

# 考虑微结构的固体力学的进展和若干应用

中国科学院力学研究所 虞吉林

## 1. 引言

经典连续介质力学基于所有物体都具有连续分布的密度这一基本假设,认为所有的守恒定律对物体的任一部分,不管它多么小,都是适用的,而物体内任一点的状态仅与该点的一个无限小邻域有关。因此,在经典连续体力学中,材料的本构关系中并不出现特征长度。然而,实际上任何材料都有一定的微观结构,从而存在着某个或某些内特征长度。例如,晶体有一定的晶格结构,其特征长度即晶格常数。纤维增强复合材料中,纤维的平均距离也是一个长度特征量。对于复合材料、颗粒材料、悬浮液等,这种特征尺度是“细观”量级。而当研究地震波的传播时,如果把岩块等看作是地壳的微结构,其特征尺度则更大了。显然,当所讨论的物理现象的特征尺度远大于材料的内特征尺度时,经典连续力学的这一基本假设是有效的,它所预言的结果与实验事实能很好地符合。但是,有一些物理现象却无法用经典理论给以圆满的解释。例如:声子散射实验已经证实高频弹性波是弥散的,其传播速度与频率有关(参见[1]),而经典弹性力学中波速是个常数。又如,按经典力学,不管外载荷多么小,在裂纹尖端都会出现无限大应力,裂纹必然要扩展<sup>[2]</sup>,而实际材料却都存在疲劳极限强度。在研究复合材料、多孔介质、悬浮液(如血液)等时,也出现类似的困难。由于所讨论的物理现象的特征尺度已可与材料的特征尺度相比较,显然必须考虑材料的微观结构的影响,例如原子或分子间的相互作用,颗粒间的相对运动,材料的细观不均匀性等等。尽管直接从材料的微结构出发可以解释一些物理现象,如晶格动力学对理想单晶中波的弥散给出了与实验一致的结果,对层状复合材料可以直接利用各层的本构模型通过数值计算来处理波的传播问题。但是,实际材料具有远比理想晶体复杂且不完整的内结构,它们的具体分布和相互作用力场都是未知的;即使对规则结构的理想材料,那种直接计算也受到计算机容量和计算时间的限制。并且,在实际应用中,人们主要关心的是材料在实验可能观察的长度和时间尺度内的响应即平均意义上的“场”的分布。因此,从原始的精确定论或宏观实验现象出发,寻求适当的近似模型无疑是很有意义的。

正是基于上述原因,很多学者致力于构筑一些考虑到微观结构影响的连续介质模型来描述这一类外特征尺度可与材料的内特征尺度相比较的现象。包含在这些理论中的基本思想可以上溯到19世纪末本世纪初。早在1887年,Voigt就指出了极化分子中偶应力的存在性。1909年,Cosserat两兄弟<sup>[3]</sup>第一次系统地建立了有向介质的一维、二维和三维连续模型。在Cosserat连续体中,每一点都有类似于刚体的六个自由度,其方向是由一组相互垂直的刚

性矢量(方向子)来描述的,应力张量不对称。但是在其后50年间,这方面的工作几乎无任何进展。一直到50年代末,这一问题重新被提出<sup>[4-6]</sup>,随后由 Toupin<sup>[7]</sup>, Mindlin 和 Tiersten<sup>[8]</sup>, Eringen<sup>[9]</sup>等人进一步完善和修正,建立了一个不确定的偶应力理论。在这个理论中,出现了一个具有长度量纲的新材料常数。从此开始了对具有微结构的连续介质力学的研究的广泛发展时期,提出了各种各样的理论,并利用这些理论来解释一些物理现象或预言一些新的物理现象。这些理论反映的物理实质包含两个方面,一是考虑微观的运动学自由度(方向子,微极(micropolar)理论,微态(micromorphic)理论),二是考虑微结构的长程相互作用(应变梯度理论,非局部理论)。它们与理性力学的一些公理和热力学考虑相结合,已经发展成为比较系统的理论,特别是1976年由 Eringen 等人<sup>[10-12]</sup>系统地总结为场论的形式。

本文简要地介绍考虑微结构的连续介质力学理论在固体力学方面的进展以及已经得到的主要应用。

## 2. 应变梯度理论

在考虑微结构的固体力学发展的初期,微结构的相互作用即非局部性,是通过应变梯度理论引入的。计及一阶转动梯度(8个独立分量)的理想线弹性体理论是 Truesdell 和 Toupin<sup>[6]</sup>, Лэро 和 Кувшинский<sup>[13]</sup>等在1960年提出的。Toupin<sup>[7]</sup>首先将它推广到计及全部十八个一阶应变梯度的有限变形理论。以后, Mindlin<sup>[14]</sup>和 Greco 和 Rivlin<sup>[15]</sup>又进一步分别推广到计及二阶梯度和所有阶梯度。在这些理论中,与各阶应变梯度对应的就是偶应力和更高阶的广义力。在二阶应变梯度理论中,内聚力、表面张力和表面能都是自然出现的<sup>[14]</sup>。对于理想晶体的弹性行为,高阶梯度理论与简单 Bravais 晶格的逐次短波近似相对应,材料常数与晶格模型中的引力常数有关<sup>[16]</sup>,尽管高阶应变梯度理论在本质上非常普遍,但是由于引进了大量新的材料常数和广义力,并不实用。

最简单的应变梯度理论即仅考虑一阶转动梯度的理论,实际上就是不确定的偶应力理论。Cosserat 连续体在点的转动与连续体的局部转动一致这一约束条件下与这一理论等价<sup>[17]</sup>,因此也称为有约束转动的 Cosserat 理论。Mindlin 和 Tiersten<sup>[8]</sup>对这一理论的线性理论作了广泛的分析,包括应力函数、基本解、应变核、波的弥散、振动、应力集中等,以后也不断有人用它来处理其它问题。但是这一理论具有很大的局限性,它忽略了自旋惯性,应力张量的反对称部分和偶应力张量的各向同性部分是不确定的,且与载荷和惯性有关。因此,它违背了客观性原理,而且,物体是否会产生这种有约束的运动也是未知的。

## 3. 微极理论和微态理论

1964年, Eringen 和 Suhubi<sup>[18,19]</sup>, Mindlin<sup>[20]</sup>, Green 和 Rivlin<sup>[21]</sup>各自独立地发表了考虑微观运动学自由度的连续体理论。同时, Пальмов<sup>[22]</sup>重新建立了 Cosserat 连续体理论。

在 Eringen 和 Suhubi 的微弹性理论中,考虑了在宏体积元中微体元的相对运动,通过平均化过程过渡到连续体理论,引进了一个微惯性守恒定律并对其它守恒定律作了相应修正。这一理论后来由 Eringen<sup>[23-28,10]</sup>在一系列文章中进一步完善和发展,并改称为微态理论。粗略地说,微态理论就是经典弹性理论加上微体元的局部转动和变形的额外自由度。在一阶微态理论中,仅考虑微体元的仿射相对运动和微体元的最低阶矩,引入了微惯性张量,

对于各向同性线弹性体,共有18个材料模量。其特殊情况即只考虑微体元的刚性转动的理论称为微极理论,其局部平衡方程中出现自旋惯性项和偶应力张量。各向同性微极线弹性理论与经典理论相比,增加了四个材料模量,另外还有一个参数即单位质量粒子的矩惯量需从微结构参数事先确定。由于补充了新的守恒定律,与初期的不确定的偶应力理论不同,这一理论在适当的边界条件下所有量都是完全确定的。一阶微态理论特别是微极理论在数学上是比较简单的,因此在一些领域得到了比较广泛的应用。一般说来,它可以预言或解释 $10^{-5}cm$ (数百个晶格)尺度以上的物理现象。但是高阶理论在数学上大大复杂化而精度无明显改善,因此并无实用价值。

Mindlin的微结构弹性理论实际上就是一阶线性微态弹性理论。Green和Rivlin在他们的多极连续体模型中引进了多极位移,多极力等广义位移和广义力,仅考虑位移和双极位移及相应的应力的理论与一阶微态理论等价。Пальмов的不对称弹性理论和各向同性线性微极弹性理论一致。因此,这几种理论具有类似的性质。Eringen<sup>[29,30]</sup>后来还将他的理论推广到微极粘弹性理论和有记忆的微态材料理论。其它用“物体一粒子一质点”系统考虑微观运动学自由度的理论还可见文献[31],[32]。此外,Valanis<sup>[33]</sup>还提出过一个考虑粒子间的长程力的微极弹性理论。

#### 4. 非局部理论

将非局部相互作用直接作为本构假定的积分型理论出现于60年代后期。它的直接物理背景是原子间的吸引力是长程力,相应地每一点的应力还应该与其邻域中所有点的应变有关。从周期性的晶格结构通过内插函数可以过渡到非局部弹性,如Kröner<sup>[34]</sup>,Krumhansl<sup>[35]</sup>,Кунин<sup>[36,37]</sup>等。早期的工作大多缺乏系统的方法和热力学考虑。后来Edelen<sup>[38]</sup>和Edelen and Laws<sup>[39]</sup>提出了非局部弹性的变分方法,并补充了一些热力学考虑。1972年,Eringen and Edelen<sup>[40]</sup>通过守恒定律、热力学和非局部变分原理,系统地建立了非线性非局部弹性理论。以后,Eringen<sup>[41-45]</sup>在一系列文章中发展了这一理论并建立了有记忆的非局部弹性和非局部热弹性理论。

在非局部理论中,经典守恒定律的积分形式仍然成立,但是抛弃了它对任何小体元都成立这一过严的假定。因此,在守恒定律的微分形式中出现了所谓局部化残余(localization residuals),它反映了物体其它部分的长程影响。考虑到非局部相互作用,本构方程以Hilbert空间中物体所有点变形历史的泛函形式表示,根据理性力学公理,可以得到本构泛函和非局部残余必须满足的普遍关系。在非局部线性理论中,本构泛函为线性泛函。对于完全各向同性(即宏观和微观均为各向同性)均匀弹性体,应力应变关系可写成

$$t_{ki} = \lambda e_{r,r} \delta_{ki} + 2\mu e_{ki} + \int_V (\lambda' e'_{r,r} \delta_{ki} + 2\mu' e'_{ki}) dv'$$

其中 $\lambda' = \lambda'(|x' - x|)$ ,  $\mu' = \mu'(|x' - x|)$ 为非局部弹性模量,也可以看作反映非局部作用的“影响函数”。相应的非局部场方程为

$$(\lambda + \mu) u_{k,kk} + \mu u_{i,kk} + \int_V [(\lambda' + \mu') u'_{k,kk} + \mu' u'_{i,kk}] dv' - \oint_{\partial V} \tau'_{ki} da'_k + \rho(f_i - \ddot{u}_i) = 0$$

其中 $f$ 为体积力, $\tau'_{ki}$ 为表面应力张量。因此,在非局部理论中,表面张力、表面能等是自

然出现的。

与其它理论相比,非局部理论中并没有引进广义力和额外的守恒定律,数学形式也简单得多,由于这一理论可以计及原子间的相互作用,它已经成功地用于解释直到原子尺度的物理现象如断裂、位错等。事实上,由非局部理论和由晶格动力学得到的运动方程和总势能是一致的<sup>[46]</sup>。

### 5. 各类理论的结合

从物理上看,微结构的相互作用和微结构间的相对运动在本质上是有所区别的。在研究象双原子分子材料、聚合物等的力学性质时,这两个方面的影响都不容忽视。在非局部理论提出的初期已经考虑了介质的复杂微结构,如见 Кушнин<sup>[37]</sup>。将非局部理论与微态和微极理论结合的系统理论是 Eringen<sup>[8,9,12]</sup>在1972年以后建立的。在最简单的非局部微极弹性理论中,本构泛函包含六个非局部模量。

考虑微结构的固体力学的另一方面发展是与塑性、粘塑性等宏观非弹性理论相结合,例如文献[50], [51]。最近 Eringen<sup>[52]</sup>又系统地建立了非局部塑性的理论框架。

### 6. 主要应用

波的弥散是微结构对于材料的响应的一个最基本的影响,所有考虑微结构的本构模型建立后的第一步就是讨论波的弥散关系,许多新的材料模量实际上也要利用波的弥散关系来确定。因此,大量文献都涉及这方面的研究<sup>[8,36,41,44,48,53-60]</sup>以及与此密切相关的振动问题<sup>[61,62]</sup>。按照微极弹性理论的平面波解,纵波的光频支和横波的声频支和光频支都发生弥散。在微态弹性介质中,除了纵波和横波的声频支和光频支外,还出现纵向膨胀波光频支和横向转动波光频支,它们都是弥散的。微极弹性理论反映了由于材料的颗粒性引起的波的弥散,而非局部理论则考虑由长程相互作用引起的弥散,非局部弹性体中的一维弹性波都是弥散的,它所预言的平面波和表面波的弥散关系能够在整个 Brillouin 带与晶格动力学一致。在非局部微极弹性体中,也出现了波的光频支。

考虑微结构的固体力学应用的一个重要方面是各种应力集中问题,特别是裂纹尖端的应力集中问题<sup>[51,54,63-76]</sup>。只要考虑到微结构的影响,应力集中都要比经典弹性理论所预言的减弱。但是偶应力理论和微极理论都无法根本消除应力奇性。理想单晶的断裂问题也许是非局部理论应用中最出色的一个例子<sup>[54,70-73]</sup>。按照这一理论,裂纹尖端的应力奇性不再存在,最大应力是有限的。如果认为最大应力等于内聚应力时裂纹开始扩展,所得的断裂准则与 Griffith 准则一致。更令人鼓舞的是,按这一理论从表面能的实验数据计算得到的内聚应力与原子理论估算的结果相当接近。

在位错理论方面,非局部理论也取得了类似的成功<sup>[77-80]</sup>。所得结果表明位错核中的应力奇性不再出现,弹性能也是有限的。

从微极理论和微态理论的物理背景可以知道它们对颗粒材料、混合物和各种复合材料是比较适用的,一些文献<sup>[81-86]</sup>报道了这方面的工作。

### 7. 结语

考虑微结构的连续介质力学还是一门比较年轻的学科。理论的框架已经初步建立,但它们的应用还不普遍。尽管如此,从这里列举的一些主要应用已经可以看到,作为联系宏观力学和微观物理的一个桥梁,考虑微结构的连续介质力学是有很强的生命力的。

实际材料是非常复杂的,一个好的本构模型不但要能反映微结构的主要影响,其数学形式也要尽可能简单。这两个要求在某种意义上是矛盾的。关键在于根据具体材料和不同的应用领域作出恰当的选择。可以看到,要导致工程实际应用,还有大量的理论工作和实验工作要做。例如,在断裂力学问题中如何考虑材料实际存在的塑性,在复合材料领域中怎样合理选择本构模型和参数,等等。这些方面目前特别需要大量合理的实验。只有通过专门的实验来研究具体材料的各种内部尺度效应,才能为这些理论的进一步完善和广泛应用提供现实的基础。目前这方面的工作还很少见。这一方面是由于这门学科还很年轻,另一方面也由于这些实验要求高分辨力的观察手段和精心的设计。可以相信,随着科学技术的进步,对考虑结构的连续介质力学的发展将提供更大的可能性并提出更高的要求。

考虑微结构的连续介质力学在其它领域如液晶、二次流、湍流、电磁流体力学等方面也已得到应用,可以参见有关的文献。

### 参 考 文 献

- 1 Krumhansl, J. A., Some considerations of the relation between solid state physics and generalized continuum mechanics, *Mechanics of Generalized Continua*, IUTAM Symp. 1976, ed. E. Kroner, Springer-Verlag (1968): 298-311.
- 2 郑哲敏, 连续介质力学与断裂, *力学进展*, 12, 2(1982): 133-140.
- 3 Cosserat, E. and Cosserat, F., *Theorie der corps deformables*, Hermann, Paris (1909).
- 4 Ericksen, J. L. and Truesdell, C., Exact theory of stress and strain in rods and shells, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 1(1958): 295-323.
- 5 Gunther, W., Zur statik und kinematik des cosseratschen Kontinuums, *Abhandl. Braunschweigisch. Wiss. Ges.*, 10(1958): 195.
- 6 Truesdell, C. and Toupin, R.A., The classical field theories. *Handbuch der Physik*, Vol III/1, ed. S. Flugge, Springer, Berlin (1960).
- 7 Toupin, R. A., Elastic materials with couple-stresses, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 11 (1962): 385-414.
- 8 Mindlin, R. D. and Tiersten, H. F., Effects of couplestresses in linear elasticity, *ibid*, 11 (1962): 415-448.
- 9 Eringen, A. C., *Nonlinear Theory of Continuous Media*, McGraw-Hill, New York (1962).
- 10 —, Kafadar, C. B., Polar field theories, *Continuum Physics*, Vol 4, ed. A. C. Eringen, Academic Press, New York (1976): 1-73. 中译本: A. C. 爱林根, C. B. 卡法达著, 戴天民译, 微极理论, 现代连续统物理丛书, 第十五分册, 江苏科技出版社(1982).
- 11 Edelen, D. G. B., Nonlocal field theories, *ibid* (1976): 75-204. 中译本, D. G. B. 爱德伦著, 戴天民译, 非局部场论, 同上, 第十六分册, 江苏科技出版社(1981).
- 12 Eringen, A. C., Nonlocal Polar field theories, *ibid* (1976): 205-267. 中译本, A. C. 爱林根著, 戴天民译, 非局部微极理论, 同上, 第十七分册, 江苏科技出版社(1982).
- 13 Аэро, Э.Л. и Кувшинский, Е. В., Основные уравнения теории упругости сред с вращательным взаимодействием частиц, *Физика Твёрдого Тела*, 2, 7(1960): 1399-1409.
- 14 Mindlin, R. D., Second gradient of strain and surfacetension in linear elasticity, *Int. J. Solids Struct.*, 1, 4(1965): 417-438.
- 15 Green, A. E. and Rivlin, R.S., Simple force and stress multipoles. *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 16 (1964): 325-353.
- 16 Mindlin, R. D., Theories of elastic continua and crystal lattice theories, *Mechanics of Generalized Continua*, IUTAM Symp. 1967, ed. E. Kroner, Springer-Verlag, Berlin (1968): 312-320.
- 17 Toupin, R.A., Theories of elasticity with couplestresses, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 17 (1964): 85-112.
- 18 Eringen, A. C. and Suhubi, E. S., Nonlinear theory of simple micro-elastic solids—I, *Int. J. Eng. Sci.*, 2, 2(1964): 189-203.
- 19 Suhubi, E. S. and Eringen, A. C., Nonlinear theory of simple micro-elastic solids—II, *ibid*, 2, 4 (1964): 389-404.

- 20 Mindlin, R.D., Micro-structure in linear elasticity, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, **16** (1964): 51—78.
- 21 Green, A. E. and Rivlin, R. S., Multipolar continuum mechanics, *ibid*, **17** (1964): 113—147.
- 22 Пальмов, В.А., Основные уравнения теории несимметричной упругости, *ПММ*, **28**, 3 (1964): 401—408.
- 23 Eringen, A.C., Mechanics of micromorphic materials, Applied Mechanics, Proc. 11 th Int. Cong. Applied Mechanics 1964, ed. H. Gortler, Springer, Berlin (1966): 131—138.
- 24 —, Theory of micropolar continua, *Development in Mechanics*, Vol 3, Part I, Proc. 9th Mid-western Mech. Conf., 1965, ed. T. C. Huang & M. W. Johnson Jr., Wiley, New York (1967): 23—40.
- 25 —, Linear theory of micropolar elasticity, *J. Math. Mech.*, **15**, 6 (1966): 909—923.
- 26 —, Theory of micropolar elasticity, *Fracture*, Vol. II, ed. H. Liebowitz, Academic Press, New York (1968): 621—729.
- 27 —, Compatibility conditions of the theory of micromorphic elastic solids, *J. Math. Mech.*, **19**, 6 (1969): 473—481.
- 28 —, Balance laws of micromorphic mechanics, *Int. J. Eng. Sci.*, **8**, 10 (1970): 819—828.
- 29 —, Linear theory of micropolar viscoelasticity, *ibid*, **5**, 2 (1967): 191—204.
- 30 —, Theory of micromorphic materials with memory, *ibid*, **10**, 7 (1972): 623—641.
- 31 Кунин, И. А., Теория упругости с пространственной дисперсией, однамерная сложная структура, *ПММ*, **30** (1966): 866—874.
- 32 Rivlin, R. S., Generalized mechanics of continuous media, *Mechanics of Generalized Continua*, IUTAM Symp. 1967, ed. E. Kröner, Springer-Verlag, Berlin (1968): 1—17.
- 33 Valanis, K. C., Elastic materials with particles with rotary inertia, long-range force and polar interaction, *Recent Advances in Engineering Science*, Vol. V, Part II, Proc. 6th Ann. Meet. Soc. Eng. Sci., 1968, ed. A. C. Eringen, Gordon & Breach, New York (1970): 209—220.
- 34 Kröner, E., Elasticity theory with long range cohesive forces, *Int. J. Solids Struct.*, **3** (1967): 731.
- 35 Krumhansl, J. A., Generalized continuum field representations for lattice vibrations, *Lattice Dynamics*, ed. R. F. Wallis, Pergamon, Oxford (1965).
- 36 Кунин, И. А., Модель упругой среды простой структуры с пространственной дисперсией, *ПММ*, **30**, 3 (1966): 542—550.
- 37 Kunin, I. A., The theory of elastic media with microstructure and the theory of dislocations, *Mechanics of Generalized Continua*, IUTAM Symp. 1967, ed. E. Kröner, Springer-Verlag, Berlin (1968): 321—329.
- 38 Edelen, D.G.B., Proctoelastic bodies with large deformation, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, **34** (1969): 283.
- 39 —, Laws, N., On the thermodynamics of systems with nonlocality, *ibid*, **43** (1971): 24.
- 40 Eringen, A.C. and Edelen, D.G.B., On nonlocal elasticity, *Int. J. Eng. Sci.*, **10** (1972): 233—248.
- 41 —, Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves, *ibid*, **10**, 5 (1972): 425—435.
- 42 —, Memory dependent nonlocal elastic solids, *Lett. Appl. Eng. Sci.*, **2**, 3 (1974): 145—159.
- 43 —, Theory of nonlocal thermoelasticity, *Int. J. Eng. Sci.*, **12**, 12 (1974): 1063—1077.
- 44 —, Nonlocal elasticity and waves, *Continuum Mechanics Aspects of Geodynamics and Rock Fracture Mechanics*, ed. P.T.Christensen (1974): 81—105.
- 45 —, Nonlocal continuum mechanics and some applications, *Nonlinear Equations in Physics and Mathematics*, ed. A.O.Barut, Reidel Holland (1978): 271—318.
- 46 —, Kim, B.S., Relation between nonlocal elasticity and lattice dynamics, *Crystal Lattice Defects*, **7**, 2 (1977): 51—57.
- 47 —, Nonlocal polar elastic continua, *Int. J. Eng. Sci.*, **10**, 1 (1972): 1—16.
- 48 —, Linear theory of nonlocal microelasticity and dispersion of plane waves, *Lett. Appl. Eng. Sci.*, **1**, 1 (1973): 129—146.
- 49 —, Nonlocal micropolar elastic moduli, *ibid*, **3**, 5 (1975): 385—393.
- 50 Green, A.E. and Naghdi, P.M., A general theory of an elastic-plastic continuum, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, **18**, 4 (1965): 251—281.
- 51 Demiray, H. and Eringen, A.C., Perforation of nonlocal visco-plastic plates by a cylindrical projectile, *J. Franklin Institute*, **306**, 3 (1978): 209—224.

- 52 —, On nonlocal plasticity, *Int.J.Eng.Sci.*, **19**, 12 (1981) : 1461—1474.
- 53 —, On bridging the gap between macroscopic and microscopic physics, Recent Advances in Engineering Science, Vol. 6, ed.T.S.Chang (1975) : 1—18.
- 54 —, Continuum mechanics at the atomic scale, *Crystal Lattice Defects*, **7** (1977) : 109—130.
- 55 Green, A.E., Laws, N.and Naghdi, P.M., A linear theory of straight elastic rods, *Arch. Rat. Mech.Anal.*, **25** (1967) : 285—298.
- 56 Parfitt, V.R.and Eringen, A.C., Reflection of plane waves from the flat boundary of a micropolar elastic half-space, *J. Acoust.Soc. Amer.*, **45**, 5 (1969) : 1258—1272.
- 57 Ramakrishnan, C.V. and Sengupta, S., Propagation of elastic waves in a micropolar sphere, *Int.J.Eng.Sci.*, **17** (1979) : 113—120.
- 58 McCarthy, M.F. and Eringen, A.C., Micropolar viscoelastic waves, *ibid.*, **7**, 5 (1969) : 447—458.
- 59 Kaliski, S. and Rymarz, Cz., Surface waves in continuous medium with non-local interactions, *Proc.Vibr.Prob.*, **12**, 2 (1971) : 183—203.
- 60 Eringen, A.C., On Rayleigh surface waves with small wave length, *Lett.Appl.Eng.Sci.*, **1**, 1 (1973) : 11—17.
- 61 Willson, A. J., The micropolar elastic vibrations of a circular cylinder, *Int.J.Eng.Sci.*, **10**, 1 (1972) : 17—22.
- 62 Anderson, G.L., On forced vibrations in the linear theory of micropolar elasticity, *ibid.*, **11** (1973) : 21.
- 63 Guz, A.N. and Savin, G.N., The plane problem of couple stress theory of elasticity for an infinite plane weakened by a finite number of circular holes, *J. Appl. Math. Mech.*, **30** (1966) : 882—888.
- 64 Sternberg, E. and Muki, R., The effect of couple stresses on the stress concentration around a crack, *Int.J.Solids Struct.*, **3** (1967) , 69.
- 65 Káloni, P.N. and Ariman, T., Stress concentration effects in micropolar elasticity, *ZAMP*, **18** (1967) : 136—141.
- 66 Itou, S., The effect of couple stresses on the dynamic stress concentration around a crack, *Int. J.Eng.Sci.*, **10** (1972) : 393—400.
- 67 Kim, B.S. and Eringen, A.C., Stress distribution around an elliptic hole in an infinite micropolar elastic plate, *Lett.Appl.Eng.Sci.*, **1**, 4 (1973) : 381—390.
- 68 Paul, H.S.and Sridharan, K., The problem of a Griffith crack in micropolar elasticity, *Int.J. Eng.Sci.*, **19**, 4 (1981) : 563—579.
- 69 Paul, H.S. and Sridharan, K., The penny-shaped crack problem in micropolar elasticity, *ibid.*, **18**,5 (1980) : 651—664.
- 70 Eringen, A.C. and Kim, B.S., Stress concentration at the tip of crack, *Mech.Res.Comm.*, **1**, 4 (1974) : 233—237.
- 71 —, Spezial, C.G. and Kim, B.S., Crack-tip problem in non-local elasticity, *J.Mech.Phys. Solids*, **25** (1977) : 339—355.
- 72 —, Line crack subject to shear, *Int.J.Fracture*, **14**, 4 (1978) : 367—379.
- 73 —, Line crack subject to antiplane shear, *Eng.Fract.Mech.*, **12** (1979) : 211—219.
- 74 Demiray, H. and Eringen, A.C., Impact of nonlocal thin elastic plates by a cylindrical projectile, *Int.J.Eng.Sci.*, **16** (1978) : 905.
- 75 Eringen, A.C. and Balta, F., Penetration of a half space by a rectangular cylinder, *J. Appl. Mech.*, **46**,3 (1979) : 587—597.
- 76 Ilcewicz, L., Narasimhan, M. and Wilson, J., An experimental verification of nonlocal fracture criterion, *Eng.Fract.Mech.*, **14**, 4 (1981) 801—808.
- 77 Eringen, A.C., Edge dislocation in nonlocal elasticity, *Int.J.Eng.Sci.*, **15** (1977) : 177—183.
- 78 —, Screw dislocation in non-local elasticity, *J.Phys.D,Appl.Phys.*, **10** (1977) : 671—678.
- 79 —, Balta, F., Screw dislocation in non-local hexagonal elastic crystals, *Crystal Lattice Defects*, **7** (1978) : 183—189.
- 80 —, —, Edge dislocation in nonlocal hexagonal elastic crystals, *ibid.*, **8** (1979) 73—80.
- 81 Habip, L.M., A continuum theory for an elastic solid with elastic micro-inclusions, Recent Advances in Engineering Science, Vol. V, Part I, ed. A.C.Eringen, Gordon & Breach (1970) : 17—31.
- 82 Maye, R., On the determination of micromorphic material constants from properties of the constituents, *ibid.*, Vol. V, Part II, ed. A.C.Eringen, Gordon & Breach (1970) : 221—234.

- 83 Twiss, R.J. and Eringen, A.C., Theory of mixture for micromorphic materials-I. Balance laws, *Int. J. Eng. Sci.*, 9, 10 (1971): 1019-1044.
- 84 ———, Theory of mixture for micromorphic materials II. Elastic constitutive equations, *ibid.*, 10 (1972): 437-465.
- 85 Herrmann, G. and Achenbach, J.D., Applications of theories of generalized Cosserat continua to the dynamics of composite materials, *Mechanics of Generalized Continua*, IUTAM Symp. 1967, ed. E. Kroner, Springer-Verlag, Berlin (1968): 69-79.
- 86 Hoffman, R.E. and Ariman, T., The application of micropolar mechanics to composites, *Recent Advances in Engineering Science*, Vol. V, Part I, ed. A.C. Eringen, Gordon & Breach (1970): 385-404.

## PROGRESS AND APPLICATIONS OF SOLID MECHANICS CONSIDERING MICROSTRUCTURE

Yu Ji-lin

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

### Abstract

Recently a number of continuum theories which take the microstructure of materials into account have been developed. The progress of these theories, especially the micropolar theory, the micromorphic theory and the nonlocal theory, in solid mechanics are briefly reviewed. The applications presented here show the power and potential of the theories in bridging the gap between macroscopic and microscopic physics.

(上接第136页) 循环载荷下的弹塑性分析方法; ⑥测量疲劳极限的快速试验方法; ⑦疲劳试验的统计分析方法等。

这说明疲劳测试的方法已得到了应有的重视。目前一个迫切的问题是需要统一试验方法, 统一试验标准。

5. 疲劳设计和疲劳分析方法在航空、机械、海洋、化工等实际问题中的应用。可以看出, 航空部门在解决疲劳寿命问题, 机械工业部门在提高产品质量、加强疲劳设计的基础性工作, 化工部门在解决压力容器的安全问题上, 都做了许多工作。海洋工程开始注意海洋结构, 如海上采油平台在随机波浪载荷及海水腐蚀环境下的疲劳破坏问题。

总之, 近年来我国疲劳研究工作已受到各有关部门的重视, 成为相当活跃的一个研究领域。为了搞好今后的工作, 大会主席团和代表提出了如下一些建议:

1. 大力宣传疲劳研究工作的重要性, 因为机械零件失效, 80%左右是由疲劳破坏造成, 呼吁领导上从人力、物力、经费上给予更大的支持。
2. 加强疲劳研究的组织工作和各学会间的联系, 发挥各单位的特长, 避免重复。
3. 建议国家科委统一疲劳试验工作标准, 统一分工, 避免浪费; 抓国内疲劳试验机的生产和产品质量问题; 建立数据库, 积累疲劳研究所需的基础试验数据。
4. 各单位进一步注意解决好学科创新和工程应用相结合的问题, 注意经济效益, 为国民经济作出贡献。

中国科学院力学研究所 伍义生