

# 可瘪管定常流动的若干新现象

陶 祖 莱

(中国科学院力学研究所,北京)

席 葆 树

(清华大学工程力学系,北京)

## 摘 要

在较宽的参数范围内进行了可瘪管定常流动实验。当流速-波速比较高时,发现了若干新现象:(i)当管道开始被压瘪,或已压瘪的管道即将完全开启时,流态发生突变,从定常流变为脉动流(或相反);同时,流量、压力发生阶跃;(ii)压差-流量曲线出现双峰;(iii)在正阻尼区亦可能发生持续的振荡。

讨论了实变发生的原因和激振机理。

## 一、引 言

人体内体液输运管道均由软组织构成,管壁很薄。当外部压力高于管内压力时,管壁易被压瘪。此时,流体运动与管壁大变形相耦合,性状和一般工程管流很不一样,称为可瘪管(Collapsible tube)流动。它的规律的研究,对于认识许多生理、病理现象有重要意义<sup>[1]</sup>。比如,在生理范围内,较大的静脉血管往往局部被压瘪,而静脉回流的特性对于整个心血管系统的功能来说很重要。又如,呼气、排尿等流量都有一个极限,且呼气极限流量可用来评价肺功能。再如,人的发声和气流通过由于肌肉收缩,而被压瘪的喉道时引起的自激振动有密切的关系。此外,作为血压测量标志的 Krotkof 声和被局部压瘪的肱动脉内的血液流动有关。许多病理肺声亦起因于支气管被局部压瘪。

因此,数十年来人们对此做了一系列研究。四十年代, Holt<sup>[2]</sup> 用可瘪管流动实验说明了生理学上“瀑布”现象产生的原因。五十年代, Rodbard<sup>[3]</sup> 将它和局部血流调节机理联系起来。六十年代以来,研究可瘪管流动的人很多,生理背景各异。有代表性的是 Conrad 等人<sup>[4]</sup>的实验。他们的实验揭示了可瘪管定常流动的三个主要特点:

1. 若上游端压力( $p_1$ )和外部压力( $p_c$ )不变,则流量( $Q$ )-开始随下游端压力( $p_2$ )降低而增大;但当  $p_2 \leq p_c$  时,流量趋于一极限值,它与  $p_2$  无关。此即流量极限(flow limitation),又称‘瀑布现象’。

2. 若改变上游压力而固定其它条件,则所得压差( $\Delta p = p_1 - p_2$ )-流量曲线呈 N 形,  $\Delta p$  有一个峰值。

本文 1983 年 2 月 5 日收到,1985 年 10 月 9 日收到修改稿。

3. 当  $\frac{d(\Delta p)}{dQ} < 0$  (负阻尼区) 时, 流动往往不稳定, 可能发生振荡。

对这些异常现象, 人们做了不少工作<sup>[5,6]</sup>。目前, 关于流量极限问题, 看法比较一致。但关于流动振荡的机理, 说法不一。Conrad 认为  $\frac{d(\Delta p)}{dQ} < 0$  是流动振荡的必要条件; Shapiro 则把流动振荡归因于可瘪管流动趋于临界状态(流速等于当地管壁弹性波速, 称为临界)时引起的‘堵塞’。Pedley 提出了两种新的激振机理, 同时指出, 必须设计新的实验以考察目前提出的激振假说。弄清这一点是十分必要的, 因为它和多种无创诊断方法有关。

另一方面, 现有实验的条件和结果, 大多以有量纲量的形式给出, 难于作比较。鉴于此, 我们在相似性分析<sup>[7]</sup>的基础上, 在较宽的参数范围内进行了实验研究。

## 二、实验方法

在体条件下, 控制可瘪管流动的主要因素是: 来流条件、下游负载、外部压力和管道在受压时的力学性质。作为简化模型, 上述因素可用图 1 所示系统表示, 上游贮液箱液面高度( $H_0$ )

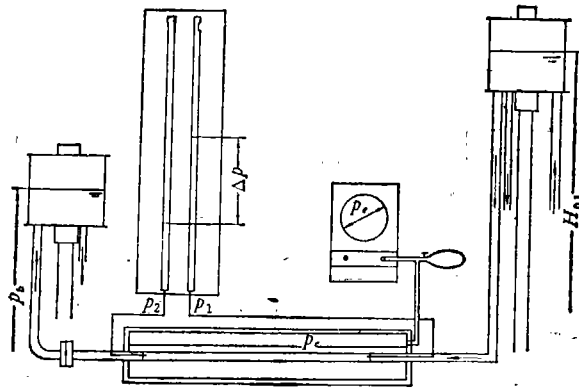


图 1 实验装置梗概

控制来流条件, 下游贮液箱液面高度( $p_b$ )控制出口条件, 密封箱压力为  $p_c$ 。进而假设管壁力学性质可用管律(管内外压差  $p_i = p - p_c$  与截面积  $A$  的关系)来表示:

$$\frac{p - p_c}{K_p} = f\left(\frac{A}{A_0}\right) \quad (1)$$

这里,  $A_0$  为  $p = p_c$  时管截面积,  $K_p$  为截面刚度。相似性分析表明, 若流动是一维的, 有六个相似参数:  $\frac{L}{R_0}$ ,  $\frac{H}{L}$ ,  $R_e$ ,  $F_r$  和  $A$ ,  $C_{p_c}$ ,  $C_{p_b}$  三者之二。这里,  $L$ ——管长,  $R_0 = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$ ,  $H$ ——参数高度,

$$\left. \begin{aligned} R_e &= \frac{\rho R_0 U_0}{\mu}, & F_r &= \frac{\sqrt{gH}}{U_0}, \\ A_0 &= \frac{U_0}{\tilde{C}_0}, & C_{p_c} &= \frac{p_c}{\rho \tilde{C}_0^2}, \\ C_{p_b} &= \frac{p_b}{\rho_0 \tilde{C}_0^2}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$\rho$ ——流体密度,  $\mu$ ——流体粘度,  $g$ ——重力加速度,  $U_0$ ——特征速度,  $\tilde{C}_0$ ——特征波速, 取

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= \sqrt{\frac{2(H_0 - p_f)}{\rho}}, \\ \tilde{C}_0 &= \sqrt{\frac{K_f}{\rho}}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对生理流动来说, 严格的流动相似是难于实现的。而且生物组织受压状态下的力学性质很难测量, 除较大的静脉血管、大气管外几乎无所知, 因而很难确切地给出生理可瘪管流动的  $A_0$ ,  $C_{p,2}$ ,  $C_{p,1}$  等变化范围。但现有实验证明流量极限在生理条件下确实存在, 这表明尽管流速不高, 临界条件——当地流速-波速比为 1——是可能达到的。我们的实验主要考察流速-波速比变化范围较大时, 可瘪管流动的特性。流速-波速比较小时的性状, Conrad 等已作了不少实验。

### 1. 实验段

选择四根质地均匀的乳胶管作为实验段安装在直径为 1.5cm 的不锈钢管上。接头间距 49.0—55.5cm。整个实验段装在透明的密封箱内。箱容积 6917cm<sup>3</sup>, 管腔与密封箱的容积比为 0.015。

乳胶管密度 0.9g/cm<sup>3</sup>。我们测量了它们的周向杨氏模量和管律(图 2)<sup>1)</sup>。在本实验范围

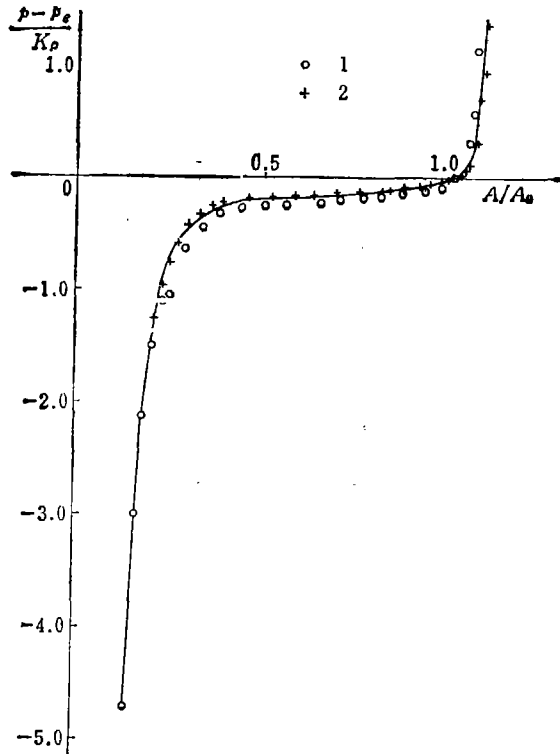


图 2 管律实验结果  
(1—A 管, 2—D 管)

1) 原始数据取自夏靖友、余建伟, 等毕业论文(清华大学)。

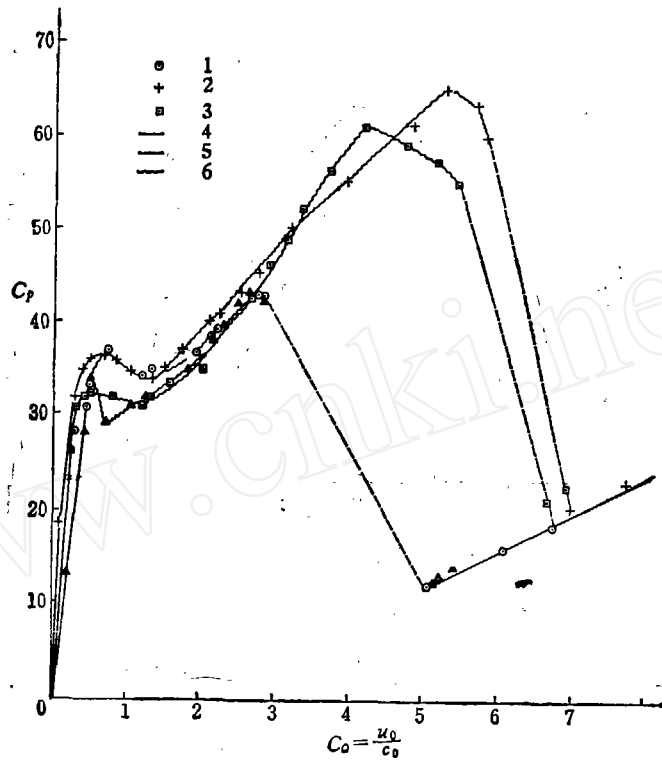


图 3 A 管压瘪和开启过程中  $C_p-C_0$  关系  
(1—压瘪过程,2—开放启程,3—定常流,4—突变,5—振荡)

内,周向杨氏模量约为  $1.38 \times 10^7 \text{ dyn/cm}^2$ ,泊松比  $\sigma$  为 0.5.  $p = p_c$  时管运截面刚度为  $K_p$ .

$$K_p = \frac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)R_0^3} \quad (4)$$

这里  $h$  为管壁厚度. 表 1 列出了四个实验段的主要参数.

表 1 实验段参数

|    | $h(\text{cm})$ | $R_0(\text{cm})$ | $h/R_0$ | $K_p(10^3 \text{ N/m}^2)$ | $\bar{C}_0(\text{cm/s})$ |
|----|----------------|------------------|---------|---------------------------|--------------------------|
| A# | 0.051          | 0.814            | 0.063   | 3.9720                    | 19.93                    |
| B# | 0.052          | 0.802            | 0.065   | 4.2100                    | 20.52                    |
| C# | 0.031          | 0.809            | 0.038   | 0.8641                    | 9.30                     |
| D# | 0.083          | 0.796            | 0.104   | 18.3888                   | 42.88                    |

实验段长度-管径比约为 60.

## 2. 测量方法

上、下游压力用装在刚性管口内的静压探针测量,探针外径为 0.18, 0.28cm. 平均压力用 U 形管压力计读取,读数误差 1mm H<sub>2</sub>O. 脉动压力用 LDY-3 型低压传感器测量,系统频响 3000 Hz. 波形用 SC 16A 型光线示波器记录,走纸速度 100mm/s,波幅用精密血压表标定.密封箱内压力  $p_c$  也用精密血压表测定,精度 0.25 级,量程 300mm Hg,刻度 1mm Hg.

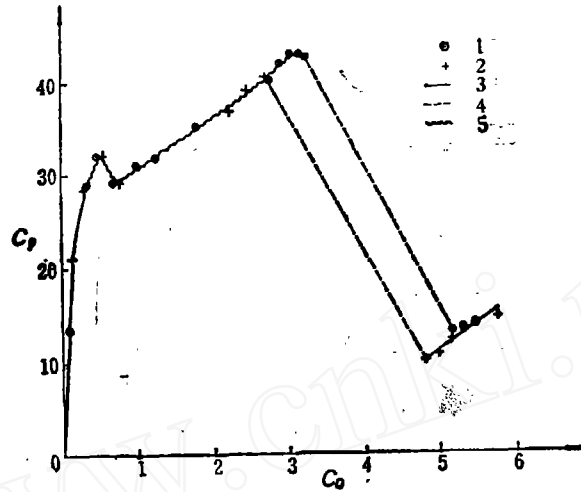


图 4 不同管子的  $C_p-C_Q$  关系比较  
(1—定常流, 2—突变, 3—振荡 4—管 A, 5—管 B,  $C_{p_s} = 85.00$ ,  $C_{p_b} = 5.80$ )

流量用秒表、量筒测定。秒表刻度 0.1s, 量筒刻度分别为 20cm<sup>3</sup> 和 10cm<sup>3</sup>, 相应量程分别为 1000cm<sup>3</sup> 和 2000cm<sup>3</sup>。

平均压力测量误差不超过 2%, 流量测量误差在 3% 以内。

### 3. 两类实验

A 类: 下游负载  $p_b$  和外压  $p_e$  不变, 连续改变上游水头  $H_0$ , 测量上、下游出口平均压力  $p_1$  和  $p_2$ , 及流量  $Q$ 。当发生振动时, 测得出口瞬时压力  $\tilde{p}_2(t)$  的波形。

B 类: 保持  $H_0, p_b$  不变, 连续改变  $p_e$ , 测  $p_1, p_2, Q$  及  $\tilde{p}_2(t)$ 。

除 C\* 管外, 每种实验均重复 2—3 次, C\* 管在一次实验后破裂。

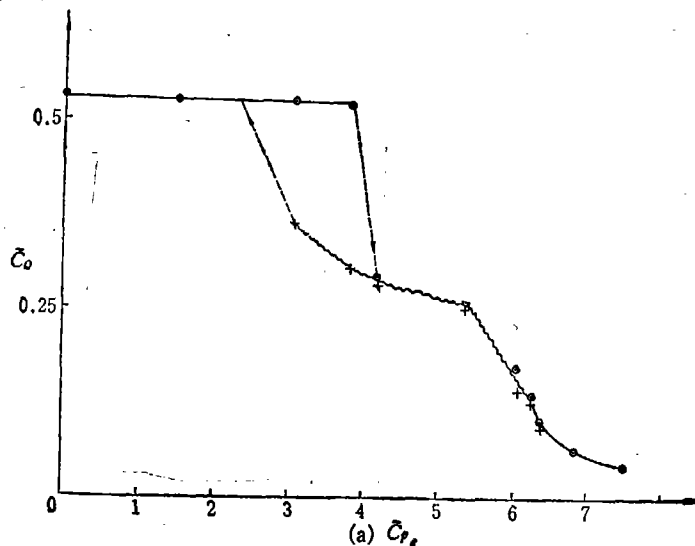


图 5(a)  $\bar{C}_p-\bar{C}_Q$  关系

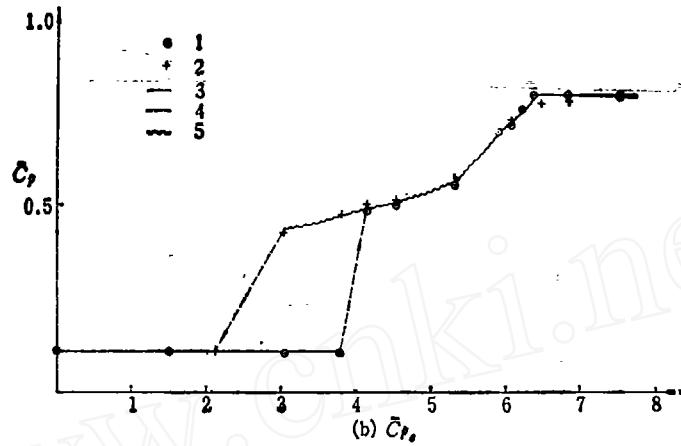


图 5(b)  $\tilde{C}_Q-\tilde{C}_p$  关系

(1—压瘪, 2—开启, 3—定常流, 4—突变, 5—振荡, 管 D,  $A_0 = 4.78$ ,  $C_{p_0} = 5.80$ )

### 三、实验结果

结果用下列无量纲参数表示:

$$\left. \begin{aligned} C_p &= \frac{\Delta p}{K_p} = \frac{\Delta p}{\rho \tilde{C}_0^2}, & C_{p_c} &= \frac{p_c}{K_p}, \\ C_Q &= \frac{Q}{A_0 \tilde{C}_0} = \frac{u_0}{\tilde{C}_0}, & u_0 &= \frac{Q}{A_0}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

1. 当管道开始被压瘪(管壁开始失稳)或即将完全开启时, 流态发生突变, 从定常流突变为振荡流(或相反); 同时, 流量锐减(或剧增), 压差猛增(或陡降). 此过程对初始扰动很敏感. 图 3, 4 是 A 类实验的结果, 图 5(a), (b) 是 B 类实验结果, 二者都说明突变的存在.

2. 压差-流量曲线有两个峰值. 如图 3, 4 所示, 对压瘪过程来说, 第一峰高于第二峰. 前者发生于突变刚结束时,  $\frac{p_2}{p_c}$  略小于 1; 而后者发生于  $\frac{p_1}{p_c}$  略小于 1 的时候, 开启过程与此相反, 第一峰低于第二峰, 低峰发生于  $p_1/p_c$  略高于 1 处, 而高峰发生于突变即将发生时,  $p_2/p_c$  略高于 1.

3. 图 3, 4 都表明持续的振荡不仅可发生在  $\frac{d(\Delta p)}{dQ} < 0$  (负阻尼) 的区域, 也可发于在  $\frac{d(\Delta p)}{dQ} > 0$  (正阻尼) 的区域. 因而 Conrad 的振荡条件不是必要的.

4. 压瘪过程和开启过程流态有显著差别, 最突出的是压差-流量图上, 开启突变峰比压瘪过程相应的峰值高得多, 而相应的流量差不多.

5. 图 6 和图 7 是典型的压力波形,  $\tilde{p}_2(t) = p_2 + p'(t)$ . 可见至少有两类振荡:

1. 大幅尖波. 此时  $[\tilde{p}_2(t)]_{\max} > p_c$ , 且波谷很深

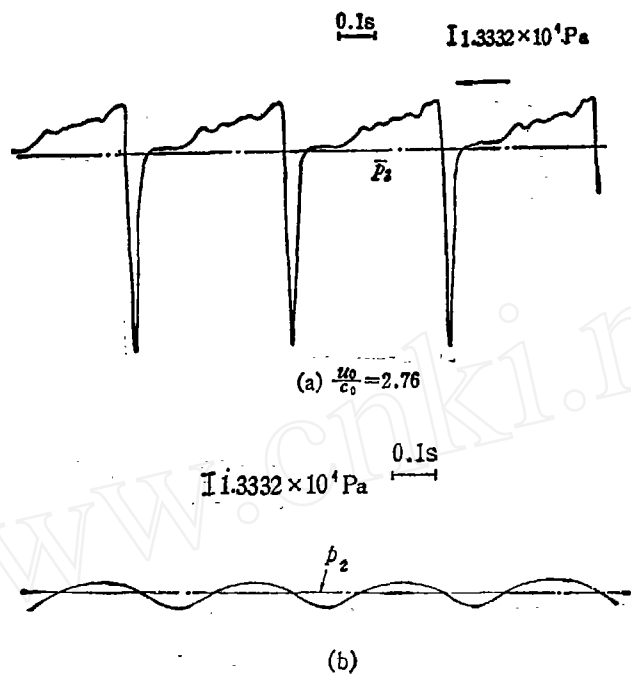


图 6 压力波型(A类实验)

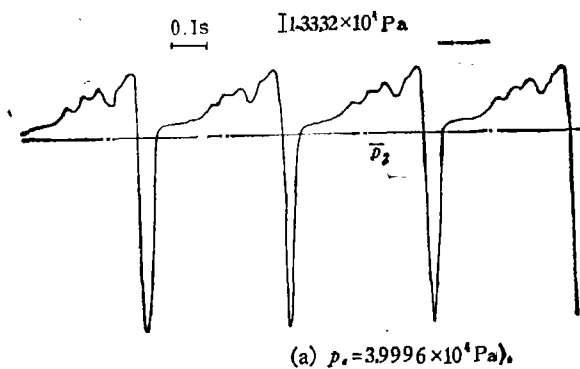
((a)  $u_0/c_0 = 2.76$ , (b)  $\Lambda = 0.47$ ;图中  $10\text{mmHg} = 1.3332 \times 10^4\text{Pa}$ , $p_e = 30\text{mmHg} = 3.9996 \times 10^4\text{Pa}$ ).

图 7 压力波型(B类实验)

(图中  $10\text{mmHg} = 1.3332 \times 10^4\text{Pa}$ ).2. 小幅圆波。此时  $[\tilde{p}_2(t)]_{\max}$  可小于  $p_e$ 。

## 四、讨 论

### 1. 关于突变

由图 8 可见,若  $p_e, p_b$  不变而  $H_0$  连续降低或升高,则当突变发生时,  $p_2$  有阶跃,但趋势不

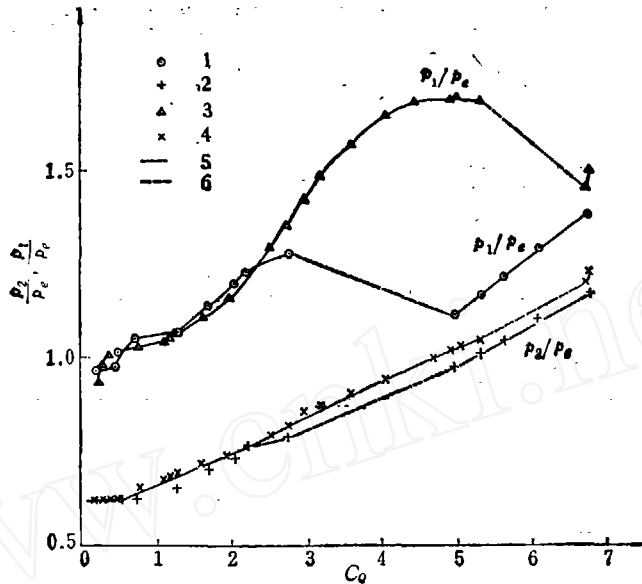


图 8  $p_1/p_0, p_2/p_0$  随  $C_0$  的变化  
(1— $p_1/p_1, 2$ — $p_2/p_1$ , 压瘪; 3— $p_1/p_1, 4$ — $p_2/p_1$ , 开放).

变 ( $H_0 \downarrow, p_2 \downarrow \downarrow; H_0 \uparrow, p_2 \uparrow \uparrow$ ); 而  $p_1$  不仅有量的阶跃, 趋势亦有质变 ( $H_0 \downarrow, p_1 \uparrow \uparrow; H_0 \uparrow, p_1 \downarrow \downarrow$ ).乍一看来, 这似乎是因为管道被压瘪(或开启)时, 截面积减小(或增大), 流量下降(或上升), 上游管段内流体被滞留(或排空), 以收  $p_1$  增大. 然而, 这种过程存在于所有可瘪管流动,

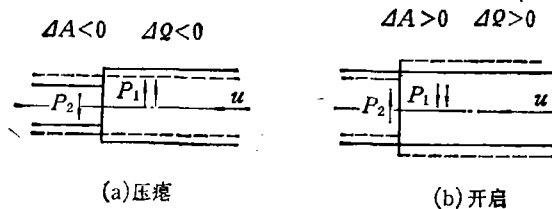


图 9 突变模型

而突变却只发生在  $u_0/\tilde{C}_0$  足够大的时候. 故上述过程不是突变发生的原因.

实验中, 突变总是在  $(H_0 - p_b)$  足够大时, 由  $H_0$  (或  $p_c$ ) 的微小改变引起的. 若将这种微小的改变看作扰动, 则可认为  $H_0$  (或  $p_c$ ) 是恒定的. 这样突变可抽象为图 9 所示的简单模型. 压瘪突变时,  $p_1 \uparrow, p_2 \downarrow, A \downarrow, Q \downarrow \downarrow$ , 相当于一个左行的水-弹性激波; 开启突变时,  $p_2 \uparrow, p_1 \downarrow, A \uparrow, Q \uparrow \uparrow$ , 相当于一个右行激波.

是否具备形成激波的条件? 这要看流速  $u$  能否达到当地波速. 据 Flaherty 等人<sup>[8]</sup>分析, 薄壁弹性圆管受压时有三个临界压力:  $p_0, p_c, p_e$ . 当  $(p - p_e) = p_0$  时, 圆管失稳变为椭圆形, 刚度剧降; 当  $(p - p_e) = p_c$  时, 相对内表面开始接触, 刚度增大; 当  $(p - p_e) = p_1$  时, 相对内表面接触处曲率为零, 刚度进一步增大. Bonis 等<sup>[9]</sup>进一步指出,  $p_0$  和  $p_c$  处波速变化是不连续的,  $p_c < (p - p_e) < p_0$  时, 波速相当低, 约为  $0.9\tilde{C}_0$  (以  $C_*$  表示). 可以设想, 在压瘪



过程中,当  $(p_1 - p_c) = p_0$  时,此处波速( $C_2$ )陡降,尽管流速变化不大,  $\frac{u}{C}$  也可能大于 1 而变为超临界。但下游是刚性接头,当地波速很高,流动很快从超临界变为亚临界。这种变化是不连续的,是突变。

表 2 中  $\left\langle \frac{u_0}{\tilde{C}_0} \right\rangle_1$  为管道开始压瘪时  $\frac{u_0}{\tilde{C}_0}$  的平均值, Conrad 实验中的  $\left\langle \frac{u_0}{\tilde{C}_0} \right\rangle$  按最大实验流量估算。

表 2 本实验和 Conrad 实验有关参数比较

|  | A*    | B*    | D*    | Conrad 实验 |
|--|-------|-------|-------|-----------|
| $\tilde{C}_0$ (cm/s)                                   | 19.93 | 20.52 | 42.88 | 156.63    |
| $C_p$ (cm/s)   | 17.94 | 18.47 | 38.59 | 140.97    |
| $\left\langle \frac{u_0}{\tilde{C}_0} \right\rangle_1$ | 2.77  | 2.52  | 2.26  | 0.10      |

显然,本实验中水-弹性激波是可能形成的,而 Conrad 实验则不然。

此外,若突变系激波所致,那么  $\left(\frac{u}{C}\right)^2$  决定了突变强度,因而  $K_p$  越小;突变越强( $(H_0 - p_b)$  不变)。若以  $\frac{\Delta p}{K_p}$  和  $\left| \delta \left( \frac{\Delta p}{K_p} \right) / \delta \left( \frac{Q}{A_0 \tilde{C}_0} \right) \right|$  来衡量突变强度,则有表 3 所示结果。

表 3 突变强度

|   | C*     | A*     | B*     | D*      |
|---|--------|--------|--------|---------|
| $K_p(10^3 \text{N/m}^2)$  | 0.8641 | 3.9720 | 4.2100 | 18.3888 |
| $\left\langle \frac{\Delta p}{K_p} \right\rangle_*$                     | 244.21 | 44.87  | 35.28  | 9.67    |
| $\left  \frac{\delta(\Delta p/K_p)}{\delta(Q/A_0 \tilde{C}_0)} \right $ | 35.84  | 13.81  | 13.02  | 6.69    |

显然,突变强度随  $K_p$  递增或变小,这为上述解释提供了一个旁证。

## 2. 双峰的形成

$\Delta p$  表征流动机械能的损失。当管截面形状不变时,  $\Delta p-Q$  曲线总是单调的。只有当截面形状改变使得  $Q$  和  $\Delta p$  向相反方向变化时,  $\Delta p-Q$  图上才会出现峰值。造成这种反向变化的原因不同,就可能形成不同的峰值而呈多峰现象。

$C_0$  较小时,压瘪(或开启)过程中流动状态变化是连续的。设流量改变  $\delta Q$  引起的压降改变为  $\delta(\Delta p)$ , 则  $\delta(\Delta p) = \delta(\Delta p)_1 + \delta(\Delta p)_2 + \delta(\Delta p)_3 + \delta(\Delta p)_4$ 。这里,  $\delta(\Delta p)_1$  是直接由流量变化  $\delta Q$  引起的,  $\frac{\delta(\Delta p)_1}{\delta Q} > 0$ ;  $\delta(\Delta p)_2$  表示管被压瘪后最小截面上游段摩阻的变化。当

$\delta A < 0$  (即  $\delta Q < 0$ ) 时, 上游段加速, 摩阻增大,  $\frac{\delta(\Delta p)_2}{\delta Q} < 0$ ;  $\delta(\Delta p)_3$  是下游分离损失引起的,  $\delta A < 0$  ( $\delta Q < 0$ ) 时,  $\delta(\Delta p)_3 > 0$ , 故  $\frac{\delta(\Delta p)_3}{\delta Q} < 0$ ;  $\delta(\Delta p)_4$  是流量改变引起 Reynolds 数改变所致,  $\delta(\Delta p)_4 = \delta(\Delta p)_4' + \delta(\Delta p)_4''$ , 前者是 Reynolds 数改变引起的摩阻改变, 后者是相应的下游分离阻力的变化,  $\frac{\delta(\Delta p)_4'}{\delta Q} > 0$ , 而  $\frac{\delta(\Delta p)_4''}{\delta Q} < 0$ . 通常  $\delta(\Delta p)_4$  影响不大, 但当发生层流-湍流转变时,  $\delta(\Delta p)_4$  很重要. 由于  $\frac{\delta(\Delta p)_i}{\delta Q} > 0$  和  $\frac{\delta(\Delta p)_i}{\delta Q} < 0$  两种作用并存,  $\Delta p-Q$  图上就会出现峰值. 本实验中的低峰(见图 3, 4)起因于此.

当突变发生时,  $\delta(\Delta p)$  和  $\delta Q$  的符号总是相反的, 即  $\frac{\delta(\Delta p)_0}{\delta Q} < 0$ , 且  $\left| \frac{\delta(\Delta p)_0}{\delta Q} \right| > \left| \sum_i \frac{\delta(\Delta p)_i}{\delta Q} \right|$ . 故突变是形成  $\Delta p-Q$  曲线峰的另一原因. 本实验观测到的高峰(见图 3, 4)其因盖此.

### 3. 关于激振机理

对此目前有好几种说法. Conrad 提出了一个集中参数模型<sup>[4,10]</sup>, 其动力学特性可用 Van der Pol 方程描述, 而把振荡归因于 Van der Pol 方程的不稳定性, 失稳条件为:

$$-\frac{d(\Delta p)}{dQ} \geq |Z|. \quad (6)$$

$Z$  是整个流体管路的阻抗. 据此, 振荡只能发生在  $\frac{d(\Delta p)}{dQ} < 0$  的区域. 而本实验证明, 振荡可以发生在  $\frac{d(\Delta p)}{dQ} > 0$  的区域.

Shapiro 认为振荡起因于流动接近于临界状态时的堵塞效应. 本实验表明, 对压瘪过程来说, 振荡起始于突变, 因而确实与堵塞效应有关. 然而, 对开启过程而言, 振荡的发生(起始), 似与突变无关(突变后振荡突然消失). 这说明, 堵塞不是引起流动振荡的唯一原因.

Pedley 认为, 由于下游刚性管的支撑, 压瘪时最小截面下游流动由于截面迅速扩张而分离, 当地压力升高,  $\tilde{p}_2(t)$  可能高于  $p_c$  而把压瘪的管段张开. 随之流量增大,  $\tilde{p}_2(t)$  下降而低于  $p_c$ , 管子再度被压瘪. 如此往复, 形成振荡. 本实验表明,  $\tilde{p}_2(t)$  的峰值在大多数情况下都高于  $p_c$ , 这为 Pedley 假说提供了一个直接实验证据. 但实验还表明, 压瘪过程后期, 或开启过程初期, 可以观察到  $\tilde{p}_2(t)$  峰值小于  $p_c$  的持续振荡. 这说明存在新的激振机理.

## 五、结 语

实验证明,  $C_D = \frac{u_0}{C_s}$  较大时可瘪管流动状态会发生突变, 同时压差-流量曲线出现双峰. 与此相联系, 在正阻尼区发生持续振荡. 这些是本实验中观察到的新现象.

我们认为, 突变起因于水-弹性激波; 压差-流量曲线上的双峰则是突变、流动分离和粘性阻力三者的综合. 正阻尼区振荡的发生表明 Conrad 激振条件并非必要; 双峰附近都有持续振

荡则说明流动临界堵塞效应是一种激振机理,但非唯一。脉动压力测量为 Pedley 机理提供了证明,但也显示出它的局限性。

应该指出,本实验 Reynolds 数比一般生理流动高。但对这些新现象来说,起决定作用的不是 Reynolds 数而是流速-波速比。当管道刚度不高(活体内的管道大多如此)时,即使流量不大,上述现象也可能发生。

对这些现象还需要做更细致的实验和理论分析。

谨向谈毓生先生、郑哲敏先生、冯元桢先生致谢。并感谢祖佩贞、裴兆宏、余建伟、夏靖友等同志的帮助。

### 参 考 文 献

- [1] Shapiro, A. H., *Proceedings of the 6th Canadian Congress of Applied Mechanics*, 1977.
- [2] Holt, J. P., *American J. Physiology*, **134**(1944) 292.
- [3] Rodbard, S., *Circulation*, **11**(1955), 280.
- [4] Conrad, W. A., *IEEE Trans. Bio-Med. Eng.*, **16** (1969), 284.
- [5] Pedley, J., *Fluid Mechanics In Large Vessels*, 1980.
- [6] 陶祖莱, 生物流体力学, 第七章, 科学出版社, 1984.
- [7] —, 丁启明, 席葆树, 中国生物医学工程学报, **2**(1983), 208.
- [8] Flaherty, J. E., Keller, J. B. and Rubinow, S. I., *SIAM J. Appl. Math.*, **23**(1972), 446.
- [9] Bonis, M., Ribreau, C., *J. Biomech. Eng.*, **103**(1981), 27.
- [10] Conrad, W. A., McQueen, D. M. and Yellin, E. L., *Med. and Biol. Eng. and Comput.*, **18**(1982), 205.