

# 跨音速下圆球脱体激波

郑之初

(中国科学院力学研究所)

## 1. 引言

当前,厚体跨音速绕流研究的主要方向在  $M_\infty \approx 1$  附近。在  $0.95 < M_\infty < 1.05$  范围内,特别是在  $M_\infty \approx 1$  处,理论计算、经验公式和跨音速风洞实验结果给出的圆球脱体激波差别很大,甚至确定激波形状的某些变量随  $M_\infty$  数变化的趋势都不一致。

文[1]计算指出:在  $M_\infty \approx 1$  附近,脱体激波随  $M_\infty$  数的变化比物体表面压力分布的变化更灵敏,因此在跨音速范围内,用圆球脱体激波形状来进行流场马赫数校测比压力标模更精确。

根据文[2]的方法,只要知道在  $M_\infty \approx 1$  附近脱体激波随  $M_\infty$  数变化的规律,就可以在小型弹道靶上,用通常的测速精度求得  $M_\infty \approx 1$  附近的圆球阻力系数,然后,通过它与一般风洞结果和自由飞或磁悬挂模型的风洞结果的比较,可以研究洞壁和支撑对圆球气动系数影响<sup>[3]</sup>。

综上所述,给出在跨音速范围内,尤其在  $M_\infty \approx 1$  附近比较真实地反映圆球脱体激波形状的简单公式,是十分有意义的。

由于弹道靶实验没有支撑干扰,与现代跨音速风洞相比,其结果与飞行结果比较一致<sup>[4]</sup>,本文以弹道靶实验为基础,通过分析影响激波形状的各个变量,如脱体距离  $\delta$ 、激波斜率  $\tan \beta$  和激波上音速点位置  $\theta^*$  等随  $M_\infty$  数变化的规律,并与目前所能收集到的各种结果进行比较,给出在  $1 < M_\infty < 4$  范围内位于二音速线之间,比较符合实际流动的圆球脱体激波形状的简单公式。

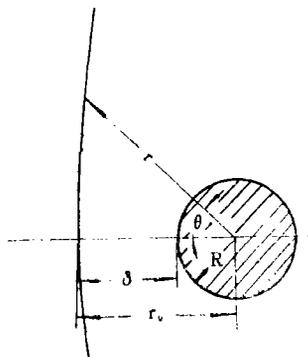


图1 圆球脱体激波极坐标关系

## 2. 脱体激波公式

圆球是一个轴对称体。研究圆球脱体激波形状只须考虑子午面(见图1)。我们知道:当  $M_\infty \rightarrow \infty$  时,驻点正前方部分的脱体激波是很靠近物体的圆弧段;而当  $M_\infty \rightarrow 1$  时,脱体激波是无限远离物体的一条直线;在  $1 < M_\infty < \infty$  范围内,圆球脱体激波应该随  $M_\infty$  数按一定的规律,单值地由直线变成圆弧。我们假定用曲率中心位于球心的一组圆锥曲线来表示激波形状,其极坐标的表达式为:

本文于1983年收到,1984年2月29日收到修改稿。

$$\frac{r}{R} = \frac{P}{1 + \varepsilon \cos \theta}$$

当  $\theta = 0^\circ$  时,

$$\frac{r_0}{R} = \frac{P}{1 + \varepsilon}$$

代入上式得:

$$\frac{r}{R} = \frac{r_0}{R} \left( \frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon \cos \theta} \right) \quad (1)$$

或

$$\frac{r}{r_0} = \frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon \cos \theta} \quad (2)$$

微分公式(1)可以得到激波倾角  $\beta$  与相应极坐标角  $\theta$  的关系:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\varepsilon + \cos \theta}{\sin \theta} \quad (3)$$

用斜激波关系式求波后  $M_{\text{后}} = 1$  的点, 得到激波上音速点极坐标角  $\theta^*$  与  $\varepsilon$  的关系式:

$$\sin \theta^* = \varepsilon \cos \beta^* \left\{ \sin \beta^* + \sqrt{\sin^2 \beta^* - (1 - \frac{1}{\varepsilon^2})} \right\} \quad (4)$$

其中 
$$\sin \beta^* = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{4\gamma} \left\{ \left[ 1 - \frac{(3 - \gamma)}{(\gamma + 1)M_\infty^2} \right] \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{16}{[(\gamma + 1)M_\infty^2 - (3 - \gamma)]^2}} \right] \right\}}$$

从方程(1)、(3)、(4)中可以看到:  $r_0/R$  和  $\varepsilon$  都是只随来流马赫数  $M_\infty$  变化的变量, 它们的变化范围为:

当  $M_\infty \rightarrow \infty$  时, 
$$\frac{r}{R} = \frac{r_0}{R} = 1, \quad \varepsilon = 0$$

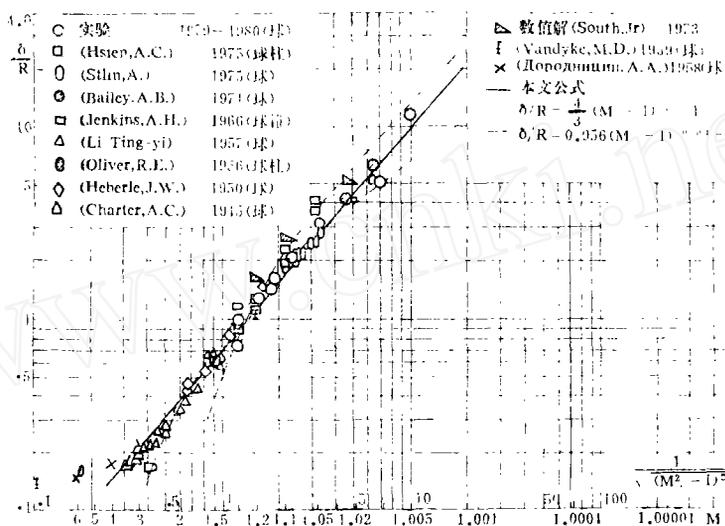
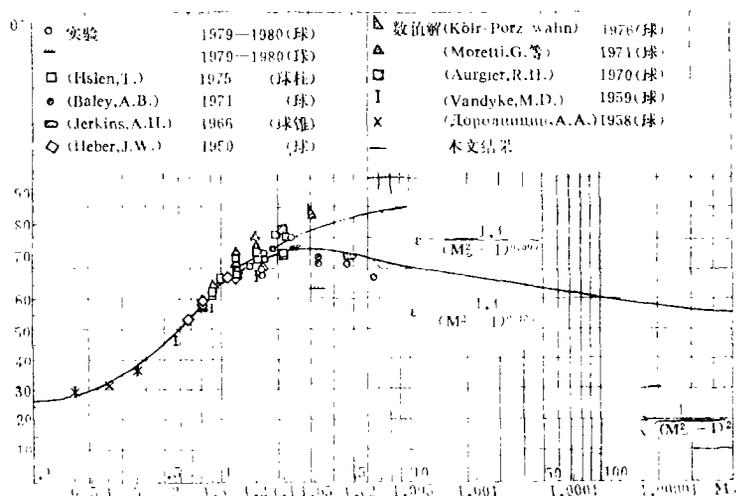
当  $M_\infty \rightarrow 1$  时, 
$$\frac{r}{R} = \frac{r_0}{R \cos \theta}, \quad \varepsilon \rightarrow \infty$$

### 3. 理论和实验结果分析

从分析现有关于  $\delta/R$  和  $\theta^*$  的数值计算、实验结果和一些经验公式出发, 选择  $\xi = 1/\sqrt{M_\infty^2 - 1}$  作自变量, 画出  $\delta/R$ 、 $\theta^*$  等变量随  $\xi$  变化的曲线, 分别示于图2和图3。从图中看到: 采用  $\xi$  作横坐标后, 在  $M_\infty \rightarrow 1$  时可以清楚地观察到目前各种结果所给的  $\delta/R$  和  $\theta^*$  随  $M_\infty$  数变化的趋势。以图2中  $\delta/R$  的结果为例, 它可以形象地比喻为“一个把、三个分叉”。“一个把”是指在  $M_\infty > 1.5$  后各种结果基本上重合在一起, 它形象地说明了超音速范围内理论和实验结果吻合得极好。“三个分叉”是指当  $M_\infty < 1.3$  后现有的数值计算、实验结果与经验公式有三种结果, 且三种结果的差别较大。

第一种结果是以[5]的风洞实验为代表, 其经验公式为:

$$\frac{r_0}{R} = \frac{4}{3} (M_\infty - 1)^{-\frac{1}{3}} \quad (5)$$

图2 圆球激波脱体距离随  $M_\infty$  数变化图3 激波上音速点位置随  $M_\infty$  数变化

它在  $M_\infty > 1.2^{[8]}$  时与一些数值计算的结果吻合较好，在  $M_\infty = 1.05$  时仅与个别结果一致。

第二种结果是以[1]、[7]的风洞结果为代表，也有简单经验公式：

$$\frac{r_0}{R} = 0.956(M_\infty - 1)^{-0.501} \quad (6)$$

在  $M_\infty = 1.05 \sim 1.42$  范围内，上述结果与[1] [7] [8] [9]等人的数值计算结果比较接近。

第三种是以[10] [4]的弹道靶结果与[5]的风洞结果为代表的，它在  $M_\infty > 1.05$  时

与第一种结果很接近,在  $M_\infty < 1.05$  时,介于第一种结果与第二种结果之间。根据弹道靶设备在流场显示方面比较符合真实流动情况的特点,我们认为,第三种结果反映了  $\delta/R$  随  $M_\infty$  变化的正确趋势。而造成三种结果的原因是:在  $M_\infty \cong 1$  附近,数值计算和风洞实验都很难提高结果的精度,在采取了各种措施得到一个结果后,作者只注意寻求吻合自身结果的工作来证明自己结果的正确,没有采用在同一马赫数下反映流场的各种变量值的综合比较。

在第三种结果的基础上,我们选择:

$$\varepsilon = \frac{1.4}{(M_\infty^2 - 1)^{1.7455}} \quad (7)$$

$$\frac{\delta}{R} = 0.46\varepsilon^{1.18} \quad (8)$$

用公式(1)、(2)、(7)、(8)算得  $\delta/R$ 、 $\theta^*$ 、 $r/r_0$  和  $r/R$ ,综合考察它们与数值计算,实验结果比较的情况,从而检验公式结果是否符合真实流动情况。

#### 4. 结果讨论

图(2)、(3)、(4)、(5)、(6)分别给出了  $\delta/R$ 、 $\theta^*$ 、 $r/r_0$ 、 $r/R$  等变量随  $M_\infty$  数变化关系,由图(2)可见:公式(7)、(8)计算的  $\delta/R$  在  $1 < M_\infty < 4$  范围内与第三种结果吻合得极好,与目前各种方法比较,在  $M_\infty \cong 1$  附近,本文结果比较真实地反映了脱体激波距离随  $M_\infty$  数变化规律。

由图(3)可见:公式(7)、(4)算得的  $\theta^*$  在  $1 < M_\infty < 4$  范围内亦与第三种结果吻合得极好。它还指出了一些重要现象,首先,在  $M_\infty \cong 1$  附近  $\theta^*$  是一个很灵敏的值,  $\varepsilon$  微小的差别就能大大地影响计算结果,例如选用式(7)和下列的  $\varepsilon$  表达式:

$$\varepsilon = \frac{1.4}{(M_\infty^2 - 1)^{1.505}} \quad (9)$$

进行比较,从图(3)可见,(7)、(8)两式的  $\varepsilon$  求得的  $\theta^*$ ,在  $M_\infty > 1.2$  时几乎完全相同。而在  $M_\infty < 1.05$  后就有很大的区别,(7)式的  $\varepsilon$  得到第三种  $\theta^*$  结果,而(9)式的  $\varepsilon$  在  $M_\infty = 1.01$  时  $\theta^*$  无解。这个现象可以解释在超音速下比较好的数值计算方法,为什么一到跨音速时会得到较大差别的结果,特别在  $M_\infty < 1.05$  时往往会产生算不下去的现象,其原因就是激波形状随  $M_\infty$  数变化的规律不准。

其次,本文公式得到的  $\theta^*$ ,在  $M_\infty \rightarrow 1$  时是逐渐减小的,在  $M_\infty = 1.000001$  时  $\theta^* \cong 54^\circ$ ,它与[11]的流线摄动法在  $M = 1$  处圆球绕流的音速线趋向一致。从  $M_\infty \rightarrow 1$  时  $\delta/R \rightarrow \infty$  和  $\theta^* < 90^\circ$  可以解释音速线的走向。当  $M_\infty \rightarrow 1$  时,圆球脱体激波趋于正激波,波后的流场是亚音速的,当激波伸向远处时,它退化为马赫波,故远处波后的流动又是超音速的,因此在激波上必定存在一个音速点,也就是  $M_\infty \rightarrow 1$  时必然存在一个  $\theta^* < 90^\circ$  的值,加上  $M_\infty \rightarrow 1$  时激波无限远离物体,因而  $M_\infty \rightarrow 1$  时激波上的音速点位于物体的前方。

图(4)给出由公式(2)、(7)算得的  $r/r_0$ ,与实验及数值计算的结果吻合得极好。应当

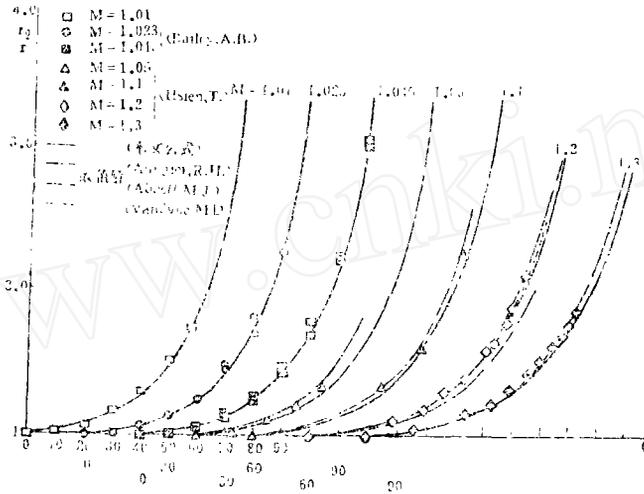


图4  $r/r_0$  随  $\theta$  变化的结果比较

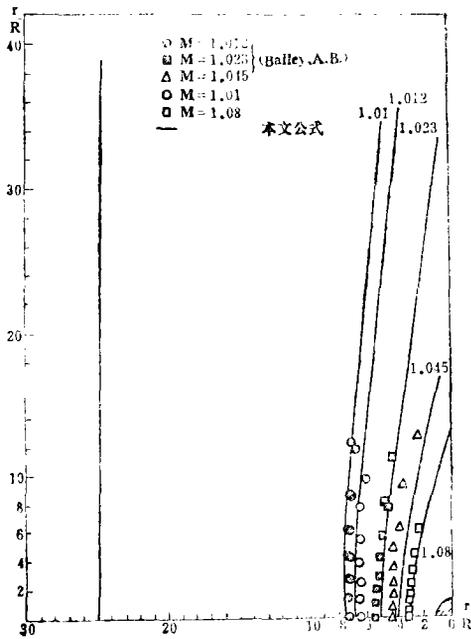


图5 跨音速下圆球脱体激波形状

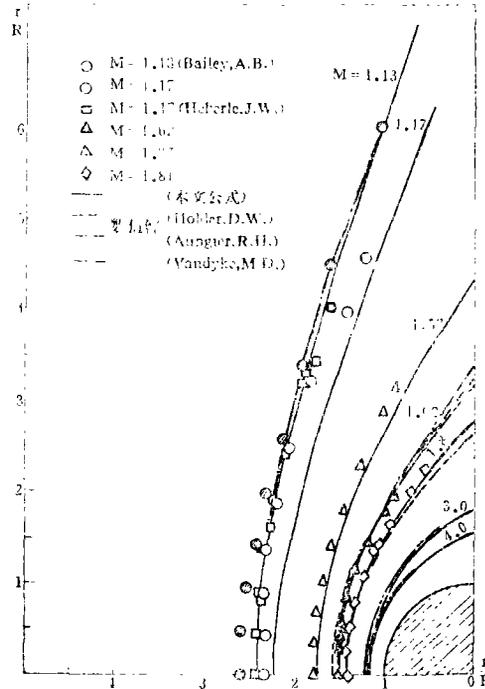


图6 圆球脱体激波形状随 $M_\infty$ 数变化

指出  $r/R$  值综合反映了  $r_0/R$  和  $\epsilon$  的结果,图(5)和图(6)给出了在  $1 < M_\infty < 4$  范围内,  $r/R$  随  $M_\infty$  数变化的结果,由图可见:它与数值解和实验结果也吻合得极好。

综上所述,本文所给公式在  $1 < M_\infty < 4$  范围内,尤其在  $M_\infty \cong 1$  附近,比较真实地反映了脱体激波随  $M_\infty$  数的变化规律,结果可用于跨音速风洞的洞壁干扰和试验段流场

检验,也能为研究数值计算和解析方法提供比较结果。对球柱和半锥角 $\alpha < 8^\circ$ 的球锥,计算在二音速线之间的脱体激波形状与实验结果比较,吻合较好。

作者对林同骥教授的指导表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] Hsien, T., AD-A018157, (1975).
- [2] 郑之初,汪锡琦,韩忠,力学学报,16,2 (1981).
- [3] Bailey, A. B., & Miller, D. E., AIAA J. Vol. 19, No. 2, 215 (1981).
- [4] Bailey, A. B., & Keck, K. E., AD-721208, (1971).
- [5] Heberle, J. W., NACA TN 2069, (1950).
- [6] Vandyke, M. D., NASA TR R-1, (1959).
- [7] James, D. J., AD-A014005.
- [8] Aungiek, R. H., AFWL-TR-70-1b, (1970).
- [9] South, J. Jr., Proc. of AIAA Compt Fluid-Dyn Conf.
- [10] 郑之初,汪锡琦,王九瑞等,力学学报,13,6, (1981).
- [11] Lin, T. C. & Jia Zhenyus, proc. India Acad Sci (Eng. Sci) Vol. 4, pt.3 (1981).

## ON DETACHED SHOCK WAVE OF SPHERE MOVING WITH TRANSONIC VELOCITIES

Zheng Zhichu

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

### Abstract

In recent years, there has been an increased interest in the shock shapes about blunt bodies at  $M_\infty \cong 1$ . The experimental data which were obtained by testing the sphere in ballistic range facility have been analyzed and a single expression for the shock wave profiles of sphere is presented in this paper. The polar form of this equation is  $\frac{r}{R} = \left(1 + \frac{\delta}{R}\right) \left(\frac{1 + \epsilon}{1 + \epsilon \cos \theta}\right)$ , where dimensionless value of shock detachment distance  $\frac{\delta}{R}$  and variation  $\epsilon$  are function of uniform stream Mach number  $M_\infty$ . In the  $1 < M_\infty < 4$  range, especially at  $M_\infty \cong 1$ , dimensionless quantities  $\frac{\delta}{R}$ ,  $\theta^*$  and  $\frac{r}{R}$  which were calculated by equation given in this paper show excellent agreement with free flying data. Also, this equation can be extended to calculate the shock wave profiles of hemisphere-cylinder and spherically blunted cones (half angle  $\alpha < 8^\circ$ ). Furthermore, results in this paper can be extended to study the wall disturbance and test section flow field in transonic wind tunnel.