化介质的切线模量场模型,一九八三年福州疲劳学术会议上宣读。

A GENERAL NON-LINEAR HARDENING MODEL FOR ELASTO-PLASTIC MATERIALS

Chen Qiye Liang Naigang

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

A new hardening model was proposed to simulate the plastic deformation behaviour of materials with general non-linear hardening property. In this model a vector field and a scalar field was defined to describe the multi-dimensional plastic anisotropy and hardening (or softening) property respectively. In this paper the variation pattern of both fields was formulated and their parameters were discussed.

The curve simulated by the proposed model and the experiment one were compared. It indicated the model was suitable not only to simple loading but also to cyclic loadings and complex loadings.