

# 金属和复合材料加筋板壳承载能力的计算

王震鸣 梅海  
(中国科学院力学研究所)

**提要** 本文探讨有缺陷的金属和复合材料加筋板壳的面板在局部屈曲前后的有效刚度问题,给出了金属和复合材料的加筋平板和圆柱曲板在外载作用下面板先发生局部屈曲或局部屈曲载荷与整体屈曲载荷相近时承载能力的近似计算方法。

## 一、引言

加筋板壳是一种结构效能较高,制造工艺比较简单的结构形式,已得到广泛的应用。结构的承载能力是指结构在承载后发生破坏或丧失使用效能时的载荷。薄壁板壳承受压缩、弯曲和剪切载荷时,可能丧失稳定。加筋板壳在关键部位的局部屈曲尤其是整体屈曲,往往导致丧失承载能力。但结构的屈曲并不一定意味着丧失承载能力。四边简支平板在轴压下屈曲后,在一定程度内,承载能力还可有相当幅度的增加。密加筋板壳在面板局部屈曲后,有时并不影响使用效能也不丧失承载能力。加筋板壳的承载能力问题很复杂可出现多种情况:(1)在加载过程中先产生面板或筋条的局部屈曲或强度破坏(如脱胶、屈服、铆钉拔出和开裂等),丧失承载能力;(2)先产生面板或筋条的局部屈曲再产生加筋板壳的整体屈曲或强度破坏,而丧失承载能力;(3)局部屈曲与整体屈曲同时发生,突然在较低载荷丧失承载能力;(4)有初始缺陷的结构在整体屈曲过程中,整体屈曲波形促使发生局部屈曲,刚度急剧下降,丧失承载能力;(5)整体屈曲后就丧失承载能力。这又和下列因素有关:(1)是加筋平板还是曲板和壳;(2)材料的种类与性能;(3)受载情况;(4)支承形式;(5)是双向加筋还是单向加筋,是强加筋还是弱加筋,是密加筋还是稀加筋;(6)筋条和面板间是铆接还是胶接;(7)初始缺陷的大小等。加筋板壳的初始缺陷,既可影响面板和筋条的局部屈曲又可影响加筋板壳的整体屈曲,在局部屈曲与整体屈曲载荷相近的情况下,初始缺陷使这两种屈曲波形间的耦合影响加剧,屈曲载荷大幅度(20—50%或更多)下降。加筋板壳的承载能力问题与人身和结构的安危有关,是值得研究的重要问题。

加筋板壳特别是稀加筋曲板和壳,在面板局部屈曲后承载能力的严格计算,虽具有重要的理论意义,由于问题非常复杂和困难,目前尚未解决。如计算加筋板壳的承载能力作为设计之用,则对于可近似地化为正交各向异性板壳处理的加筋板壳,可用非线性的理论计算和大量的实验,并考虑到局部屈曲与整体屈曲相近时使屈曲载荷显著下降等因素,近似而又合理地确定有缺陷的加筋板壳的面板在局部屈曲前后的有效刚度,就可通过试算

本文于1983年8月27日收到

求得金属和复合材料加筋板壳在发生整体屈曲时的载荷即承载能力。本文的这种方法是在文献[1]和前人工作的基础上加以综合和发展而完成的,具有理论和实际意义。

文献[4]表明,薄壁筋条在局部屈曲后的弯曲刚度将降低到屈曲前的 25% 以下(15—20%),筋条设计得太弱将导致加筋板壳过早地丧失承载能力,这是很不利也是不合理的,应力求避免。

## 二、计算屈曲载荷的公式

采用经典理论和 Donnell 方程,由文献[3]中(5.1), (5.2) 式可得四边第二类简支加筋圆柱曲板在轴压、侧压和剪切作用下临界载荷的算式:

$$N_x^0 \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + N_y^0 \frac{n^2 \pi^2}{b^2} = -T_{55} + \frac{T_{11} T_{22}^2 + T_{22} T_{15}^2 - 2T_{12} T_{15} T_{25}}{T_{11} T_{22} - T_{12}^2} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{15} \\ T_{12} & T_{22} & T_{25} \\ T_{15} & T_{25} & T_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{mn} \\ v_{mn} \\ w_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{32N_{xy}^0}{lb} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{mn pq}{(m^2 - p^2)(n^2 - q^2)} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

在(2.1)和(2.2)式中

$$\left. \begin{aligned} T_{11} &= A_{11} \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + A_{66} \frac{n^2 \pi^2}{b^2}, & T_{12} &= (A_{12} + A_{66}) \frac{mn \pi^2}{lb}, \\ T_{22} &= A_{66} \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + A_{22} \frac{n^2 \pi^2}{b^2}, \\ T_{15} &= - \left[ \frac{A_{12}}{R} \frac{m \pi}{l} + B_{11} \frac{m^3 \pi^3}{l^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{mn^2 \pi^3}{lb^2} \right], \\ T_{25} &= - \left[ \frac{A_{22}}{R} \frac{n \pi}{b} + B_{22} \frac{n^3 \pi^3}{b^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{m^2 n \pi^3}{l^2 b} \right], \\ T_{55} &= \frac{A_{22}}{R^2} + \frac{2B_{12}}{R} \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + \frac{2B_{22}}{R} \frac{n^2 \pi^2}{b^2} + D_{11} \frac{m^4 \pi^4}{l^4} \\ &\quad + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{m^2 n^2 \pi^4}{l^2 b^2} + D_{22} \frac{n^4 \pi^4}{b^4} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

编出程序,选择适当的半波数  $m, n$  进行试算,即可算得临界载荷  $N_{xcr}$ ,  $N_{ycr}$  和  $N_{xycr}$  的最小值。

在文献[2]的(3.1), (3.3), (3.6)和(3.7)式,给出了正交加筋和  $\pm\theta$  斜交加筋复合材料加筋板壳的拉伸、耦合和弯曲刚度的折算公式。取面板中面作为坐标面  $oxy$ , 设面板的刚度为  $A'_{ij}$ ,  $B'_{ij}$  和  $D'_{ij}$ , 筋条的折合刚度为  $A''_{ij}$ ,  $B''_{ij}$  和  $D''_{ij}$ , 则当面板局部屈曲前后,加筋板壳的刚度为

$$A_{ij} = \alpha_0 A'_{ij} + A''_{ij}, \quad B_{ij} = \alpha_0 B'_{ij} + B''_{ij}, \quad D_{ij} = \alpha_0 D'_{ij} + D''_{ij} \quad (2.4)$$

其中  $\alpha_0$  为面板的平均有效刚度系数。对于完善结构的面板在局部屈曲前,  $\alpha_0 = 1$ ; 对于有缺陷的加筋曲板的面板, 当所受之平均应力  $\sigma_{av}$  小于面板的临界应力  $\sigma_{cr}$  的  $\frac{1}{2}$  时, 取  $\alpha_0 \approx 1$ , 当  $\sigma_{av}/\sigma_{cr} > \frac{1}{2}$  时,  $\alpha_0$  由下节确定。

### 三、有效刚度系数的确定

在文献[1]第六章,王震鸣等讨论过金属加筋板壳的面板在局部屈曲前后计算屈曲问题的有效宽度问题,现在讨论金属和复合材料加筋板壳的面板在局部屈曲前后的有效刚度问题。

#### 1. 加筋平板筋条间的面板

分析归纳文献[5]—[15]的结果作为确定正交加筋平板筋条间面板的有效刚度系数 $\alpha$ 的基础。在文献[5]—[15]中的加载边均为简支, $\alpha$ 是受压方向面板屈曲后的弹性模量 $E^*$ 和屈曲前的弹性模量 $E$ 的比值,与(2.4)式中面板的平均有效刚度系数 $\alpha_0$ 有差别。

四边支承的平板单向均匀受压屈曲后,其有效刚度系数 $\alpha$ 可由实验测定或由非线性方程算得。从文献[5]—[15]可以看到影响 $\alpha$ 的因素很复杂,归纳起来有:(1)加载边和非加载边的支承情况,固支时较大,有弹性约束时次之,简支时较小;(2)非加载边可在面内弯曲、几乎不可弯曲但可平移和不能弯曲也不能平移三种情况,后者的 $\alpha$ 依次大于前者。两非加载边一边简支一边自由时的 $\alpha$ 略大于两边都可自由弯曲时的 $\alpha$ ;(3)屈曲波形的长宽比 $\lambda=1$ 时 $\alpha$ 较大,随 $\lambda$ 的增减而有所增减;(4)初始缺陷可使屈曲前的 $\alpha$ 从理想平板情况的1下降到小于或显著小于1的值,而使屈曲后的 $\alpha$ 比理想平板略有上升,缺陷越大越明显;(5)是初始的还是进一步的超临界状态,后者的 $\alpha$ 明显地小于前者;(6)是各向同性板还是各向异性板,在 $\lambda=(E_{22}/E_{11})^{-1/4}$ 时相同,在多数情况下接近,在某些情况下差别较大;(7)耦合刚度使 $\alpha$ 有所下降;(8)试件质量和加载的不均匀等对 $\alpha$ 也有影响。

四边支承平板双向受压时的 $\alpha$ 要比单向受压时小些,纵向受压侧向受拉时的 $\alpha$ 要比单向受压时大些。承受剪切时的 $\alpha$ 要比受轴压时大得多。剪切与拉伸(或压缩)联合作用时,要比纯剪情况的 $\alpha$ 大些(或小些)。

四边简支或固支的各向同性方板单向或双向受压屈曲后,在初始超临界变形阶段,在11和22方向出现相同的屈曲波形,因而可在11、12、22和66方向取相同的 $\alpha$ 值。对于其他情况的各向同性或正交各向异性板,上述诸方向的有效刚度系数会有差别,由于问题非常复杂,难于严格、准确而又合理地分别确定这些方向的有效刚度系数,因此仍取相同的 $\alpha$ 值,只要处理得当,在计算承载能力时仍可得良好的结果。

#### 2. 加筋曲板筋条间的面板

筋条间的面板如果所对的中心角相当大,局部屈曲时会发生跳跃产生菱形塌陷或很深的屈曲波形,面板的有效刚度急剧下降而趋于零;筋条和面板之间可能发生脱胶或铆钉拉坏等而丧失承载能力。如所对的中心角不大,属于微曲板,则在进一步超临界变形阶段的 $\alpha$ 与相应平板的 $\alpha$ 接近,可按相应平板来确定 $\alpha$ ,但在初始超临界变形阶段,除初始挠度较大时 $\alpha$ 逐渐变小外, $\alpha$ 往往由1下降到零然后逐渐回升到相应平板的 $\alpha$ 值,这时虽不产生菱形塌陷,也有可能突然产生较大的变形,引起脱胶和铆钉拉坏等强度破坏而丧失承载能力。在这一点上加筋曲板和加筋平板有重大差别。

加筋板壳在筋条间面板局部屈曲前后由于整体屈曲丧失承载能力,计算结果的良好与否与 $\alpha$ 的确定密切相关。前述的多种因素应一一合理地加以考虑。对于平板和圆柱板的轴压问题,现在给出确定 $\varepsilon_x = \varepsilon_{cr}$ 时的 $\alpha_1$ 值的近似公式

$$\alpha_1 = 0.38 \prod_{i=1}^{10} (1 + \beta_i) \quad (3.1)$$

对于圆柱曲板的侧压问题,

$$\alpha_1 = 0.40 \prod_{i=1}^{10} (1 + \beta_i) \quad (3.2)$$

在上式中,  $\Pi$  为连乘号,  $\beta_i$  由筋条间面板的情况根据下列各点来确定. (1) 两加载边: 简支时,  $\beta_1 = 0$ ; 有弹性约束时,  $\beta_1 = 0.04$  至  $0.16$ ; 固支时,  $\beta_1 = 0.20$ . 由面板的厚薄和筋条的扭转刚度来确定  $\beta_1$ . (2) 两非加载边: 简支时,  $\beta_2 = 0$ ; 有弹性约束时,  $\beta_2 = 0.04$  至  $0.16$ ; 固支时,  $\beta_2 = 0.20$ . 由面板的厚薄和筋条的扭转刚度来确定  $\beta_2$ . (3) 两侧边可以在面内弯曲,  $\beta_3 = 0$ ; 略可,  $\beta_3 = 0.04$  至  $0.16$ ; 几乎不可弯曲但能在面内平移,  $\beta_3 = 0.17$  至  $0.26$ ; 不可弯曲和几乎不能平移,  $\beta_3 = 0.27$  至  $0.44$ ; 不可弯曲和平移,  $\beta_3 = 0.48$ ; 一边可以弯曲另一边不可弯曲,  $\beta_3 = 0.24$ . (4) 屈曲波形的长宽比:  $\lambda < 0.9$ ,  $\beta_4 = -0.12$  至  $-0.03$ ;  $0.9 \leq \lambda \leq 1.0$ ,  $\beta_4 = -0.03$  至  $0$ ;  $1.0 \leq \lambda \leq 1.1$ ,  $\beta_4 = 0$  至  $0.03$ ;  $\lambda \geq 1.1$ ,  $\beta_4 = 0.03$  至  $0.10$ . (5) 试件质量: (主要指加筋板壳整体的初始缺陷.) 较好,  $\beta_5 = -0.02$  至  $-0.06$ ; 一般,  $\beta_5 = -0.07$  至  $-0.20$ ; 较差,  $\beta_5 = -0.21$  至  $-0.40$ . (6) 联合加载: 单向受压,  $\beta_6 = 0$ ; 双向受压,  $\beta_6 = -0.04$  至  $-0.10$ ; 一向受压一向受拉,  $\beta_6 = 0.04$  至  $0.10$ . (7) 曲率参数  $k \left( = \frac{b_0^2}{Rt} \right)$ :  $0 \leq k \leq 10$ ,  $\beta_7 = 0$  至  $-0.08$ ;  $10 \leq k \leq 20$ ,  $\beta_7 = -0.08$  至  $-0.24$ ;  $k \geq 20$ ,  $\beta_7 = -0.24$  至  $-0.40$ . 其中  $b_0$  为轴压和剪切时的纵筋间距或曲板侧压时周向的屈曲半波长,  $R$  为半径,  $t$  为板厚. (8) 各向异性:  $E_{22}/E_{11} = 1$ ,  $\beta_8 = 0$ ;  $10 \geq E_{22}/E_{11} \geq 1$ ,  $\beta_8 = 0.12$  至  $0$ ;  $1 \geq E_{22}/E_{11} \geq 1$ ,  $\beta_8 = 0$  至  $-0.12$ . (9) 耦合刚度:  $B_{ij} = 0$ ,  $\beta_9 = 0$ ;  $B_{ij} \neq 0$ ,  $\beta_9 = 0$  至  $-0.06$ . 其他因素: 指上述九点及图 1 中考虑得不充分或没有考虑到的因素, 大多数情况,  $\beta_{10} = 0$  至  $\pm 0.06$ ; 少数情况,  $\beta_{10} = \pm 0.06$  至  $\pm 0.15$ .

对于剪切问题,

$$\alpha_1 = 0.65 \prod_{i=1}^{10} (1 + 0.5\beta_i) \quad (3.3)$$

其中  $\beta_i$  由下列说明确定. 面板受剪时共有四个加载边, 应把 (2) 中的两非加载边也看作是加载边. 应把 (3) 中的两侧边理解为四边. 在 (4) 中, 当  $\lambda = 1$  时,  $\beta_4 = 0$ ;  $\lambda \neq 1$  时,  $\beta_4 = 0$  至  $-0.10$ . 在 (6) 中, 纯剪时,  $\beta_6 = 0$ ; 剪压联合以剪为主,  $\beta_6 = -0.04$  至  $-0.10$ ; 剪拉联合以剪为主,  $\beta_6 = 0.04$  至  $0.10$ . 在 (8) 中, 由于各向异性对剪切屈曲后的有效刚度影响不大, 情况又很复杂,  $\beta_8 = 0$  至  $\pm 0.10$ , 视具体情况而定. 其余的  $\beta_i$  仍由轴压情况的规定来确定.

此外,  $\alpha$  随  $\alpha_1$  和  $\sqrt{\varepsilon_{cr}/\varepsilon_x}$  变化的规律经综合后由图 1 给出. 由 (3.1)~(3.3) 式给出的  $\alpha_1$  值, 在图 1 中可查得  $\sqrt{\varepsilon_{cr}/\varepsilon_x} = 0$ — $1.5$  时的  $\alpha$  值. 在这  $\alpha$  值中, 已考虑了具有某种整体和局部缺陷的加筋板壳面板在局部屈曲前后的非线性计算和实验结果, 又在一定程度上考虑了局部屈曲与整体屈曲相近时使屈曲载荷显著下降的因素, 并且考虑了面板的初始缺陷使屈曲前的  $\alpha$  下降和屈曲后的  $\alpha$  略有增加的因素等. 因此在原则上和定性上是正确的合理的, 在定量上由于涉及的因素非常复杂, 给出的只是一种目前认为较好的近似

值。本文这样处理,在计算金属和复合材料加筋板壳的承载能力时,能得到简单、合理、有一定的精度和在大多数情况下与实验相近的结果,具有较大的实用价值。

关于  $\pm 45^\circ$  方格形斜交加筋板壳的面板的有效刚度问题,可用 Mohr 圆将轴压情况化为正交加筋方板双向同等受压再和剪切联合作用的情况处理。剪切情况可化为正交加筋方板一方向受拉另一方向受相同压缩的情况处理。

$\alpha$  是  $\sqrt{\varepsilon_{cr}/\varepsilon_x}$  的函数,而  $\sqrt{\varepsilon_{cr}/\varepsilon_x}$  又是  $\alpha$  的函数,只有经过试算才能使由算得的  $\sqrt{\varepsilon_{cr}/\varepsilon_x}$  和  $\alpha_1$  查得的  $\alpha$  和所设的  $\alpha$

相一致。在确定  $\sigma_{cr}$  时,要注意到面板屈曲的半波数,面板的厚薄和筋条对面板的约束,使计算  $\sigma_{cr}$  时的边界条件和确定  $\beta_1, \beta_2$  时的边界条件相一致。需要指出,  $\alpha_0$  是全部面板(包括筋条上方的面板)的平均有效刚度系数,而  $\alpha$  是筋条间面板的有效刚度系数,  $\alpha_0 > \alpha$ 。只有开口薄壁筋条才可近似地取  $\alpha_0 = \alpha$ 。当  $\alpha_0$  确定后,就可计算加筋板壳的承载能力。

要确定加筋板壳的承载能力,通过一定数量的实验便可以确定是强度问题还是稳定问题。如为后者,采用本文的方法,实验数量可适当减少,而结果仍可较好。

采用本文的计算方法,对文献 [1] 等所列的一百多个金属加筋圆柱曲板试件在轴压、侧压和剪切载荷作用下的实验数据,作了承载能力的计算和实验结果的比较表明,在绝大多数情况下,符合良好或者比文献中的原有计算与实验结果的比较有明显的改进(一百多个试件平均的改善幅度为 20.4%)。这说明此种计算方法对于金属加筋板壳是很有效的。对于复合材料加筋板壳的承载能力问题,本质相同。对于复合材料加筋曲板试件,希望能出现面板先局部屈曲然后发生加筋曲板整体屈曲的情况。

### 参 考 文 献

- [1] 中国科学院力学研究所固体力学研究室板壳组,《加筋圆柱曲板和圆柱壳》,科学出版社 (1982)。
- [2] 王震鸣,戴涪陵,正交各向异性的多层、夹层和加筋扁壳的弯曲、稳定和振动,力学学报, 5(1983), 480—492。
- [3] 王震鸣,戴涪陵,吕明身,复合材料的多层、夹层和加筋圆柱曲板的稳定和振动,固体力学学报, 4(1984), 517—531。
- [4] Ellinas, C. P. and Croll, J. G. A., Post-critical analysis of torsionally buckled stiffener plates, *J. Solids Structures*, 17, 1(1981), 11—21。
- [5] Rhodes, J. and Harvey, J. M., Examination of plate postbuckling behavior, *J. of Engng. Mech. Div., Proc. ASCE* 103, EM 3(1977), 461—468。
- [6] Rhodes, J. and Harvey, J. M., Plates in uniaxial compression with various support conditions at the unloaded boundaries, *Int. J. Mech. Sci.*, 13, 10(1971), 787—802。
- [7] Allen, H. G. and Bulson, P. S., Background to buckling, McGraw-Hill (1980), 382—383。
- [8] Rhodes, J. and Harvey, J. M., The postbuckling behavior of thin flat plates in compression with the unloaded edges elastically restrained against rotation, *J. of Mech. Engng. Sci.*, 13, 2(1971), 82—91。
- [9] Walker, A. C., The postbuckling behavior of simply-supported square plates, *Aero. Quarterly*, 20, 3(1969), 203—222。
- [10] Dawson, R. G. and Walker, A. C., Postbuckling of geometrically imperfect plates, *J. of Struct.*

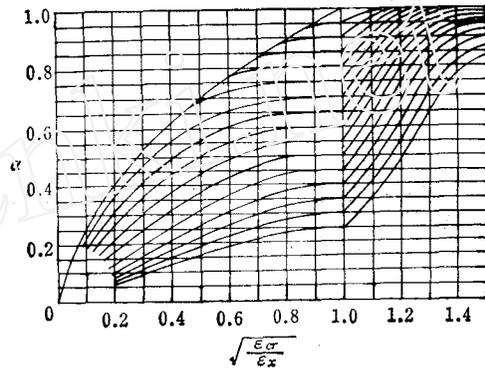


图 1

- Div., Proc. ASCE* 98, St. 1(1972), 75—94.
- [11] Column Research Committee of Japan, Handbook of structural stability, Part 3(1971), 187.
- [12] Rhodes, J. and Marshall, I. H., On the use of the effective width concept for composites, Composite structures, (ed. Marshall, I. H.) (1981) 335—351.
- [13] Banks, W. M. and Harvey, J. M., Experimental study of stability problems in composite materials, *Stability problems in engineering structures and components*, 1—22, Appl. Sci. Publishers (1979).
- [14] Chandra, R. and Raju, B. B., Postbuckling analysis of rectangular orthotropic plates, *Int. J. Mech. Sci.* (1973), 81—97.
- [15] Dickson, J. N. Cole, R. T. and Wang, J. T. S., Design of stiffened composite panels in the postbuckling range, *Fibrous composites in structural design* (ed. Leno, E. M. and Oplinger, D. W. and Burke, J. J.) (1980), 313—327.

## THE CALCULATION METHOD OF BEARING CAPACITY OF STIFFENED PLATES AND SHELLS OF METAL AND COMPOSITE MATERIALS

Wang Zhenming, Mei Hai

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

### Abstract

In this paper, the problem of the effective stiffness of the face sheet of stiffened cylindrical panels made of metal or composite materials with initial imperfections is investigated in the pre- and post-buckling range. An approximate method is put forward to calculate the bearing capacity of stiffened plates and cylindrical panels under the action of external load after the local buckling of the face sheet has occurred or when the local buckling of the face sheet is nearly equal to the overall buckling of the stiffened panel.