

跨声速圆球阻力和流场

郑之初 汪锡琦 韩忠
(中国科学院力学研究所)

提要 本文在跨声速范围内将阻力系数看作 $\Delta Ma = Ma_\infty - 1$ 的函数, 选择随马赫数变化很灵敏的脱体激波距离 δ/R 作为校核马赫数 Ma_∞ 的一个标准量, 通过大量实验, 在小型 1# 弹道靶上得到了 $0.8 \leq Ma_\infty < 1.3, 10^4 < Re \leq 10^6$ 范围内圆球阻力系数和脱体距离的简单表达式, 其结果与目前文献上得到的实验与数值解一致, 尤其在 $Ma_\infty = 1$ 附近, 变化趋势更为合理.

通过流场分析, 本文指出: 跨声速下分离点位置是一个影响流场和气动力的重要因素, 根据圆球上分离点位置的不同, 可将圆球跨声速流场分成三种不同的类型, 它为考虑跨声速有粘流动提供了物理图象. 最后, 本文指出: 用分离点位置的变化还能解释阻力系数随马赫数的变化.

一、引言

圆球是典型的轴对称体, 作为基础研究, 它的绕流具有代表性, 因此, 一直为人们所重视. 风洞技术的发展使人们得到了许多不同马赫数和雷诺数下圆球阻力的实验结果^[1-5]. 但是, 洞壁干扰、支撑效应和来流扰动的影响使实验结果的精度受到限制, 因此, 在 $Ma_\infty = 1$ 附近, 风洞中还没有得到圆球阻力系数.

与风洞相比, 用弹道靶测量圆球阻力, 除尺度效应外无支撑干扰, 洞壁效应小、气流扰动小; 近年来, 用靶场变密度技术和轻模型发射技术^[6,7] 已取得了大量的实验结果详见图

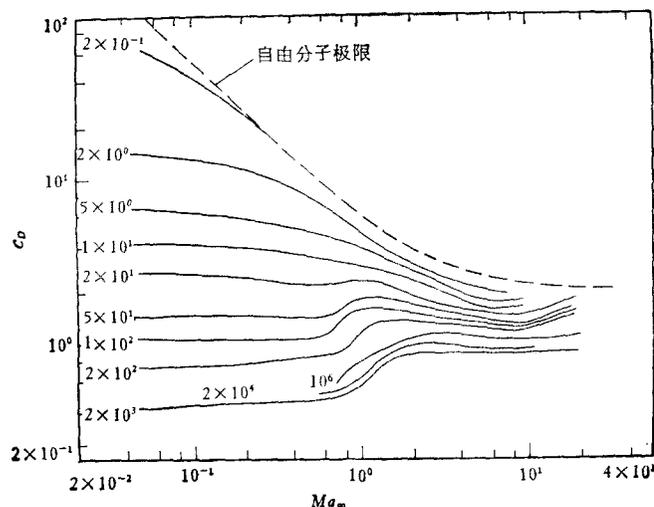


图1 测得的圆球阻力系数概貌^[8]

本文于1982年9月16日收到。

1^[8]。但是,在 $Re_\infty > 10^6$ 和 $Ma_\infty = 1$ 附近,由于测速精度要求太高及实验技术的困难,到 1976 年为止,实验结果只从 $Ma_\infty = 0.9$ 逼近到 $Ma_\infty = 0.955$,在低超声速段,从 $Ma_\infty = 1.10$ 逼近到 $Ma_\infty = 1.05$,参见图 2^[9]。

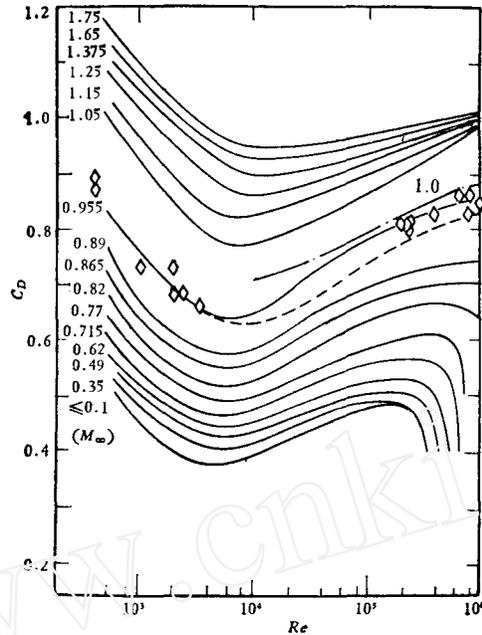


图 2 圆球阻力系数随 Ma 数和 Re 数变化^[9]

◇[9]实验结果, —[8]概括曲线, - -本文结果

在 $Ma_\infty = 1$ 附近,阻力系数随 Ma_∞ 数变化很大而且是非线性的,不少人试图用外插来得到 $Ma_\infty = 1$ 的阻力系数,但不同的实验,其结果差别很大,所以如何测定 $Ma_\infty = 1$ 附近圆球的阻力系数是人们关注的问题。

二、阻力系数

在弹道靶上,如果还用假定 C_D 为常数的方法来求 $Ma_\infty = 1$ 的阻力系数,如用实心圆球模型、30 米飞行距离、布置 10 个测速站来进行试验,为了保证测量阻力系数的精度,马赫数变化范围为 $0.994 < Ma_\infty < 1.004$,在环境压力为 1 大气压和 $Re = 10^6$ 条件下,它要求模型的直径为 100 毫米,测速精度小于千分之一,可见 C_D 为常数的方法要求设备大、测量精度高,给实验带来许多困难,所以直到 1976 年为止,在弹道靶上 $Ma = 1$ 附近阻力系数尚无满意的结果。

与通常的方法不同,我们把 C_D 看作变数,在 $Ma_\infty = 1$ 附近将 C_D 以 $\Delta Ma = Ma_\infty - 1$ 作小参数展开,即:

$$C_D = A_1 \left[C_{D_0} + \left(\frac{dC_D}{dMa} \right)_{Ma=1} \cdot \Delta Ma + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2C_D}{dMa^2} \right)_{Ma=1} \cdot \Delta Ma^2 \right] \quad (1)$$

令 $\alpha = \left(\frac{dC_D}{dMa} \right)_{Ma=1}$ 和 $\beta = -\frac{1}{2} \left(\frac{d^2C_D}{dMa^2} \right)_{Ma=1}$ 则

$$C_D = A_1 [C_{D_0} + \alpha \Delta M a - \beta \Delta M a^2] \quad (2)$$

这里 A_1 是估计雷诺数影响的系数, C_{D_0} 是 $M a_\infty = 1$ 处的阻力系数, α 是 $M a_\infty = 1$ 处阻力系数的斜率, 将(2)式代入下述运动方程

$$m \frac{dv}{dt} = - \frac{1}{2} C_D \rho_\infty v_\infty^2 A$$

并对 x 和 t 积分, 得到速度衰减的二个关系式:

$$f(M a_1) = f(M a_2) e^{\xi \cdot \eta \cdot \Delta x} \quad (3)$$

$$G(M a_1) = G(M a_2) + \frac{1}{2} \eta a_\infty \Delta t [1 + \zeta \bar{M} a_2] \quad (4)$$

其中

$$f(M a) = \left(\frac{M a - \varphi}{M a - \psi} \right) \left[(\alpha + 2\beta) \frac{1}{M a} - (\alpha + \beta - C_{D_0}) \frac{1}{M a^2} - \beta \right]^\xi \quad (5)$$

$$G(M a) = \frac{1}{M a} + \frac{\beta}{\alpha + 2\beta} \ln \left[(\alpha + 2\beta) \frac{1}{M a} - (\alpha + \beta - C_{D_0}) \frac{1}{M a^2} - \beta \right] \quad (6)$$

$$\xi = \sqrt{\alpha^2 + 4\beta C_{D_0}} / \alpha + 2\beta \quad (7)$$

$$\eta = \frac{A \rho_\infty s}{m} (\alpha + \beta - C_{D_0}) \quad (8)$$

$$\zeta = \frac{2\beta}{\alpha + 2\beta} - \frac{\alpha + 2\beta}{\alpha + \beta - C_{D_0}} \quad (9)$$

$$\varphi = \frac{\alpha + 2\beta}{2\beta} (1 - \xi) \quad (10)$$

$$\psi = \frac{\alpha + 2\beta}{2\beta} (1 + \xi) \quad (11)$$

在(3)(4)式中, $M a_1$ 为前一个测速站的模型飞行马赫数, $M a_2$ 为后一个测速站的模型飞行马赫数; a_∞ 为靶场环境温度下的声速; $\bar{M} a = \frac{\bar{v}}{a_\infty}$ 而 \bar{v} 为二站之间模型飞行的平均速度。

如果 C_{D_0} 、 α 、 β 已知, 由(3)–(11)式可算得 $f(M a)$ 、 $G(M a)$ 、 ξ 、 η 、 ζ 、 φ 、 ψ 的值, 然后用方程(3)得到各对应位置的飞行马赫数。另外, 通过实验测定时间间隔 Δt 和 $\bar{M} a$, 由方程(4)也可得到对应位置的飞行马赫数, 如果实验测量无误差, 选择的 C_{D_0} 、 α 、 β 也是正确的, 那末对应位置的二个马赫数应当完全吻合。这种把 C_D 看作变数的测量方法, 在跨声速范围内进行实验时可加大速度衰减, 用较小的设备较低的测速精度得到满意的结果, 这就是本文方法的特点。

然而, 在本方法中 C_D 由 C_{D_0} 、 α 、 β 三个量来决定, 只有采用选择 C_{D_0} 和 α 合理的初值, 然后用实验结果来修正 C_{D_0} 、 α 并确定 β , 才能减少数据处理的困难并节省实验次数, 因此选择合适的初值是很关键的。

文献[3]指出: 在超声速下圆球阻力系数可以分成前体阻力 C_{D_F} 、后体阻力 C_{D_B} 和摩擦阻力 C_{D_f} 三部分, 即:

$$C_D = C_{D_F} + C_{D_B} + C_{D_f}$$

实验指出, C_{Df} 占总阻力 C_D 的 5% 以下, 所以 C_D 主要由 C_{Df} 和 C_{DB} 二部分组成. 从实验观察知道, 当 $Ma_\infty = 1$ 时, 流动在 $\theta = 90^\circ$ 处发生分离, 我们假定: 圆球后体部份的压力不变并等于分离点的压力, 用文献[10]提出的流线摄动法求得 $Ma_\infty = 1$ 的圆球前体压力分布的表达式为:

$$P/P^* = \left[\frac{1}{2}(\gamma + 1) - \frac{9}{8}(\gamma - 1)\sin^2\theta \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (12)$$

后体压力为:

$$P_B/P^* = \left[\frac{1}{8}(13 - 5\gamma) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (13)$$

积分后得到 $Ma_\infty = 1$ 处圆球阻力系数

$$C_{D_0} = \frac{16}{9\gamma(2\gamma - 1)} \left\{ \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{2\gamma-1}{\gamma-1}} - \frac{1}{8}(13\gamma + 4) \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{8}(13 - 5\gamma) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right\} \quad (14)$$

当 $\gamma = 1.4$ 时, $C_{D_0} = 0.881$, 我们以此 C_{D_0} 和相应的 α 值作初始数据, 实验结果表明, 此法给出的 $Ma_\infty = 1$ 处圆球阻力系数较为准确.

解决了合理选择初值问题后, 还存在我们设备测速精度不够高的问题. 因此需要找一个灵敏判别 Ma 数变化的变量作校验标准. 在跨声速下激波脱体距离 δ 是一个理想的量, 尤其在 $Ma_\infty \geq 1$ 附近, 往往 Ma_∞ 数千分之一的变化在 δ 上就有明显的变化, 因此可采用飞行轨道上各个位置的 δ 来校正实验测得的 Ma 数.

解决了上面二个問題之后, 在大量实验的基础上, 通过阻力系数、 Ma 数和激波脱体距离相互之间反复校准, 逐步逼近其准确值, 最终确定了 C_{D_0} 、 α 、 β 值与 δ/R 随 Ma 数的变化关系. 在 $0.8 \leq Ma_\infty < 1.3$ 和 $10^4 < Re < 10^6$ 范围内, 我们得到阻力系数的表示式为

$$C_D = 1.30 \left(\frac{Re_\infty}{Re^*} \right)^{\frac{1}{20}} [0.815 + 0.7(Ma - 1.0) - 0.9(Ma - 1.0)^2] \quad (15)$$

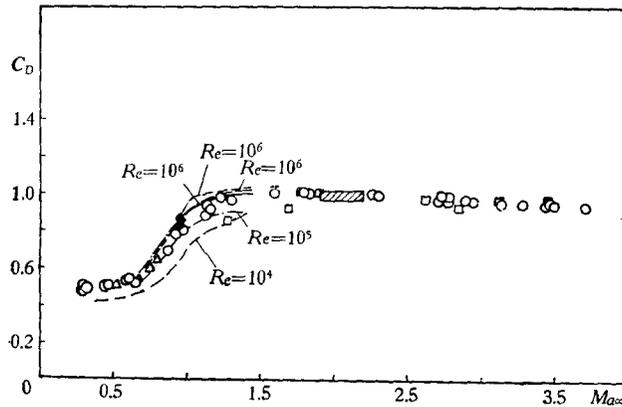


图 3 跨声速圆球阻力系数结果比较

○ 文献[6], □ 文献[10], ◆ 文献[9], △ 文献[1], — 文献[8], ▨ Hodges [略], - - 文献[9], - · - 本文结果

其中 $Re^* = 4 \times 10^7$. 由图 3 可见, 在上述范围内公式与目前能得到的实验结果吻合较好. 同时也得到上述范围内无量纲脱体激波随来流马赫数变化的简单公式如下:

$$\delta/R = \left\{ A' \left[1 + \sqrt{1 + \frac{(\gamma+1)}{(\gamma-3)} \frac{1}{A'} - \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma-3)} \frac{1}{A'^2}} \right] \right\}^{1/2} - 1 \quad (16)$$

其中:

$$A' = \left[1 - \frac{(\gamma-3)}{2(Ma_\infty^2 - 1)} \right],$$

得出该式的过程将另文发表. 由图 4 可见, 其结果与收集的实验结果和一些数值解相当一致.

综上所述, 采用本文的方法可以用较小的设备, 1% 的测速精度, 在

$$0.8 \leq Ma_\infty < 1.3 \text{ 和 } 10^4 < Re < 10^6$$

范围内, 得到比较符合真实流动的结果, 其它的 Re 数范围, 有待进一步的实验结果来验证.

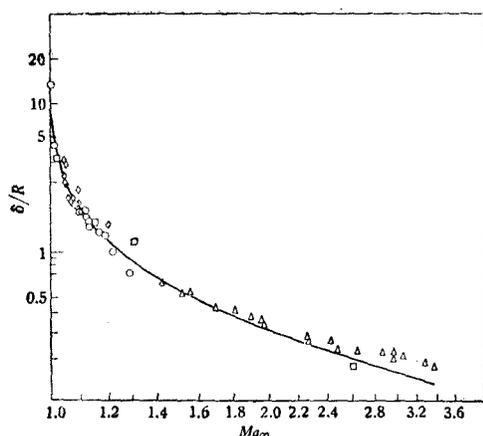


图 4 圆球脱体激波距离随 Ma 变化

○ 本文实验, — 本文公式, □ Billy & (路), △ 文献[11], ◇ 文献[12], ▽ 文献[6]

三、圆球流场特征

用上述实验方法在 $Ma_\infty = 0.7-1.4$, $Re = 10^5-10^6$ 范围内, 在自然转换的情况下得到了许多圆球流场的照片, 详见图版 I 照片 1 及照片 2. 通过仪器判读本文和国外发表的结果^[11-13], 可以发现: 按圆球表面上分离点位置的不同, 可以把跨声速绕流分成三种类型: (1) $Ma_{k_p} < Ma_\infty < 0.97$, (2) $0.97 < Ma_\infty < 1.03$ (3) $Ma_\infty > 1.05$.

类型(I)的流动特征是物面分离点位置在圆球的前半部(即 $\theta < 90^\circ$), 分离后分离边界沿对称轴慢慢向外扩张, 尾迹直径始终大于圆球直径, 详见图版 I 照片 3(a). 当 $Ma_\infty > Ma_{k_p}$ 后, 在物面和分离界面处产生激波, 由于激波与扩张的尾迹之间的相互作用, 沿尾迹边界产生一系列上、下不对称的激波, 也就是“猫须波”. 随着来流马赫数的增大, 圆球附近超声速区逐渐增大, “猫须波”在垂直物体对称轴的方向不断向外伸展. 这是与超声速中圆球的底部绕流与尾迹增长完全不同的流动模型.

在类型(II)中, 随着 $Ma_\infty \rightarrow 1$ 分离点位置逐渐转到 $\theta = 90^\circ$ 处并保持不变, 在分离点处有一弱的斜激波, 分离边界先扩张然后再慢慢收缩, 在离球底约二倍直径处形成颈部, 颈部直径与圆球直径相仿, 颈部处有一尾激波, 流动图象如图版 I 照片 3(b) 所示. 当 $Ma_\infty > 1$ 时, 除了在圆球前方有脱体激波外, 波后流动图象基本不变, 而且在垂直圆球对称轴方向的几倍直径内, 脱体激波基本上为正激波, 波后流场可视为与 $Ma'_\infty = \frac{1}{Ma_\infty}$ 对应的绕流流场相同, 这一流动模型联系了 $Ma_\infty = 1$ 附近 $Ma_\infty > 1$ 和 $Ma_\infty < 1$ 的流动.

随着 Ma_∞ 增加头部脱体激波变弯, 绕流流场成为类型(III), 此时分离点移向后半球 ($\theta > 90^\circ$), θ 随马赫数增大而增大, 脱体激波变弯, 分离边界呈收缩形, 底部区域的长度

变短, 颈部直径变小, 流动从跨声速向典型的超声速流动过渡, 只是脱体激波斜率稍大而已, 绕流图象如图版 I 照片 3(c)。

从上述三种流动类型可以解释图 3 中阻力系数随马赫数的变化。上面提到理想流体下的圆球阻力 $C_D = C_{D_F} + C_{D_B}$, 在跨声速下后体阻力 C_{D_B} 占总阻力的绝大部分, 后体压力等于分离点处压力, 后体压力的有效作用面积也和分离点位置有关, 所以分离点位置自然就影响到阻力系数大小。

在 (I) 类流动时, 随着 Ma_∞ 的增大 C_{D_F} 逐渐增大, 分离点由 $\theta < 90^\circ$ 逐渐向 $\theta = 90^\circ$ 慢慢移动, 后体压力不断下降, 后体阻力有效作用面积不断增大, 于是阻力系数逐渐增大。在 (II) 类流动时, 当 $Ma_\infty > 1$ 时圆球前方产生脱体激波 C_{D_F} 不断增大, 后体阻力由于分离点位置不变 $\theta = 90^\circ$, 后体压力的有效作用面积最大, 所以阻力系数随 Ma_∞ 增加继续增加, 由此可见, 阻力系数在 $Ma_\infty = 1$ 处不会发生突变, 也不存在最大值。在 (III) 类流动时, 随着 Ma_∞ 增加 C_{D_F} 也增加, 与此同时, 因分离点后移 ($\theta > 90^\circ$) 后体阻力的有效作用面积减小, 加上

$$P_\infty / \frac{1}{2} \rho_\infty v_\infty^2 = \frac{2}{\gamma Ma_\infty^2}$$

项也随 Ma_∞ 的增加而减小, 所以后体阻力大大减小, 二种相反因素作用的结果使阻力系数从随 Ma_∞ 增加而增加逐渐变到随 Ma_∞ 增加而减小, 因而在 (III) 类流动时阻力系数出现最大值。圆球的结果可以推广用于其它物体, 即分离点位置可以直接影响后体阻力。由以上分析可知, 推迟分离可以使跨声速下阻力系数减小。因此, 各种典型外形的分离点位置的正确确定对飞行器设计有重要的现实意义。

四、结 论

本文提出了跨声速下测量圆球阻力系数的改进方法, 采用此法能降低实验条件和测量精度的要求, 简便易行。文中给出了 $0.8 < Ma_\infty < 1.3$, $Re = 10^4 - 10^6$ 范围内自由转换条件下圆球阻力系数和激波脱体距离随马赫数变化的关系, 公式简单与实验结果及数值解结果相比吻合较好, 在 $1.0 < Ma_\infty < 1.05$ 范围内, 脱体激波距离随 Ma_∞ 数变化较合理。

根据圆球绕流分离点位置不同, 本文指出: 跨声速流动可分成有不同流场特征的三种类型, 这一分析为进一步考虑跨声速下有粘流动提供物理图象。用分离点位置的变化, 可以解释阻力系数随 Ma_∞ 变化的关系以及 $C_{D_{max}}$ 对应的 Ma_∞ 值, 此外, 用分离点对后体阻力的影响, 在跨声速范围内可以比较各种外形物体阻力系数的大小。

作者对林同骥教授有益的讨论及葛学真、曾建国、张正信、贾玉芳、王九瑞、李秉录、张振松等同志参加了实验谨表谢意。

参 考 文 献

- [1] Naumann, A. Jahrbuch 1954 Der Wissenschaftlichen Gesellschaft für Luftfahrt E. V. (WGL) Herausgegeben Von Hermann Blenk, Friedr Vieweg & Sohn Braunschweig.
- [2] Hoerner, S. F., Published by the author, Midland park, N. J. (1958).

- [3] Clark, E. L., *AIAA J.*, **7**, 7(1969), July.
- [4] Jerrell, L. L., NASA TND-5600. Jan. (1970).
- [5] Kane, E. D., *J. A. S.* **18** 4 (1951).
- [6] Charters, A. & Thomas, R., *J. A. S.* **12**, 4(1945).
- [7] Bailey, A. B. & Koch, K. E., AD-632925, 1966, May.
- [8] Bailey, A. B. & Hiatt, J., *AIAA J.* **10**, 11 (1972).
- [9] Bailey, A. B. & Stars, R. F., *AIAA J.* **14**, 11 (1976).
- [10] T. C. Lin & Jia Zhengxue, *Pro. Indian. Sci. (Egg Sci)* Vol. 4, Pt 3, Sept. 1981, pp. 315--345.
- [11] Li Ting-Yi & Geiger, R. E., *J. A. S.*, 1 (1957), 25.
- [12] Truying Hsien., AIAA paper 75-83.
- [13] 郑之初、汪锡琦、王九瑞等, *力学学报*, 6(1981).

SPHERE DRAGS AND FLOW FIELDS AT TRANSONIC SPEEDS

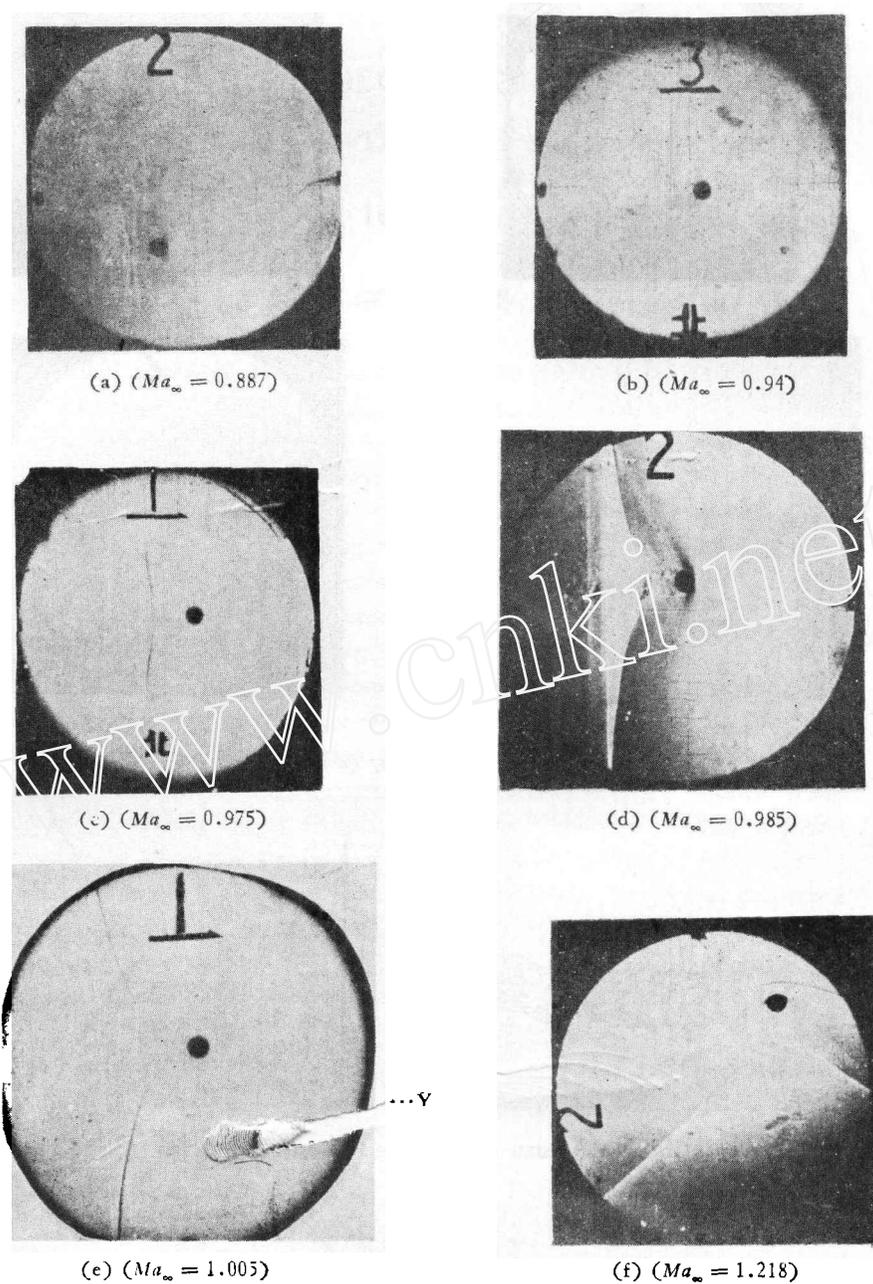
Zheng Zhichu, Wang Xiqi, Han Zhong

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

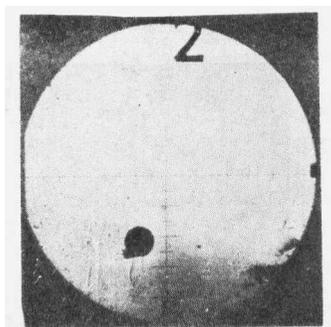
Abstract

In this paper drag coefficients are considered as a function of $\Delta Ma = Ma_\infty - 1$ at transonic speeds. The stand-off distance δ , which varies sensitively with Mach number, is selected as a standard values to check measured Mach number Ma_∞ . measurements of sphere velocity have been made with an uncertainty within $\pm 1\%$ in No. 1 ballistic range at institute of mechanics. Based on many tests, simple fomulas of sphere drag coefficient and stand-off distance is established in $0.8 \leq Ma_\infty < 1.3$ & $10^4 \leq Re < 10^6$ range. The values calculated from these formulas compared well with experimental and computational values from other references. Its variation trend with Mach number is more reasonable than others especially near $Ma_\infty = 1$.

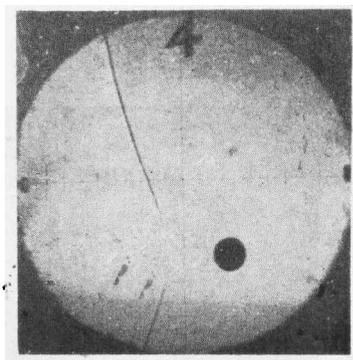
Based on flow field analysis, the position of separation point is a important factor at transonic speeds. It has strong effect on the flow field and aerodynamic forces. According to different positions of separation point on the sphere surface, there are three different spheric flow patterns at transonic speeds. This provides a very useful physical information to study viscous flow field around a sphere at transonic speeds. Finally it is explained that the variation of drag coefficient with Mach number is due to the variation of separation position.



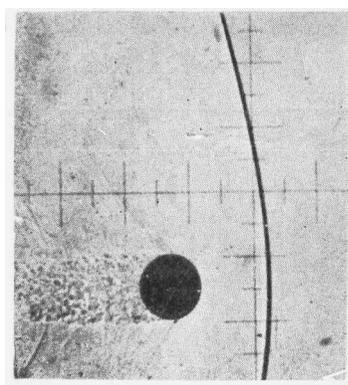
照片1 跨声速圆球流场照片 ($d = 6\text{mm}$)



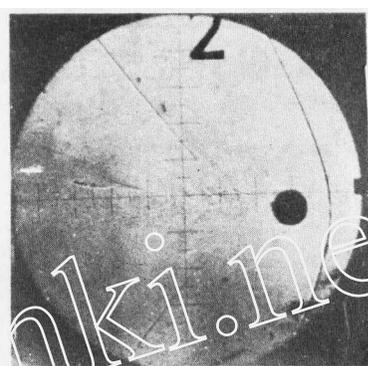
(a) ($Ma_\infty = 0.905$)



(b) ($Ma_\infty = 0.98$)

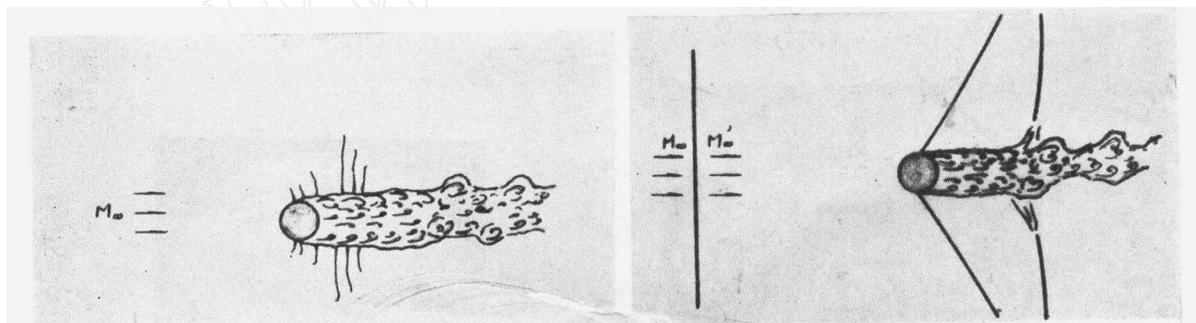


(c) ($Ma_\infty = 1.085$)



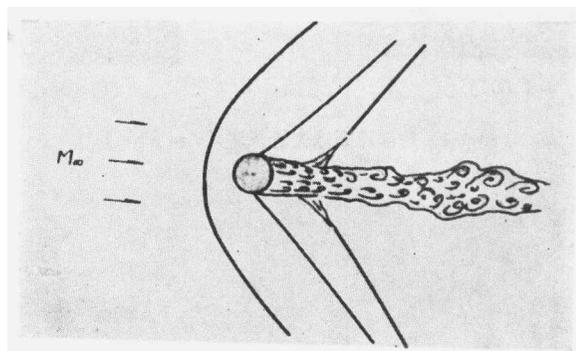
(d) ($Ma_\infty = 1.188$)

照片 2 跨声速圆球流场照片 ($d = 9.5\text{mm}$)



(a) $Ma_{k\rho} < Ma_\infty < 0.96$

(b) $0.97 < Ma_\infty < 1.03$



(c) $Ma_\infty > 1.05$

照片 3 典型绕流