第6卷 第6期 航 空 学 报 Vol. 6 No. 6
1985年 12 月 ACTA AERONAUTICA ET ASTRONAUTICA SINICA Dec. 1985

超音速、高超音速有攻角的三维薄翼非定常二次理论及其应用

中国科学院力学研究所 何龙德 韩延良 钱福星

一、引 言

动导数对于飞行器的动态品质分析和控制系统的设计是必不可少的参数，它直接影响飞行器的动态特性。因此，国外自七十年代以来，无论在风洞实验、飞行试验，还是分析、计算等方面都作了很多工作，取得了较大的进展[1]。

动导数计算说到底主要是非定常气动力计算问题，已有的线化理论不能满足需要，对考虑非线性效应的动导数计算方法的需求则日显迫切。二次理论是计算非线性效应的一种方法，它是由第二次叠代或物面偏角参数的二次展开法构成，主要非线性效应由二次方程算出。这方面有 Van Dyke[2]和钱福星等人[3]的工作。鉴于将二次理论级数展开的机翼上、下面的压力系数相减时，攻角的非定常效应便抵消，因而文献〔3〕只计算了三元薄翼压缩面的俯仰阻尼特性。近年来，Hui 等人[4]提出的超音速和高超音速统一理论，对于高马赫数有攻角的低频平板翼能够给出较好的结果，然而并不适于低超音速小展弦比翼，也处理不了厚度效应。

本文是在超音速非定常三维线性解的基础上，用二次理论高马赫数近似的局部二维结果来计及平均攻角和厚度的非线性效应，具体处理了超音速前缘有攻角三角翼的非定常问题。为了计算攻角的非定常效应，本文分别用非线性等熵压力关系法和参考来流参数法进行了计算，并与文献〔4〕的结果作了比较，相符良好。

关于非定常二次理论的基本方程及其求解部分，在此从略，可参看文献〔3〕。需要说明的是，求解非定常二次方程时，本方法采用了高马赫数近似和薄翼表面流动的局部二维假设。

二、非线性等熵压力关系法（方法 1）

有一小展弦比三元薄翼在均匀的超音速气流中，在平均攻角 α_0 附近作小振幅简谐俯仰振动，若考虑到二次，则流动是等熵的。取直角坐标系 $oxyz$，原点位于机翼前缘的顶点，x 轴顺着流向，y 轴指向面对气流的右方，z 轴竖直向上为正。t 表示时间，设 $\Phi(x, y, z, t)$ 为扰动速度位，则非线性压力系数公式为

$$C_p|_{z=H}=\frac{2}{\gamma Ma_\infty^2}\left\{\left[1-\frac{\gamma-1}{2}Ma_\infty^2(2\Phi_x+\Phi_x^2+\Phi_y^2+\Phi_z^2+2\Phi_t/V_\infty)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}-1\right\} \quad (2.1)$$

式中V_∞、Ma_∞、γ和H分别表示自由流速度、马赫数、绝热指数和非定常物面高度；下标表示偏导数如$\Phi_x=\partial\Phi/\partial x$。$\Phi$可用定常、非定常一次和二次扰动速度位之和表示为[3]

$$\Phi=\varphi_0(x,y,z)+\varphi_1(x,y,z)+\theta_0 e^{i(\omega t-\bar{\omega}x)}[\psi_0(x,y,z)+\psi_1(x,y,z)] \tag{2.2}$$

将（2.1）式展开，略去高阶小量，可得二次理论的压力系数公式为

$$\begin{aligned}C_p|_{z=0}=&-2\theta_0 e^{i(\omega t-\bar{\omega}x)}(\psi^*_{0x}+i\bar{K}\psi^*_0-i\bar{\omega}\psi^*_0)\\&-2\theta_0 e^{i(\omega t-\bar{K}x)}[\psi_{1x}+(1-Ma^2_\infty)\varphi_{0x}\psi_{0x}-i\bar{K}\varphi_{0x}\psi_0\\&+\varphi_{y0}\psi_{0y}+\varphi_{0z}\psi_{0z}+\psi_{0xz}(h+\alpha_0 x)-e^{i\bar{K}x}(x-b)\varphi_{0zz}]\end{aligned} \tag{2.3}$$

式中$i=\sqrt{-1}$；$\bar{K}=\omega/V_\infty$；$\bar{\omega}=\bar{K}Ma^2_\infty/(Ma^2_\infty-1)$；$\omega$和$\theta_0$为简谐振动的角频率和角幅值；$h$、$b$为零攻角时定常物面高度和振动中心的$x$坐标。$\varphi_0$、$\psi_0$、$\psi_1$为局部二维解，$\psi^*_0$是不作高马赫数近似的非定常三维线性解，以计及三维效应及提高低超音速情况下的计算精度。

计算动导数时，要将上、下表面的压力差$C_{pu}-C_{pl}$沿物面积分。如果翼面是上、下对称的，那么上、下面解的差别仅是α_0和θ_0变号。从（2.3）式可看出，在二次理论中，此时的$C_{pu}-C_{pl}$中不会包括$\theta_0\alpha_0$的效应。因此，要用二次理论的速度位给出攻角的非定常效应$\theta_0\alpha_0$，不能用公式（2.3），而要用压力系数的非线性公式（2.1）。首先将（2.1）式转变到$z=0$处取值，然后对θ求导，取极限$\theta_0\longrightarrow 0$，并略去高阶小量，则

$$\lim_{\theta_0\to 0}\frac{\partial}{\partial\theta}C_p|_{z=0}=[1-(\gamma-1)Ma^2_\infty\varphi_{0x}]^{\frac{1}{\gamma-1}}C^*_p \tag{2.4}$$

式中$\theta=\theta_0 e^{i\omega t}$；$C^*_p$的表示式与（2.3）式类似，即（2.3）式除以$\theta$，然后加上$-2e^{-i\bar{K}x^2}\times Ma^2_\infty\varphi_{0x}\psi_{0x}$。

在压缩面或膨胀面上非定常俯仰力矩系数为

$$\begin{aligned}\lim_{\theta_0\to 0}\frac{\partial C_m}{\partial\theta}&=\frac{1}{Sc_0}\iint_S(x-b)[1-(\gamma-1)Ma^2_\infty\varphi_{0x}]^{\frac{1}{\gamma-1}}C^*_p dxdy\\&=[C_{m\theta}+ikC_{m\dot{\theta}}]_{-\text{面}}\end{aligned} \tag{2.5}$$

式中$C_{m\dot{\theta}}$、$C_{m\theta}$分别表示俯仰阻尼导数和静导数；$\dot{\theta}=(d\theta/dt)\cdot(c_0/V_\infty)=ik\theta_0 e^{i\omega t}$，$k=\omega c_0/V_\infty$为折合频率；$c_0$为翼根弦长；$S$为机翼面积。对低频处理，$\psi^*_0$用频率级数展开法，精确计算到$k^3$项。在这里"一面"是指机翼的压缩面或膨胀面，总的稳定性导数为上、下面的代数和。在机翼上、下面上α_0要变号。在具体算例中，所考虑的机翼剖面是仿射相似的，其物面方程为

$$h(x,y)=f\cdot Z(\bar{x}/f)$$

双楔： $$Z(\bar{x}/f)=\varepsilon[c_0-|c_0-2\bar{x}/f|]/2$$

双弧： $$Z(\bar{x}/f)=2\varepsilon(\bar{x}/f)\cdot(1-\bar{x}/fc_0)$$

式中$\bar{x}=x-y\operatorname{tg}\chi_s$；$f=1-y\operatorname{tg}\chi_s/c_0$；$\chi_s$为机翼前缘后掠角；平板则对应于厚度比$\varepsilon=0$的情形。

三、参考来流参数法（方法 2）

基于等熵流的二次理论，完全没有考虑气流经过激波时熵的变化，因而在高马赫数，

较大攻角情况下，随着激波变强，二次理论的误差也随之增加。参考来流参数法正是为解决这一问题而提出的能够计算攻角非定常效应和厚度效应的一种方法。

当二维定常超音速气流 V_∞ 以攻角 α_0 流过平板时，波后沿物面的气流参数来代替三元薄翼绕流中未受扰动的自由流参数，然后用非定常二次理论将机翼上、下面分别计算之。参考来流参数可以用激波——膨胀波法完全确定，以下标 1 表示。应该指出在方法 2 中，平均攻角 α_0 并不直接出现，其影响则计入在参考来流参数中。压力系数公式为

$$C_p=\frac{p-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2}=\frac{p-p_1}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2}+\frac{p_1-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2} \tag{3.1}$$

等式右边第二项为定常压力，与稳定性导数 $C_{m\dot{\theta}}$、$C_{m\theta}$ 无关，故不考虑。

令

$$\overline{C}_p=\frac{p-p_1}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2}=\frac{\rho_1V_1^2}{\rho_\infty V_\infty^2}\cdot\frac{p-p_1}{\frac{1}{2}\rho_1V_1^2}=G(Ma_\infty,\ \alpha_0)C_p' \tag{3.2}$$

$$G(Ma_\infty,\ \alpha_0)=\rho_1V_1^2/\rho_\infty V_\infty^2 \tag{3.3}$$

式中 p、ρ 和 V 分别为压力、密度和速度。由 Ma_∞ 和 α_0，可求得压缩面和膨胀面的 G，C_p' 的形式与（2.3）式相同，只是以参考来流系数代替未扰气流参数即可。将 $\overline{C}_p$ 在机翼上积分，便得到非定常气动力及所求的稳定性导数。

四、结果与讨论

从图 1，2 中可看出，对于平板三角翼，本方法计算结果与文献〔4〕的理论结果在趋势和量级上都较好地吻合。

对于双楔剖面三角翼，本文两种方法的结果则表明，$Ma_\infty\alpha_0<1.3$ 时，两种方法的一致性较好。对于高马赫数情况，方法 2 更为可靠，然而在 $Ma_\infty<2.5$ 且 α_0 较大时，在

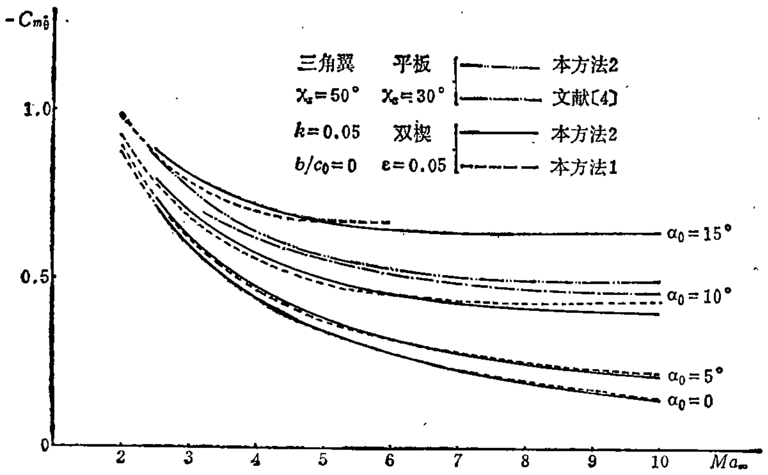

图 1　$C_{m\dot{\theta}}$ 随马赫数 Ma_∞ 的变化

Fig. 1　Variation of $C_{m\dot{\theta}}$ with Mach number Ma_∞

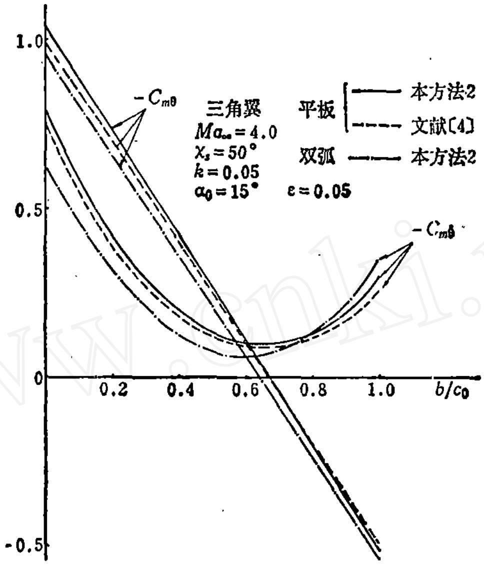

图 2　$C_{m\dot{\theta}}$、$C_{m\theta}$随振动中心b/c_0的变化

Fig. 2　Variation of $C_{m\dot{\theta}}$, $C_{m\theta}$ with center of oscillation b/c_0

压缩面上参考来流马赫数 Ma_1 较小，会出现接近音速前缘或亚音速前缘，此时方法 2 就失效，可用方法 1 计算。两种方法可互为补充，在马赫数 2～8，折合频率零至 1.0 的范围，较精确地估算厚度效应，尤其是攻角的非定常效应。

本方法是解析的和半解析的，使用方便、运算简捷，可将单独翼的非定常二次理论结果与细长体理论的干扰因子相结合，对机翼、机身、尾翼组合体进行非定常气动力计算。

在较低超音速如 $Ma_\infty=2$ 时，二次解的精度不高，但由于用了不作高马赫数近似的非定常三维线性解 ψ_0^*，因而总的计算精度能够得到保证，并对线性结果有所改进。

参 考 文 献

〔1〕 AGARD-CP-235, Dynamic stability parameters, Athens, Greece, (1978).

〔2〕 Van Dyke, M. D., Supersonic flow past oscillating airfoils including nonlinear thickness effects, NACA Rep. 1183(1954).

〔3〕 钱福星等，超音速、高超音速三元薄翼非定常二次理论的准确度及其适用范围，航空学报，2, 1(1981)，1～9页。

〔4〕 Hui, W. H. et al., Oscillating supersonic/hypersonic wing at high incidence, AIAA. J., 20, 3 (1982), pp. 299～304.

A SECOND-ORDER THEORY FOR THREE-DIMENSIONAL UNSTEADY FLOWS AND ITS APPLICATION TO THIN WINGS WITH ANGLE OF ATTACK AT SUPERSONIC AND HYPERSONIC SPEEDS

He Longde, Han Yanliang, Qian Fuxing

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

Abstract

According to the assumption of high Mach numbers the secondorder equation for unsteady flow reduces to a form analogous to that for steady flow. As an approximation, a particular solution is derived from the assumption of local two-dimensionality instead of the approximate three-dimensional particular solution.

In treatment of the unsteady problem for delta wings with low aspect ratio and supersonic leading edges, the non-linear pressure relation and the modified reference flow parameters are adopted to take the effect of mean angles of attack into account. Analytical expressions are obtained for the first order expansion of the unsteady velocity potential. They conduce to simplifying the calculation of stability derivatives to a great extent.

Stability derivatives for flat plate, double-wedge or biconvex delta wings oscillating at low frequencies are given respectively. Since the corresponding experimental data are unavailable, the obtained results are merely compared with those of Hui's flat plate[4], and both results are in good agreement.