

## 复合材料层间剪切强度

张双寅

(中国科学院力学研究所)

### 内容提要

本文对测定复合材料层间剪切强度的双槽试件拉剪法进行研究。包括实验研究,有限元计算与层间剪切强度估标三个部份。对酚醛玻璃钢的层间剪切强度进行了试验,用有限元法计算了层间剪应力分布,对Markham的剪应力分布公式进行了评论,指出了它的不正确性;最后对层间剪切强度的真实值进行了估算。

### 一、引言

层间剪切强度是进行复合材料设计的重要参数之一,正确地表征与准确地测量它会很有意义的。国际标准化组织(ISO),第61技术委员会(TC61),塑料技术委员第29次会议规定了两项测定玻璃钢层间剪切强度的研究项目。英国国家标准玻璃钢(GRP)压力容器设计规范(BS4994, 1973)<sup>[1]</sup>规定了双槽试件测定层间剪切强度的拉剪法。Chiao等人在文献<sup>[2]</sup>中报道了两种层间剪切强度的测定法,即短梁三点弯曲法与双槽试件拉剪法,令人瞩目的是,双槽拉剪法的试验结果相当分散,其剪切强度值是分散范围为7.7MPa到23.5MPa之间,Markham与合作者<sup>[3]</sup>对这一试验法提出一个单的计算模型,导出了如下的剪应力分布公式:

$$\frac{q}{q_0} = \frac{\theta Ch(\theta - \beta x)}{sh\theta} \quad (4)$$

其中  $\theta = \sqrt{\frac{G'}{2E'}}$ ,  $\frac{l}{t}$ ,  $\beta = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2G'}{E'}}$ ,  $G'$ 与 $E'$ 为折算剪切模量与拉伸模量; $q_0$ 为平均剪应力,由下式计算:

$$q_0 = \frac{2p_0 t}{l} \quad (2)$$

其中 $l$ 与 $t$ 分别为试件剪切面长度与试件厚度的一半, $p_0$ 为外加拉伸应力,请参看图1。

公式(1)部分地反映了剪应力分布的不均匀性,但是它没有考虑双槽根部的应力

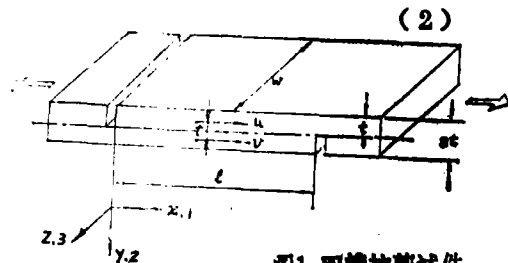


图1 双槽拉剪试件

本文于1985年4月22日收到

集中,不能真实地表示剪应力不均匀程度。双槽试件剪切面上剪应力分布规律与胶接塔接接头的剪应力分布相似。文献<sup>[4]</sup>概述了搭接接头的剪应力分布与影响剪应力分布的各种因素。

本文对玻璃布增强酚醛树脂材料进行了拉剪试验,发现剪切面长度 $l$ 对试验值影响很大。有限元计算表明在双槽根部有很大的应力集中,指出了Markham公式的不正确性。最后对双槽试件拉剪试验结果进行了分析,估算了材料层间剪切强度,并与本方法所得到的表现层间剪切强度进行了对比。

## 二、实验研究

### 1. 预备试验

试件的材料是径纬比1:1的玻璃布增强酚醛树脂玻璃钢。剪切试验之前,对其组分含量、玻璃布层数与弹性模量进行了测定。

#### a、烧蚀法测组分含量

取一块 $18\text{mm} \times 15\text{mm} \times 10\text{mm}$ 的长方形材料,用精密天平测下重量为6.112克,放入高温炉,缓慢升温至 $300^\circ\text{C}$ ,恒温20分钟,再持续升温到 $500^\circ\text{C}$ ,保温2.5小时,自然冷却。酚醛树脂已全部烧完,留下洁白的玻璃布51层,重4.358克,计算出玻璃纤维重量含量为71.3%,酚醛的重量含量为28.7%。根据玻璃的比重为 $2.51\text{克}/\text{cm}^3$ ,酚醛的比重为 $1.27\text{克}/\text{cm}^3$ ,算得玻璃布的体积百分数为 $V_g = 55.8\%$ ,酚醛的体积百分数为 $V_p = 44.2\%$ ,然后量下每层玻璃布的厚度为 $t_g = 0.19\text{mm}$ ,可以估算酚醛树脂的最小厚度为 $t_{p, \min} = 0.0061\text{mm}$ ;其平均厚度为 $t_{p, \text{aver}} = 0.081\text{mm}$ ;最大厚度为 $t_{p, \max} = 0.101\text{mm}$ 。

#### b、弹性常数的测定

由公式(1)知道,剪应力计算与材料常数有关,同时进行有限元计算也需要知道材料的弹性常数。

(1) 纵向拉伸模量 $E_L$ 和两个泊松比 $\nu_{LL}$ 与 $\nu_{LT}$ 的测定。

用图2a所示之方法测定纵向(平行于玻璃布)拉伸模量 $E_L$ 和平行于玻璃布面内的泊松比 $\nu_{LL}$ 与垂直于玻璃布方向上的泊松比 $\nu_{LT}$ 。

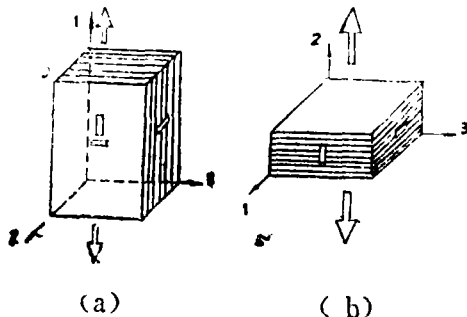


图2: 纵向拉伸模量 $E_L$ 与泊松比 $\nu_{LT}$  (a) 和横向拉伸模量 $E_T$  (b) 测定试验

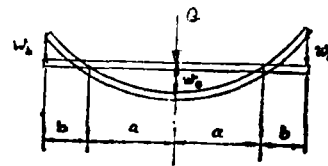


图3: 横向剪切模量测定试验

用图2b所示的方法测定垂直于玻璃布方向的拉伸模量 $E_T$ 与泊松比 $V_{TL}$ ，可以证明

$$\frac{V_{TL}}{E_T} = \frac{V_{LT}}{E_L}$$

### (3) 横向剪切模量 $G_{LT}$ 的测定

用图3所示之三点弯曲试验，利用简支梁弯曲挠度公式与弹性力学互换性原理可以证明当 $b = \frac{2}{3}a$ 时。

$$G_{LT} = \frac{Qa}{2S} \left( \frac{1}{W_0} - \frac{1}{W_1} \right) \quad (3)$$

其中 $S$ 为梁试件的横截面积。

## 2. 剪切试验

21根试件的尺寸列于表1，试验结果列入表2，试件分成长试件与短试件两类。长试件做拉剪试验，短试件做压剪试验。图4是两种试验的示意图。

表2中的 $q_0$ 为公式(2)计算得表现剪切强度，它实际上是材料破坏时的平均剪应力。表中的 $p_0$ 是破坏拉应力， $p_0 = \frac{p_b}{2lW}$ ， $p_b$ 为破坏载荷。

a、表2中的结果表明， $q_0$ 对剪切面长度 $l$ 依赖性很大。 $l$ 愈大 $q_0$ 愈小，反之亦然。

b、拉剪测得 $q_0$ 值比压剪测得的结果小得多，这除了因为拉剪试件的 $l$ 值比压剪试件的 $l$ 值大得多之外，还有另一个原因。就是与剪切面上垂直正应力分量有关。在试件的剪切面上除了存在剪应力分量之外，还有垂直玻璃布方向上的正应力分量。在拉剪情况下，凹槽根部附近的垂直正应力为拉应力，它有助于剪切破坏的提前发生。相反，压剪

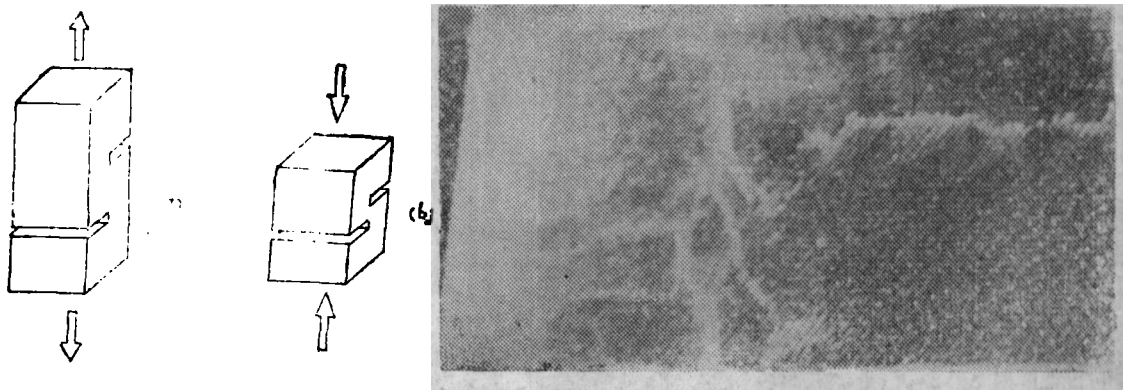


图4：拉剪 (a) 与压剪 (b) 试验

(照片)

试件的垂直正应力为压应力，它阻碍剪切破坏的发生。

C、图5给出拉剪与压剪试件的破坏面的照片。可见拉剪破坏面基本上是介面破坏，只有一、二层玻璃布破坏；然而，压剪情况下，破坏面则大不相同，虽然大部分面积是平滑的介面破坏，但在靠近槽根的局部区域内有较多层的玻璃布破坏。



图5 拉剪与压剪试件的破坏面 (照片)

### 三、有限元计算

#### 1. 平面应变问题

当试件宽度 $W$ 比厚度 $2t$ 大得多时, 可以将它看成平面应变问题。

平面应变问题的虎克定律

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & 0 \\ R_{12} & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中  $R_{11} = S_{11} - \frac{S_{13} \cdot S_{13}}{S_{33}},$

$$R_{12} = S_{12} - \frac{S_{13} \cdot S_{23}}{S_{33}}, \quad (5)$$

$$R_{22} = S_{22} - \frac{S_{23} \cdot S_{23}}{S_{33}},$$

$$R_{33} = S_{33}$$

$S_{ij}$ 为三维应力状态的柔度系数:

$$S_{11} = \frac{1}{E_L}$$

$$S_{22} = \frac{1}{E_T}$$

$$S_{13} = \frac{-\nu_{LL}}{E_L} \quad (6)$$

$$S_{12} = \frac{-\nu_{LT}}{E_L} = \frac{-\nu_{TL}}{E_T}$$

$$S_{23} = \frac{-\nu_{TL}}{E_T}$$

$$S_{66} = \frac{1}{G_{LT}}$$

由上节所测得之弹性常数, 经过式(6)与式(5)换算, 得到平面应变的柔度系数:

$$E'_L = \frac{1}{R_{11}} = 19.1 GPa$$

$$E'_T = \frac{1}{R_{22}} = 4.2 GPa \quad (7)$$

$$\nu_{LT} = 0.28$$

$$\nu_{TL} = 0.059$$

$$G'_{LT} = 1.0 GPa$$

采用平面问题杂交法有限元公式进行计算, 其计算公式请参看文献[5]。

## 2、有限元网格

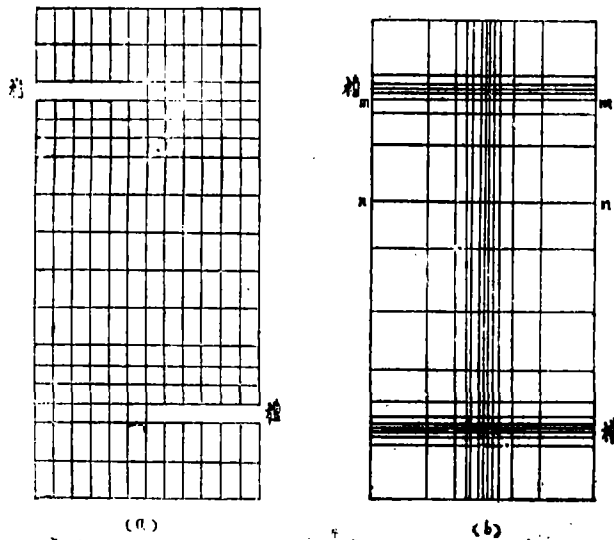


图6 有限元网格 I (a) 与有限元网格 II (b)

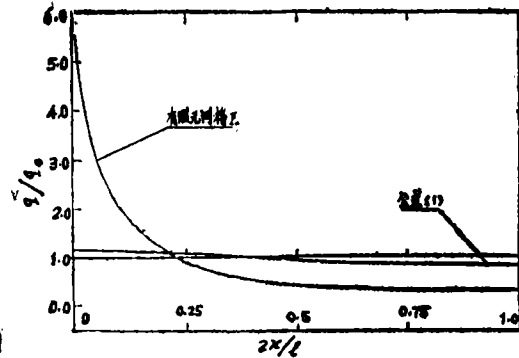


图7 有限元结果与公式与(1)比较

首先使用网格I (见图6a) 进行了计算, 计算结果表明在剪切面上剪应力分布不均匀, 在槽根附近有显著的应力集中。为了使应力集中部分的应力计算得更准确, 又采用网格II (见图6b) 进行了计算。这个网格的最小单元的边长是网格I最小单元边长的10%。远离双槽的应力计算值, 两种网格的计算结果接近, 然而在邻近槽底的区域内, 网格II的计算值比网格I的结果大得多。

## 3、计算结果与讨论

a、图7绘出用网格II计算的剪应力分布曲线, 同时也划出公式(1)的计算结果。可见这两条曲线差别很大。公式(1)的曲线相当平缓, 而有限元结果却表明应力分

布非常不均匀。在远离槽的区域，公式(1)的应力值大于有限元的结果，而靠近槽的局部范围内，有限元的计算结果比公式(1)大得多，有很大的应力集中。

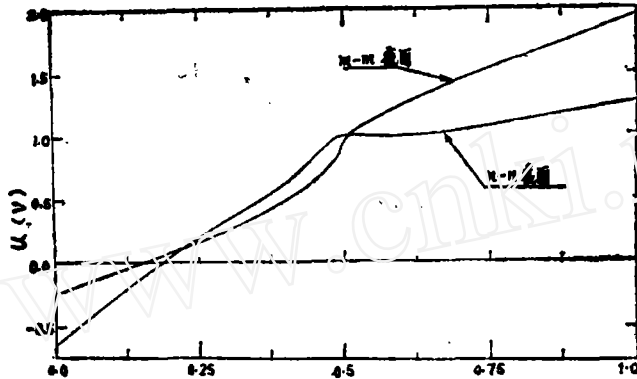


图8 试件横截面纵向位移分布(有限元网格I)

图8是试件两个截面 $m-m$ 与 $n-n$ (图6b)上的轴向位移分布的有限元计算曲线,可见两个截面上的纵向位移分布很不均匀。在靠近槽的 $m-m$ 面上的位移不均匀度比远离槽的 $n-n$ 面上的位移分布不均匀度大得多。这个结果否定了文献<sup>[8]</sup>在推导公式(1)时所作的如下假设:

$$\frac{u-v}{t} = \frac{q}{G_{LT}} \quad (8)$$

其中 $t$ 为试件半厚度, $u$ 与 $v$ 分别为剪切面上下两侧半厚度纵向位移的平均值(见图1)。由于文献<sup>[8]</sup>的假定(公式(8))不正确,所以公式(1)的结果不能反映实际的应力分布情况。

b、在破9上绘出了用网格I计算的剪应力与垂直正应力沿剪切面的分布曲线。在槽附近,垂直正应力也有明显的应力集中。它对材料破坏的影响不可忽略。在拉剪情况下,它是拉应力,而在压剪情况下,它是压应力。这导致压剪试验值比拉剪试验值大,也导致了拉剪与压剪两种试验破坏面的形貌不同。图9也对比了不同剪切模量 $G'_{LT}$ 对应力计算结果的影响。

#### 四、剪切强度估算

由于在凹槽根部附近有很强的应力集中(近乎但小于 $r^{-\frac{1}{2}}$ 阶的奇性),实质上这个问题是一个复合型断裂问题,要作出精确的强度分析是很困难的。本文仅对材料剪切断裂机理进行简单分析,并对层间剪切强度进行估算。

在窄槽根部角点的应力集中处,材料很易产生损伤(或称塑性变形),这个塑性区随外加应力 $p_0$ 的增大沿剪切面扩大,形成窄而长的形状,当塑性区的长度等于剪切面长度 $l$ 之半时,材料破坏。

Tirosh<sup>[6]</sup>在分析单向玻璃纤维增强环氧复合材料中垂直纤维缺口根部剪切塑性区时,给出了缺口长度 $C$ 与缺口根部塑性区长度之半 $R_p$ 之间的关系式(请看图10)。

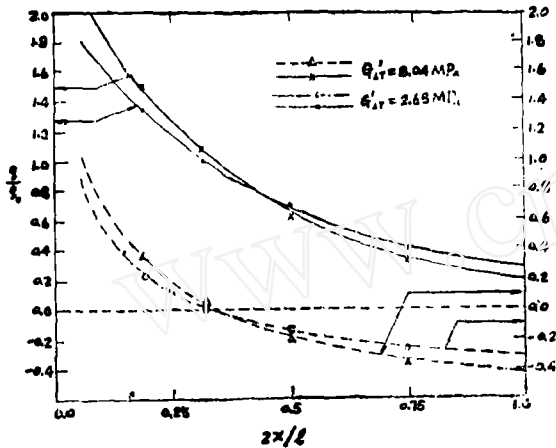


图9: 剪切面上剪应力与垂直应力分布曲线(有限元网格I)

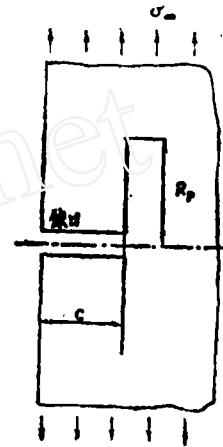


图10: 缺口顶端塑性区

$$R_p = C \left( \frac{\sigma_\infty}{\tau_0} \right)^2 A \quad (9)$$

其中 $\sigma_\infty$ 为试件两端所施加之拉伸应力,  $\tau_0$ 为基体(或介面)的剪切强度,  $A$ 是与复合材料弹性模量有关的常数:

$$A = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \frac{G_{LT}}{(E_L \cdot E_T)^{\frac{1}{2}}} \left[ (E_L/E_T)^{\frac{1}{2}} + E_L/(2G_{LT}) - \nu_{LT} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

本文所研究的双槽试件,当两个槽之间距离 $l$ 足够大时,两个槽之间的相互影响较小,槽根部剪切损伤区的形成与扩展与图10所表示的情况相似,所以可以用公式(9),对层间剪切强度 $\tau_0$ 进行估算。将公式(9)中的 $\sigma_\infty$ 用 $p_0$ 替换,将 $R_p$ 用 $\frac{l}{2}$ 代替,就可以计算 $\tau_0$ 的估计值。表(2)中列出了 $\tau_0$ 的估算值,并与公式(2)计算的表现剪切强度值 $q_0$ 进行了比较。由表中的数据可以看出, $\tau_0$ 比 $q_0$ 大,并且不受剪切面长度 $l$ 大小的影响。表中的 $\tau_0$ 估算值小于基体材料的剪切强度(15MPa),由此可以作出结论,用公式(9)估算剪切强度 $\tau_0$ 是合理的。

### 五、结束语

1、用实验与有限元计算对英国国家标准,玻璃钢(GRP)压力容器设计规范(BS 4994, 1973)所规定的用双槽试件测定层间剪切强度的方法的可靠性进行了分析,指出了这个方法的实验值依赖于试件剪切面长度 $l$ ,不能代表材料的真实的层间剪切强度,不能直接用于工程设计。

2、用有限元计算结果,指出了Markham公式的不正确性,并且说明了Markham

公式不正确性的产生原因。

3、用 *Tirosh* 公式, 对剪切强度  $\tau_0$  值进行了估算。并与实验值  $q_0$  进行了对比。可以得出结论, 用 *Tirosh* 公式估算  $\tau_0$  是合理的。

### 参考文献

- [1] B S 4994 Specification for vessels and tanks in reinforced plastics, BSI, London, 1973.
- [2] Chiao, C.C. and Chiao, T.T., "Measurement of shear properties of fibres composites. Part 1. Evaluation and test methods." *Composites*, 8 (3), July 1977, p.161.
- [3] Markham, M.F. and Dawson, D., "Interlaminar shear strength of fibre-reinforced composites." *Composites*, 6 (3), July, 1975, P.173.
- [4] 杨玉昆等, "合成胶粘剂", 科学出版社, 1980.

表1 试件尺寸 (mm)

试件 号码	厚度 2t	槽深 t	剪面长度l		宽度w		试验 方法
			名义	实际	名义	实际	
1	20.90	11.64	100	100.4	40	40.05	拉 剪 试 验
2	20.75	11.71	100	100.4	40	40.45	
3	20.85	11.65	100	101.0	40	40.45	
4	20.80	11.75	80	79.75	40	40.50	
5	20.75	11.50	80	80.10	40	39.80	
6	20.80	11.75	80	79.50	40	40.35	
7	20.75	11.85	50	49.0	40	40.35	
8	20.85	11.70	50	48.8	40	40.25	
9	20.80	11.75	50	49.0	40	40.50	
10	20.95	11.74	100	99.1	20	20.05	
11	20.80	11.75	100	99.1	20	20.55	
12	20.20	11.75	80	79.1	20	20.15	
13	20.90	11.55	80	79.1	20	19.75	
14	20.75	11.70	30	29.9	40	40.0	压 剪 试 验
15	21.0	11.30	30	29.1	40	39.8	
16	20.80	11.55	20	19.30	40	40.0	
17	20.75	11.65	20	19.4	40	40.0	
18	20.80	11.70	20	19.4	40	40.0	
19	21.10	11.80	30	29.2	20	20.0	
20	21.0	11.70	30	29.2	20	20.0	
21	21.70	11.65	20	18.6	20	20.0	

注: 试件名义厚度  $2t = 20\text{mm}$ , 名义槽深  $t = 10.5\text{mm}$



- [5] Zhang Shuangyin, "A Hybrid FEM Approach to stress Distribution in the Vicinity of a Notch in Inhomogeneous Materials." Proc. Inter. Conf. FEM, 2 - 6 Aug. 1982. Shanghai, Sciences Press, Beijing China.
- [6] Tirosh, J. "The effect of Plasticity and crack blunting on the stress distribution in orthotropic composite materials." Tran. of the ASME, Series E. Jour. Appl. Mech. Vol. 40, No. 3 1973, P. 785.

表2 层间剪切强度的实验值与计算值

试件 号码	破坏载荷 $P_b$ (KN)	破坏拉应 力 $P_c$ (MPa)	、剪切强度试验值		剪切强度估算值	
			$q_0$ (MPa)	平均值 (MPa)	$\tau_0$ (MPa)	平均值 (MPa)
1	13.66	16.32	3.40		9.23	
2	15.54	18.51	3.82	3.55	10.50	9.70
3	14.01	16.61	3.43		9.37	
4	14.56	17.28	4.51		11.03	
5	13.62	16.49	4.27	4.34	10.38	10.44
6	13.62	16.23	4.24		9.91	
7	12.39	14.80	6.27		12.09	
8	11.37	13.55	5.68	5.98	11.02	11.38
9	11.43	13.57	5.68		11.04	
10	5.55	13.21	2.79		7.55	
11	7.25	16.96	3.74	3.27	9.70	8.62
12	7.45	18.30	4.67		11.71	
13	5.45	13.20	3.49	4.08	8.38	10.04
14	23.32	28.10	19.50			
15	21.07	25.18	18.13	18.82		
16	16.27	19.56	21.07			
17	13.52	16.29	17.44	20.29		
18	17.25	20.73	22.25			
19	6.37	15.09	10.88			
20	7.76	18.48	13.33	12.08		
21	9.21	21.20	24.79	24.79		