

椭球空洞模型的韧性行为

李 国 琛

(中国科学院力学研究所)

1. 引 言 为预测材料的韧性破坏, 须了解其发生的起因、过程及最终破坏形式。对于韧性金属材料, 已查明这与材料中围绕夹杂物所形成的空洞有关。近年来 Hancock 等^[1]以及 Beremin 研究组^[2]做了大量实验观测。结果表明, 由空洞的聚合而导致的韧性断裂不再能用单一的参数来描述, 因为空洞的扩展与材料所承受的三轴张力及塑性应变量都有关。实验研究还表明, 在基体中还可以生成在尺度上更小一级的围绕碳化物或沉淀物的二级小洞^[2,3]。

从理论方面研究空洞模型的有早期的 Mc Clintock^[4]和 Rice, Tracey^[6]以及最近有代表性的 Gursen^[5]和 Tvergaard^[7]。作者和 Howard 曾研究了在一微圆柱体内含有一初始圆球空洞的模型^[8]。基体材料遵循塑性不可压缩的应变硬化规律。为计及二级小洞的作用, 进一步假定当基体中的应力状态达到一定程度后其塑性切线模量值将由正的转为负的即产生应变软化。利用以上原理可以实际计算模拟高强度钢材的韧性行为^[9]。

以往的理论分析常将空洞简化为球型或无穷长圆柱型的。但实际材料中的空洞形状更接近于椭球型的。为此研究这类空洞的长短轴变化的影响, 找出椭球洞与球洞之间的联系, 对于简化计算模拟时所涉及的几何参数和解释实验现象将是有益的。

2. 计算的模型

取图1(a)所示的轴对称微元模型。令它代表在宏观意义上一点的材料。本文共计算分析了五种空洞的作用。其中空洞1、2、3在 or 面内具有相同底面, 4、5则有更大些横圆截面。

计算原理采用了 Mc Meeking 和 Rice^[10]所提供的逐级更新拉氏坐标体系 (up-dated Lagrangian formulation) 增量型大应变的有限元分析。在图1(a)所

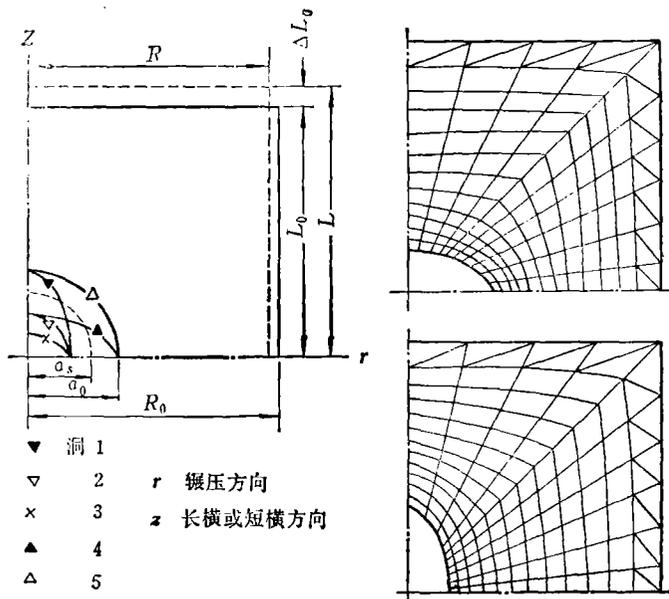


图 1

本文于1983年5月9日收到。

示的四分之一微元被分割为 240 个等应变三角单元共有 143 个节点, 根据洞型的不同, 三角单元的划分可做适当调整, 如图 1(b) 和 (c) 所示. 计算方法和步骤在文献〔8〕中已有说明. 这里一般需用 500 个左右的增量的累积以完成一条计算曲线.

计算时, 微元外围面都是受位移控制加载的. 每一步增量加载时侧向位移增量与轴向位移增量保持为定比, 其总体的径向应变率与轴向应变率按以下规律变化

$$\dot{\varepsilon}_r = -\alpha \dot{\varepsilon}_z \quad (\text{或} \quad \frac{\dot{R}}{R} = -\alpha \frac{\dot{L}}{L}) \quad (1)$$

α 是比值系数, 其值愈小意味着侧向拉伸约束力愈大, 反之则愈小. 为此选用不同的 α 值可以模拟不同的微元总体三轴张力情况. 由 (1) 式积分可得

$$\bar{\varepsilon}_r = -\alpha \bar{\varepsilon}_z \quad (2)$$

也就是宏观的等比应变加载. 也可以改写为

$$\Delta R_0/R_0 = 1 - \exp(-\alpha \bar{\varepsilon}_z) \quad (3)$$

这是因为 $\bar{\varepsilon}_r = \ln(1 - \Delta R_0/R_0)$. 用位移控制加载时, 所取增量值愈小则结果将愈接近 (3) 式情况.

以下定义 $\bar{\sigma}_z$ 为作用于外围圆截面上的平均轴向应力, $\bar{\sigma}_r$ 为侧向圆柱面的平均径向应力. 于是在描述微元总体的力学行为时可有

$$\bar{\sigma}_e = \bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_r \quad \text{等效应力}$$

$$\bar{\varepsilon}_e = \frac{2}{3} (\bar{\varepsilon}_z - \bar{\varepsilon}_r) = \frac{2}{3} (1 + \alpha) \bar{\varepsilon}_z \quad \text{等效应变}$$

$$\bar{\sigma}_m = (\bar{\sigma}_z + 2\bar{\sigma}_r)/3 \quad \text{平均应力}$$

$$\bar{\varepsilon}_m = (2\bar{\varepsilon}_r + \bar{\varepsilon}_z)/3 = \frac{1}{3} (1 - 2\alpha) \bar{\varepsilon}_z \quad \text{平均应变}$$

假设微元基体为弹塑性应变硬化材料, 遵循 Prandtl-Reuss 的流动理论. 为反映基体内二级空洞的软化作用可假定当任一有限单元内达到

$$\text{应力} \quad (\sigma_m + \lambda_e \sigma_e) \sigma_y = \sigma_{cy} \quad (4)$$

$$\text{或} \quad \text{应变} \quad \varepsilon_e = \varepsilon_c \quad (5)$$

则该单元内的材料开始不可逆的应变软化. 其中 σ_y 为材料的屈服应力, σ_{cy} 、 λ_e 和 ε_c 都是待定的基体材料参数. 产生应变软化后, 基体材料的切线模量由正值 E_t 变为负值 ($-E_f$), 于是选用无量纲参数 e_f (即弹性模量 E 除以 $(-E_f)$)

$$e_f = E/(-E_f)$$

在文〔11〕中, 作者曾说明了基体材料的 E_t (或 $-E_f$) 可以取作连续介质材料的切线模量值 \bar{E}_t (或 $-\bar{E}_f$). 后者可以通过颈缩圆棒实验用计算模拟的方法〔12〕求出. 由此计算了文〔1〕中所提供的 Q1 高强度钢材的数据 (见文献〔9〕). 在表 2 中列出了 $\bar{\varepsilon}_e - (\bar{E}/\bar{E}_t)$ 关系表, 其中 $\bar{E} = E$. 这里所有上附横杠的量均代表宏观的含义, 没有这一上标的则指微元内的局部量.

在文〔11〕中还指明, 微元模型的外部尺寸比为 $L_0/R_0 = 1$. 于是除了以上的力学参数 σ_{cy} 、 λ_e (或 ε_c) 和 e_f 外, 对于微元只要再确定空洞的几何参数. 对于球洞 (情况 2、5) 则是球半径与微元半径之比

$$r_0 = a_0/R_0$$

而对于椭球洞(情况 1、3、4) a_0 应代之以长短轴的平均值 a_s 而成为 $r_s = a_s$.
在以下的计算中取长短轴之比为 2:1.

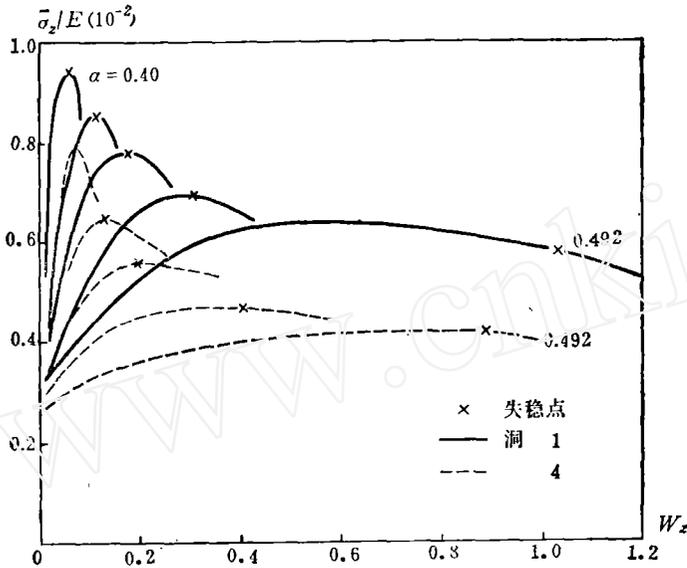


图 2 $\bar{\sigma}_z/E-W_z$ (情况 1、4)

计算过程中可以绘出微元的总体轴向应力 $\bar{\sigma}_z$ 与总体延伸率 $W_z (= \Delta L_0/L_0)$ 的变化曲线(图 2). 在达到顶点时或在韧性较大的情况下从某一点开始有较明显的下降时则视作材料达到失稳点. Tvergaard^[7] 分析过在两个大空洞间产生剪切带的结果表明, 这类分叉点所对应的应力值与达到极值点时很接近. 所以取极值型意义的点作为失稳点是可行的.

3. 计算结果 如图 1 所示, 本文共计算了五种空洞形式. 情况 1、3 分别是长和扁椭球型的空洞, 情况 2 为球型的, 三者 or 面内具有同一圆截面($r_0 = 0.167$). 情况 4、5 则是另一组有同一圆截面的洞($r_0 = 0.333$). 在这两组洞中, 情况 1、5 在 o_z 轴上相切, 2、4 则相交在 $o_z = 0.167$. 这些几何尺寸的设计是基于以下一些考虑, 即研究:

- 1) 空洞初始体积大小的影响(如 2、5)
- 2) 具有相同中间圆截面但在 z 轴上长度不同(如 1、2、3 及 4、5)

表 1 空洞尺寸

情 况	1	2	3	4	5
O_r	0.167	0.167	0.167	0.333	0.333
O_z	0.333	0.167	0.084	0.167	0.333

- 3) 具有相同 z 轴尺寸但中间圆截面不同(如 1 与 5 及 2 与 4)

4) 椭球洞的平均半径 a_s 与球型的半径相同的情况下(这里 1、4 的 $r_s = 0.25$ 与文[9]中的球洞 r_0 值相同).

从钢板中截取圆棒试件时, 其轴向垂直于辗压方向时称作长横方向(LT), 若垂直于辗压平面则是短横方向(ST). 一般来说, 围绕夹杂物形成的大空洞, 在辗压方向和(LT)方向上尺度相近且较大, 而在(ST)方向上尺度较小. 为此情况 1 接近(LT)情况,

3、4 则对应 (ST) 情况. 表 2 列出的是根据文〔9〕中所模拟得到的高强度钢 Q1 在 (LT) 和 (ST) 两方向上切线模量值的平均值. 取基体材料的 $E_t = \bar{E}_t$. 基体按 (4) 式软化时取 $\sigma_{cy} = 5.5$, $\lambda_e = 1.7$, $e_f = -150$. 若按 (5) 式软化则有

$$0.75 > \epsilon e > 0.72 \quad e_f = -400$$

表 2 $\bar{\epsilon}_e - \bar{E} / \bar{E}_t$

$\bar{\epsilon}_e$	0.010	0.030	0.040	0.080	0.100	0.120	0.140	≥ 0.500
\bar{E} / \bar{E}_t	20	230	270	300	350	470	610	840

$$0.85 > \epsilon e > 0.75 \quad e_f = -400 + (\epsilon e - 0.75) \times 2500$$

$$\epsilon e > 0.85 \quad e_f = -150$$

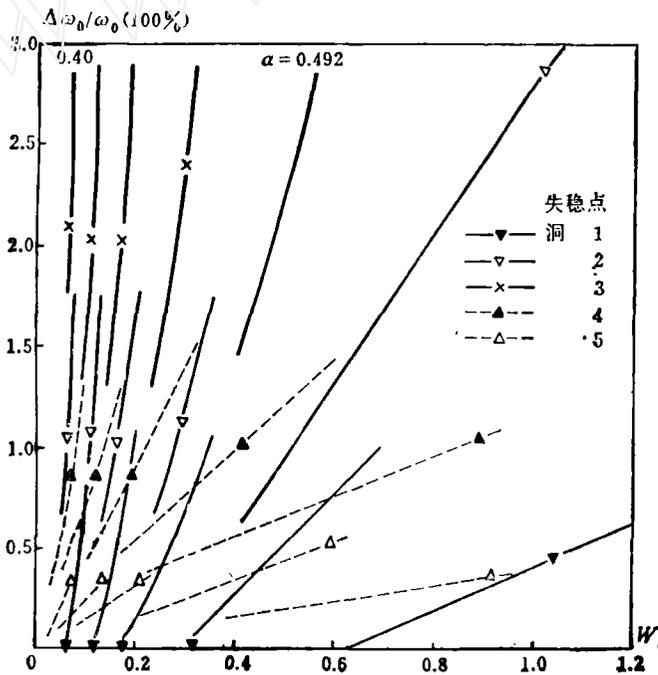


图 3 空洞扩展百分数与延伸率的关系

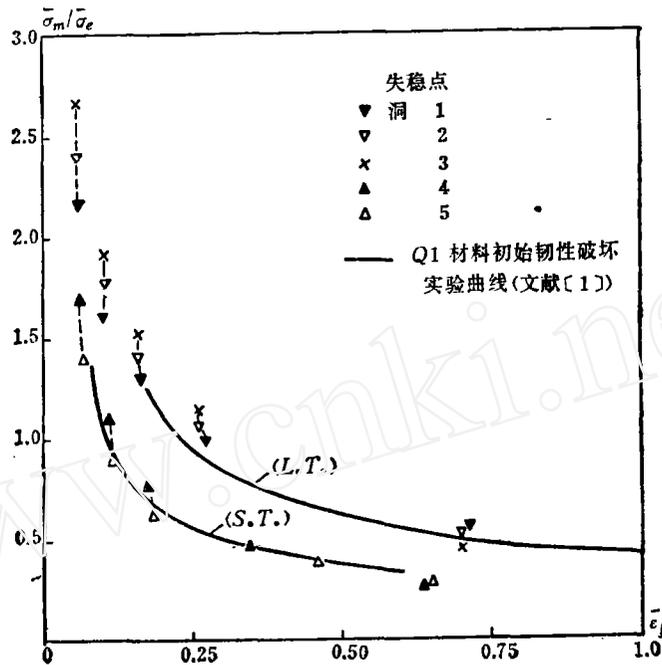
以上参数也 大都是 从〔9〕中 所得到的 平均值.

计算中统一取 $\alpha = 0.40, 0.45, 0.47, 0.484, 0.492$. 图 3 给出空洞体积的增长变化. 其中 ω_0 是洞的初始体积, $\Delta\omega_0$ 为其增值. 一般地说, 在相同的微圆柱体的轴向延伸率 $W_x (= \Delta L_0 / L_0)$ 下空洞的初始体积愈小其增长的速率愈快. 这一现象与文〔8〕中所研究的球型洞的情况相同. 对于 ω_0 相同的长, 扁空洞 (情况 1, 4), 就其主要扩展部分而言, 长洞的

发展速率更快. 但长洞都有一个几乎不扩展的阶段

Hancock 等〔1〕利用带缺口的轴对称试棒进行了韧性断裂实验. 不同程度的缺口可在试棒中心造成不等的三轴张力. 在达到初始断裂时的中心点三轴张力参数 $\bar{\sigma}_m / \bar{\sigma}_e$ 与等效应变值 $\bar{\epsilon}_f$ 的关系曲线如图 4 中实线所示. 本文对不同空洞模型计算所得到的各失稳点也标在图上. $\alpha = 0.40$ 时失稳点位置最高, 依次到 $\alpha = 0.492$. 以上结果表明:

1) 初始空洞的体积愈大, 微元模型的总体响应愈“软”, 也就是说在同一初始断裂应变 $\bar{\epsilon}_f$ 下 $\bar{\sigma}_m / \bar{\sigma}_e$ 值愈低.

图 4 $\bar{\sigma}_m / \bar{\sigma}_e - \bar{\epsilon}_f$

2) 更显著的影响则表现在 or 空洞在面上的初始半径尺寸. 如情况 1, 4 的初始空洞体积虽相同, 但由于中间横截面不同, 于是情况 4 明显地“软”化. 从图 4 中也可看到两组模拟点(情况 1, 2, 3 与情况 4, 5)的明显区别.

3) 空洞在 z 轴上初始尺寸的影响较小. 情况 1, 2, 3 虽有不同轴尺寸但在图 4 中的模拟点相近. 情况 1, 5 具有相同的 z 轴尺寸, 但由于 or 轴上尺寸不同, 结果相差较大.

4) 在同样的基体材料参数下, 用长洞和扁洞可以分别模拟材料在 (LT) 和 (ST) 两方向上的宏观属性.

图 5 给出了情况 1, 4 两模型的宏观力学响应, 其中 (a) 是偏量部分的应力-应变曲线, (b) 为平均应力-应变部分.

到目前为止尚没有可以直接量测在塑性条件下的体应力-应变关系, 也无从估计由于空洞扩展而带来的材料宏观的软化效应. 图 5 恰可以满足这方面的需要. 它把材料的损伤包括到应力-应变曲线中去了. 至于如何在本构关系中利用这类应力-应变曲线以进行韧性断裂的分析将在另文中说明.

4. 结论

1) 用长洞和扁洞可以分别模拟金属材料在 (LT) 和 (ST) 两方向上的属性及初始韧性断裂.

2) 空洞横截面尺寸的影响大于垂直轴上尺寸的作用. 相应的球洞模型结果与长洞和扁洞的相近, 为此, 可以利用球洞的模型替代之. 虽然用长洞和扁洞模型可以更接近

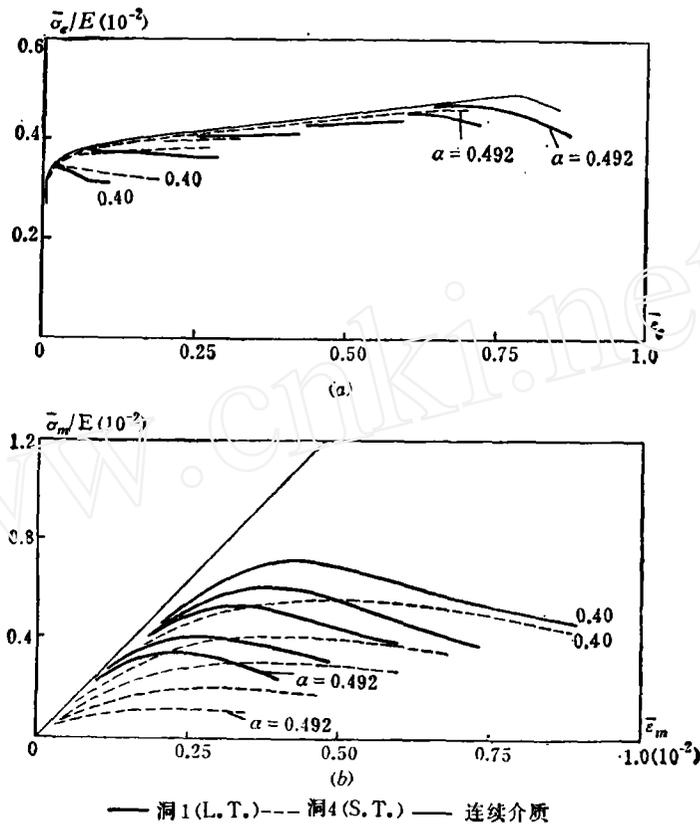


图5 微元模型的宏观应力-应变曲线

实际材料在(LT)和(ST)两方向的情况,但由此将增加一个模拟参数(洞的长短轴之比)。本文提供了用不同孔径的球洞模型替代长洞和扁洞的依据。

参 考 文 献

- [1] Hancock J. W., Mackenzie A. C., On the Mechanisms of Ductile Fracture in High-Strength Steels Subjected to Multi-Axial Stress-States, *J. Mech. Phys. Solids*, 24 (1976), 147.
- [2] Beremin F. M., Cavity Formation from Inclusions in Ductile Fracture of A508 Steel, *Met. Trans. A*, 12A (1981), 723.
- [3] Hancock J. W., Cowling M. J., Role of state of stress in Crack Tip Failure Processes, *Metal Science*, 14 (1980), 293.
- [4] Mc Clintock F. A., A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes, *J. A. M.*, 35 (1968), 363.
- [5] Rice J. R., Tracey D. M., On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields, *J. Mech. Phys. Solids*, 17(1969), 201.

- (6) Gurson A. L., Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth :Part I — Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media, *J. Eng. Mat. Technol.*, 99 (1977), 2.
- (7) Tvergaard V., Ductile Fracture by Cavity Nucleation between Larger Voids, *J. Mech. Phys. Solids*, 30 (1982), 265.
- (8) Li Guochen, Howard I. C., The Effect of Strain Softening in the Matrix Material during Void Growth, *J. Mech. Phys. Solids*, 31 (1983), 85.
- (9) Li Guochen, Howard I. C., A Computer Simulation of Ductile Behaviour in a High Strength Steel, ICF Symposium Nov. (1983), 89, Beijing, China.
- (10) McMeeking R. M., Rice J. R., Finite-Element Formulations for Problems of Large Elastic-Plastic Deformation, *Int. J. Solids and Structures*, 11 (1975), 601.
- (11) Li Guochen, Howard I. C., The Sensitivity of the Macroscopic Consequences of Void Growth in Ductile Materials to Various Mechanical and Geometrical Micro-Parameters, *Int. J. Solids and Structures*, 19 (1983), 1089.
- (12) Li Guochen, Necking in Uniaxial Tension *Int. J. Mech. Sci.*, 25 (1983), 47.

DUCTILE BEHAVIOUR OF AN ELLIPSOIDAL VOID MODEL

Li Guochen

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)