

材料在 X_1OX_2 面上各向同性的情形, 易证其弹性系数矩阵为:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_{66} \end{pmatrix}$$

其中 $c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$.

即横观各向同性材料仅有 5 个独立弹性常数, 或用弹性模数张量 c_{ijlm} 的分量形式给出, 5 个独立的分量为: c_{1111} , c_{1122} , c_{1133} , c_{3333} , c_{2323} ,

且 $c_{1212} = \frac{1}{2}(c_{1111} - c_{1122})$, 其余不相关的分量为零.

2. 讨论

(1) 近年来国内有的刊物上在讨论密质骨的力学性质时, 把横观各向同性与正交各向异性混为一谈, 这显然是错误的. 正交各向异性体(orthotropic)是指材料有三个正交的弹性对称轴, 它有 9 个独立的弹性常数^[3], 而横观各向同性体只有 5 个独立的弹性常数.

(2) 横观各向同性较简洁地反映了管状密质骨的弹性性质, 是一种可取的力学模型, 国外

已做了不少研究工作. Katz^[4] 等人给出了干燥人骨的弹性模数:

$$c_{1111} = 23.4\text{GPa}, c_{1122} = 9.06\text{GPa},$$

$$c_{1133} = 9.11\text{GPa}, c_{3333} = 32.5\text{GPa},$$

$$c_{2323} = 8.71\text{GPa},$$

$$c_{1212} = \frac{1}{2}(c_{1111} - c_{1122}) = 7.17\text{GPa}$$

但涉及到材料的流变特性时, 骨又是一种多相微极介质, 因此把骨作为两相多孔介质(有机质和无机质)模型、或固-液二相多孔介质模型(骨中含有非均匀孔穴, 其中充满有机液体)的研究正在进行中. 并且对骨组织不同层次和水平上的力学性质的研究也正在积极开展. 现在对骨的力学性质的研究正在由弹性向粘弹性发展, 由宏观向微观发展.

参 考 文 献

- [1] Dempster, W. T. and Liddicoat, R. T., Compact bone as a non-isotropic material, *Am. J. Anat.*, **91** (1952), 331-362.
- [2] Lang, S. B., Ultrasonic method for measuring elastic coefficients of bone and results on fresh and dried bovine bone, *IEEE trans on bio Eng* (1970), 101-105.
- [3] 赵渠森编译, 复合材料, p. 56-58.
- [4] Yoon, H. S. and Katz, J. L., *J. biomech*, **9** (1976), 459-464.

(本文于 1984 年 9 月 20 日收到)

高频感应等离子体的能量平衡及 极限功率

唐 福 林

(中国科学院力学研究所)

1. 引言

高频感应等离子体由于没有电极的污染, 所以在一些超纯材料, 如 TiO_2 、 SiO_2 的制取中得到了广泛的应用^[1,2]. 在这些材料的制取过程中, 高频感应等离子体是一个提供高温气体

的热源, 因此, 这时对等离子体弧柱进行吹气不仅是为了冷却等离子体容器, 即灯具的器壁, 而且也是为了提取等离子体弧柱中的热量, 是作为高温热源的必要条件之一. 但是, 计算有流动时的等离子体各种参数需要花费较长的计算

机时,如 M. I. Bouios^[3] 计算有轴向和径向流动的高频感应等离子体的流场和温度场,每计算一个工况,就要在 IBM 370/145 计算机上花 2 小时左右,而一些比较简单的模型又都没有考虑吹气对等离子体的影响^[4,5]。本文的目的就是采用通道模型,在不同吹气情况及不同器壁冷却条件下,对高频感应氧、氩等离子体的性能及其负荷极限进行研究,并得出了等离子体性能变化的规律。

2. 模型及方程

由测量可知,在等离子体中心部份的温度分布比较平坦,靠近边缘处,则急剧下降^[6],而等离子体的电导率又随温度的下降很快地趋向于零。因此,可以认为等离子体是由两个区域组成,在 I 区中 $\sigma = 0$,在 II 区中等离子体温度 T_0 及电导率 σ_0 均不随半径变化。其模型简图如图 1 所示。

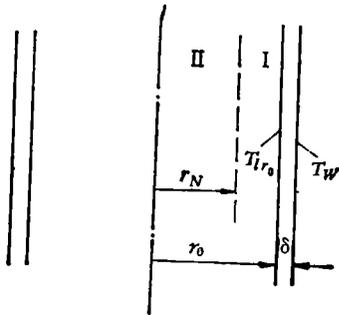


图 1 模型简图

在 I 区中的传热方程为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = \rho C_p V_x \frac{\partial T_1}{\partial z} \quad (1)$$

根据测量及数值计算所得的流场和温度场^[3,6],可以取 $\rho C_p V_x \frac{\partial T_1}{\partial z} = A$,它就是在高频感应等离子体发生器中由于边缘吹气由单位体积在单位时间内所带走的热量,它一方面冷却容器的器壁,同时也作为热源供给等离子体出口化学反应的需要。

而 I 区的导热系数 $k = k(T)$,一般都可利用 T 的多项式来表示,在一定的近似下,可将 k 写成 $k = aT + b$ 。这样,可得(1)的解为:

$$aT_1^2 + 2bT_1 = \frac{A}{2} r^2 + 2c_1 \ln r + c_2 \quad (2)$$

因为容器器壁外侧的温度 T_w 容易测量和控制,所以取 T_w 为已知值。

常数 c_1 和 c_2 由边界条件:

在 $r = r_0$ 处,

$$(aT_{i,r_0} + b) \frac{dT_1}{dr} \Big|_{r_0} = -\frac{k_w}{\delta} (T_w - T_{i,r_0}) \quad (3)$$

及在 $r = r_N$ 处, $T_1 = T_2 = T_0$ (4)

来确定。这里 T_{i,r_0} 为灯具内侧的壁温,也等于此处的气体温度, k_w 为灯具材料的导热系数, δ 为灯具壁厚。 T_{i,r_0} 可由方程解得

$$T_{i,r_0} = T_w - \frac{\delta}{k_w} \left(\frac{Ar_0}{2} + \frac{c_1}{r_0} \right) \quad (5)$$

$$c_1 = (-G - \sqrt{G^2 - 4F})/2 \quad (6)$$

这里, $G = Ar_0^2 - 2T_w r_0 k_w / \delta - 2br_0 k_w / a\delta + \left(\frac{r_0 k_w}{\delta} \right)^2 \cdot \frac{2}{a} \ln \frac{r_N}{r_0}$

$$F = (T_w^2 - T_0^2) \left(\frac{r_0 k_w}{\delta} \right)^2 - AT_w r_0^2 \frac{r_0 k_w}{\delta} + \left(\frac{A}{2} \right)^2 r_0^4 + \frac{2b}{a} (T_w - T_0) \times \left(\frac{r_0 k_w}{\delta} \right)^2 - Ar_0^2 \frac{b}{a} \frac{r_0 k_w}{\delta} - \frac{A}{2a} \times \left(\frac{r_0 k_w}{\delta} \right)^2 (r_0^2 - r_N^2)$$

由此可见, T_{i,r_0} 不仅和灯具外侧的温度 T_w 、边气带走的热量 A 、气体的导热系数 $k(T)$ 、灯具壁厚 δ 、灯具的热导系数 k_w 和灯具的半径 r_0 有关,且和等离子体半径与灯具半径之比 r_N/r_0 及等离子体的温度 T_0 有关。

在 II 区,等离子体的温度 T_0 和电导率 σ_0 不随半径变化,则其单位高度输入等离子体的感应功率为熟知的表达式^[6]

$$\frac{W}{L} = \frac{2\pi H_0^2 x_2}{\sigma_0} \frac{\text{ber}'x_2 \text{ber}x_2 + \text{bei}'x_2 \text{bei}x_2}{(\text{ber}x_2)^2 + (\text{bei}x_2)^2} \quad (7)$$

这里 $x_2 = r_N \sqrt{\mu_0 \sigma_0 \omega}$, 而 $\text{ber}x_2, \text{bei}x_2$ 为零阶贝塞尔函数 $J_0(x_2 \sqrt{-i})$ 的实部和虚部, $\text{ber}'x_2, \text{bei}'x_2$ 为零阶贝塞尔函数的导数

$$\frac{dJ_0(x_2 \sqrt{-i})}{dx_2}$$

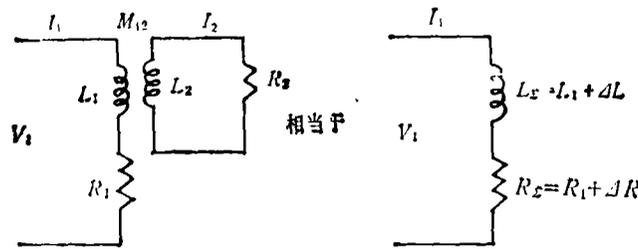


图 2

的实部和虚部。

根据 II 区等离子体的能量方程,可写出其能量平衡方程为:

$$\frac{W}{L} = -2\pi r_N \left(\frac{Ar_N}{2} + \frac{c_1}{r_N} \right) + \pi r_N^2 q_R(T_0) + B \quad (8)$$

这里 B 即为中心吹气所带走的热量, $q_R(T_0)$ 为等离子体单位体积的辐射强度。

另一方面,等离子体是和外电路耦合在一起工作的,由外电路的迴路方程:

$$\begin{cases} V_1 = I_1 R_1 + i(\omega L_1 I_1 + \omega M_{12} I_2) \\ 0 = I_2 R_2 + i(\omega L_2 I_2 + \omega M_{12} I_1) \end{cases} \quad (9)$$

可得等离子体的反射电阻 ΔR 和反射电感 ΔL 分别为

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} R_2 \\ \Delta L &= \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} L_2 \end{aligned} \quad (10)$$

而 $R_\Sigma = R_1 + \Delta R$, $L_\Sigma = L_1 + \Delta L$

这里 I_1 , R_2 和 L_2 分别为等离子体电流,它的有效电阻和电感; M_{12} 为等离子体与感应线圈的互感; ω 为振荡频率; R_1 , L_1 分别为外迴路的电阻和电感,根据已有的几个装置, R_1 约为 ΔR 的 1/5, 而 L_1 则要比 ΔL 大得多。

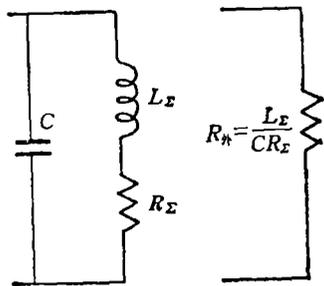


图 3

设计工况下的高频设备是在谐振状态下工作的,这时谐振电路对电源电动势而言相当于一个纯电阻。对每一振荡管,由其谐振电路的性能曲线可知,当 $R_{\Sigma} = R_{\Sigma \text{最佳}}$ 时,振荡管的功率输出最大,效率也接近最高点,因此要求

$$\frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} R_2 = \frac{L_1}{c R_{\Sigma \text{最佳}}} - R_1 \quad (11)$$

为了计算与迴路方程(9)相对应的,且与等离子体电导率单值联系的等离子体有效电阻 R_Σ , 利用等式

$$\frac{W}{L} = R_\Sigma I_1^2 \quad (12)$$

这里 $I_2 = \int_0^{r_N} j(r) dr$ 最后,可得

$$R_\Sigma = \frac{2\pi x_2}{\sigma} \frac{1}{l_2} \frac{\text{ber}'x_2 \text{ber}x_2 + \text{bei}'x_2 \text{beix}_2}{(\text{ber}x_2)^2 + (\text{beix}_2)^2 + 1 - 2\text{ber}x_2} \quad (13)$$

这里 l_2 是等离子体弧柱长度。

这样,由方程(8)和(11),在振荡管的 $R_{\Sigma \text{最佳}}$ 下,根据不同的灯具外侧壁温 T_w 、中气和边气,从等离子体带走的热量 A , B , 可定出等离子体的温度 T_0 和半径 r_N 。

3. 等离子体温度、弧柱半径及极限功率

根据 30kW 高频纯氧等离子体感应加热设备(即高频机)及高频纯氧等离子体发生器(即灯具和感应线圈)的参数,即:工作频率 $f = 4 \times 10^6 \text{Hz}$; 振荡管 $F_{4,1S}$ 的 $R_{\Sigma \text{最佳}} = 1680 \Omega$; 感应线圈的直径 $D_c = 0.083 \text{m}$; 匝数 $w = 4.5$; 感应线圈长度 $l_1 = 0.1 \text{m}$ (由直径 $\phi = 10 \text{mm}$ 的铜管绕成); 灯具内径 $r_0 = 0.03 \text{m}$; 灯具壁厚 $\delta = 0.002 \text{m}$; 电容量 $c = 1026 \times 10^{-12} \text{F}$; 石英灯具壁的导热系数 $k_w = 0.25 \text{卡/米} \cdot \text{秒} \cdot \text{度}$; 灯具外侧壁温 $T_w = 500 \text{K}$; 总的带走热

表 1

	等离子体温度 $T_0(\text{K})$	等离子体半径 $r_N(\text{cm})$	灯具内侧壁温 $T_{i,r_0}(\text{K})$	效率 $\eta = \frac{\text{等离子体出口功率}}{\text{感应输入功率}} \%$
计算值	8850	1.8	1288	52.8%
测量值	8600	—	—	56.3%

量 $Q_a = 28708$ 卡/秒·米 (相当于尾焰带走的功率为 12kW); 中气带走的热量 B 与 Q_a 之比 $\alpha = \frac{B}{Q_a} = 0.329$; 氧等离子体的电导率 $\sigma = (0.7 \cdot T - 4800) \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$; 氧等离子体的导热系数 $k = (0.225T \cdot 10^{-3} + 0.2) \text{W/m} \cdot ^\circ\text{K}$, 按(8)和(11)进行了计算, 其结果及与实验的比较见表 1。

灯具内侧壁温的调节, 除了改变灯具外侧的冷却, 还可通过改变中气、边气带走热量间的比例来达到。为了探讨它们对等离子体参数的影响, 在 $Q_a = 28708$ 卡/秒·米 = const 时, 对三种不同的 α , 进行了计算, 其结果见表 2。

表 2

等离子体参数	α		
	0	0.329	0.7
等离子体温度 $T_0(\text{K})$	9000	8850	8750
等离子体半径 $r_N(\text{cm})$	1.84	1.8	1.7
灯具内侧壁温 $T_{i,r_0}(\text{K})$	1167	1288	1391
效率 η (%)	55.4	52.8	51.2

但当灯具外侧壁温改变时, 例如由 $T_w = 500\text{K}$ 下降至 $T_w = 350\text{K}$, 计算表明等离子体的温度和弧柱半径基本不变, 而内侧壁温 T_{i,r_0} 约下降 150° 。

对于氩等离子体, 其导热系数 k 虽要比氧

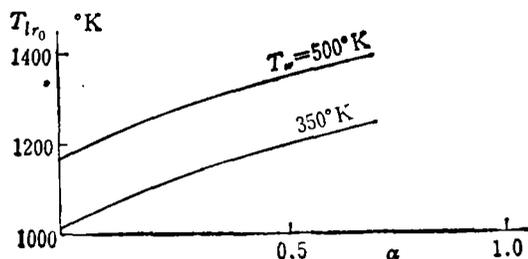


图 4

等离子体的几乎小 10 倍, $k_{Ar} = (0.0262T \cdot 10^{-3} + 0.0165) \text{W/m} \cdot \text{K}$, 但在同样的吹气和外侧壁温 T_w 条件下, 计算表明, 氩等离子体的温度只增长了 12.5%, 与此同时弧柱半径 r_N 增长了 17.6%, 在实验中也观察到了类似的现象, 这主要因为:

(1) 氩等离子体的电导率要比氧等离子体的高, 因此随着温度上升, 氩等离子体感应功率的下降要比氧等离子体的快。

等离子体温度 (K)	6000	7000	8000	9000	10000	11000
$\sigma_{O_2}(\Omega/\text{m})$		100	800	1500	2200	2900
$k_{Ar}(\text{W/m})$	600	1200	1800	2400	3000	3600

(2) 高温时氩等离子体的辐射强度要比氧等离子体的高, 而弧柱的变粗更进一步限制了等离子体温度的上升。

等离子体温度 (K)	9000	10000	11000
氧辐射强度 (kW/m^2)	29000	100000	250000
氩辐射强度 (kW/m^2)		48050	415650

在 30kW 装置上, 当 $\alpha = 0.7$, 氩等离子体参数所得计算结果如下:

等离子体参数	等离子体种类	
	O ₂	Ar
等离子体温度 T_0 (K)	8750	9850
等离子体半径 r_N (cm)	1.7	2
灯具内侧壁温 T_{i,r_0} (K)	1390	525
效率 η (%)	51.2	68

由式(5)可知, 等离子体温度 T_0 , 半径 r_N 及灯具内侧壁温 T_{i,r_0} 都与灯具半径 r_0 有关。在一定的等离子体出口功率 (即等离子体尾焰

带走的总热量 Q_{Σ} 为一定)条件下,如果能缩小灯具半径 r_0 ,这不仅可以提高单位体积功率 P_{yg} ,同时也可以提高感应线圈的使用安全及利用效率,但由于灯具热应力及熔点的限制,使 T_{ir_0} 存在一个临界值,从而限制了 r_0 的缩小,使等离子体单位体积功率 P_{yg} 存在一个极限。目前高频感应等离子体最常用的灯具材料是石英玻璃,其临界温度大约是 1200°C ,取灯具壁内外侧的温度为 1000°C ,这时热应力为 $280\text{kg}/\text{cm}^{2[7]}$,而石英玻璃的破坏应力为 $2000\text{kg}/\text{cm}^2$,因此单位体积功率的极限值 P_{ygm} 应由灯具材料的临界温度来决定。在 $\alpha = 0.329$, $Q_{\Sigma} =$

表 3

灯具半径 r_0 (cm)	3	2.8	2.6
等离子体参数			
等离子体温度 T_0 (K)	8800	8730	8650
等离子体半径 r_N (cm)	1.8	1.7	1.65
灯具内侧壁温 T_{ir_0} (K)	1288	1340	1510
效率 η (%)	52.8	52.5	52
半径比 r_N/r_0 (%)	60	60.7	63.5
单位体积出口功率 P_{yg} (W/cm^3)	42.44	48.72	56.50

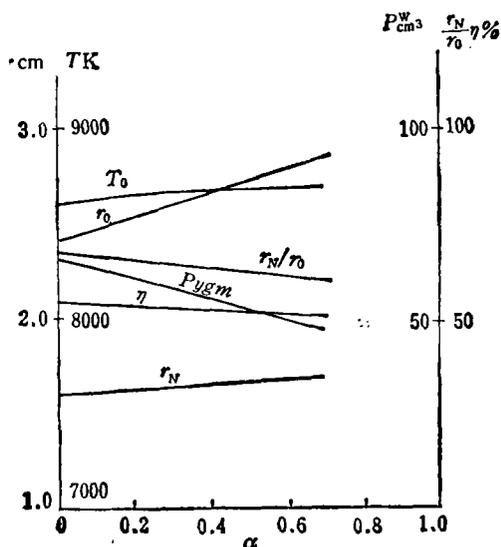


图 5

28708卡/秒·米时, O_2 等离子体参数随灯具半径 r_0 缩小的变化如表 3。

取灯具内侧极限温度 $T_{ir_0} = 1500\text{K}$, 外侧的壁温 $T_w = 500\text{K}$, 在不同吹气情况下,氧等离子体的极限功率 P_{ygm} 及其它数如图 5。

4. 讨论

(1) 由上述计算可看出,加强边气,减少中气带走的热量在等离子体出口功率中所占的比例,即减少 α ,由于加强了 I 区内的对流传热,使灯具内侧壁温 T_{ir_0} 下降,减少了向外的传热损失,从而使等离子体的效率提高;

(2) 在氧等离子体中,由于其热导系数很小,因此在同样的灯具外侧壁温时,虽然弧柱半径加粗,但内侧壁温仍提高不多,从而提高了效率;

(3) 由于内侧壁温的限制,如石英玻璃的临界温度约为 1500K ,因此存在一极限单位体积功率 P_{ygm} 。随着 α 的减小,管径 r_0 也相应可减小,从而使 P_{ygm} 增大, η 也由 47.36% 提高至 53.98% ,因此调小 α 有利于高频感应等离子体装置的工作。

以上的计算和讨论,都是在设计工况下,即 $R_{\text{外}} = R_{\text{内}}$ 的情况下进行的,但在实际工作中常常遇到等离子体发生器在非设计工况下运行,这时等离子体的参数也可按前述进行讨论,其结果将另文发表。

参 考 文 献

- [1] 中国科学院力学研究所六室,高频产生纯氧等离子体,力学情报,1(1976),33-39.
- [2] 中国科学院力学研究所六室高频组,30kW 高频等离子体感应加热设备及等离子体发生器研制报告(1980).
- [3] Boulous, M. I., *IEEE Transaction on Plasma Science*, PS-4, 1(1976), 28-39.
- [4] Walsh, B. W. and Stokes, A. D., *Chemical Engineering Science*, 27(1972), 511-518.
- [5] Freeman, M. P. and Chase, J. D., *Journal of Appl. Phys.*, 30(1968), 180-190.
- [6] 德列斯文,低温等离子体物理和技术,科学出版社(1980).
- [7] 铁摩辛柯,S.,材料力学,科学出版社(1978).