

旋转是怎样使液体星分裂的

——重评“金斯-达尔文双星分裂理论”

徐硕昌 (中国科学院力学研究所)

宇宙万物都在旋转。人类赖以生存的地球就有自旋, 进动和公转。它一面自转、一面又和其他行星一起绕太阳公转。整个太阳系一面自转, 一面又随银河系在宇宙空间中旋转, 所有天体和天体系统都在旋转。天体的旋转是怎样开始的, 又怎样演化? 旋转到底在天体演化过程中起了什么作用?

从康德-拉普拉斯星云假说谈起

天体起源问题的科学探讨, 是从十八世纪中期才开始的。就是 1755 年德国哲学家康德和 1796 年法国科学家拉普拉斯各自提出太阳系的星云假说^[1, 2]。对此恩格斯给予过极高的评价^[3]。

按照康德-拉普拉斯星云假说, 巨大的、在引力作用下收缩的星云一开始就旋转着。由于角动量守恒, 随着星云团的收缩, 旋转速度逐渐变大, 星云团变成扁平盘状。在星云收缩过程中, 每当离心力和引力相等时, 就有部分物质留下来, 演化成绕中心旋转的环, 以后又陆续形成好几个环。星云的中心部分凝聚成太阳, 各个环凝聚成各个行星。

康德学说侧重于哲理, 而拉普拉斯学说则在力学描述上更具体些。两种星云说都认为引力和旋转是决定天体演化的两个要素, 天体由旋转分裂而成。

不可压旋转液体团天体模型

数学力学家和天文学家按照一种最简单理论模型来研究天体的分裂过程。他们把星云或天体看作由旋转的、自吸引、不可压液体团构成, 我们称为液体星。设想天体由星云团按无限缓慢变化的准稳态演化过程分裂而成。理论上就归结为研究旋转自吸引液体团的平衡图形和稳定性问题。

这个经典课题的研究历史可以追溯到牛顿关于地球形状的研究。从 1687 年牛顿发表地球形状理论开始, 发生了一场持续半个世纪的争论。地球到底是长球还是扁球的这场争论引出了哥伦布问题和天体形状理论的研究^[4]。1742 年, 马克劳林(Maclaurin)推广牛顿的结果, 发现回转椭球体是不可压液体团的平衡

图形, 称为马克劳林椭球体(Maclaurin ellipsoid)。1834 年雅可比(Jacobi)发现的三轴不等的椭球体也可以是不可压液体团的一种平衡图形, 称为雅可比椭球体(Jacobi's ellipsoid)。1842 年迈耶(Meyer)发现雅可比椭球体和马克劳林椭球体在扁率 $e=0.8127$ 处发生分叉。所有这些研究结果为研究液体团准稳态演化过程作了理论上的准备。

1885 年, 彭加勒(Poincaré)提出平衡图形的线性系列和分叉理论, 提供描述不可压液体团准稳态演化过程的理论基础(文[5] §170)。在角动量守恒情形下, 不可压液体团随角速度缓慢增加沿准稳态过程演化, 即认为液体团在过程中每一状态都处于整体旋转、密度均匀分布的平衡状态。和热力学理论类似, 这里所谓的准稳态过程是无限缓慢变化的准静态过程, 系统在过程中每个状态都是平衡态。彭加勒引入平衡图形的线性系列来描述这一准稳态演化过程。过程演化到一定阶段不再沿着单一方向进行, 而变为有几种可能的后续过程存在, 即发生所谓分叉现象。

在分叉后的几个过程中, 到底那一个过程是真实的呢? 这取决于过程是否稳定, 稳定的过程是现实中可能实现的真实过程, 不稳定过程就是不真实的过程。

对于旋转液体团准稳态演化过程研究起关键作用的是汤姆生-泰特(Thomson-Tait)稳定准则的提出^[6]。

1883 年, 汤姆生和泰特论述了旋转力学系统(包括液体星)具有长期稳定性(secular stability)和动力稳定性(dynamic stability)的重要差别, 并且断言旋转不可压液体团准稳态演化过程稳定与否必须按长期稳定性判定(即引力势和离心力势之和取极小)。在本世纪五十年代以前, 老一辈科学家都主张“长期稳定性是实用的稳定”, 是“天体演化学唯一感兴趣的稳定”。基于这一观点建立的“金斯-达尔文双星分裂理论”为天文界所普遍接受, 但近三十年被否定了。文[6]表明: 作为这个理论基础的汤姆生-泰特稳定准则并没有错, 并从理论、实验和工程实践三方面论证了这个准则的普适性。本文是《自然杂志》1983 年第 10 期作者文章的

续篇，我们在本文中重新肯定和评述“金斯-达尔文双星分裂理论”。

平衡图形的线性系列和分叉^[6]

我们通过一个简单物理问题，拉姆(Lamb)给出的实例，来阐明彭加勒平衡图形的线性系列和分叉理论。

1. 一个分叉的实例——绕铅垂轴旋转之球碗中的小球的运动

我们研究如图1所示情形，单位质量小球的运动平衡位置随角速度 Ω 的变化过程。设球碗中心为 O ，半径为 r ， θ 为矢径 OA 和铅垂线的夹角。

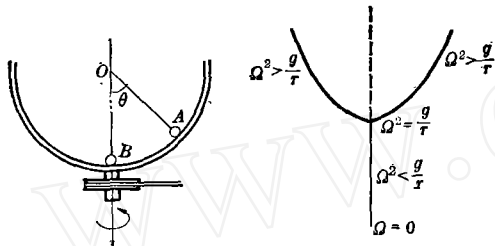


图 1

图 2

小球势能包括重力势和惯性离心力势两部分，可以写为

$$U = V - \frac{1}{2} \Omega^2 I = -gr \cos \theta - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta,$$

小球平衡位置按势能取极值决定，

$$\frac{dU}{d\theta} = gr \sin \theta - \Omega^2 r^2 \sin \theta \cos \theta = 0,$$

由此得到平衡位置为 $\theta=0$ ，或者当 $r\Omega^2 > g$ 为 $\theta = \cos^{-1}(g/r\Omega^2)$ 。

位置 $\theta=0$ 称为动力稳定平衡位置，如果小球和球碗之间无摩擦，旋转将对小球运动没有影响。

计算势能二次变化，得

$$\frac{d^2U}{d\theta^2} = gr \cos \theta - \Omega^2 r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta),$$

对于 $\theta=0$ ， $d^2U/d\theta^2 = gr - \Omega^2 r^2$ ，当 $r\Omega^2 < g$ 时，最低位置是长期稳定的；当 $r\Omega^2 > g$ 时，较上部位的平衡(A点)是长期稳定的，此时，最低位置却是长期不稳定的。

这样就得到如图2所示平衡位置随角速度变化的线性系列， $\Omega^2 = g/r$ 称为分叉点。

在文[5]§185中考虑摩擦存在情形用小扰动方法分析了小球平衡位置的稳定，证明了图2中实线部分对应于长期稳定情形。事实上，摩擦无论多小，总是存在，故此例中只有长期稳定的平衡位置是真实的，而虚线所对应的动力稳定情形，不论摩擦怎样小只要

存在就会使动力稳定的平衡位置不出现。老一辈科学家用这个事例来表明长期稳定性是真实的，动力稳定性是虚假的。

2. 平衡图形的线性系列

假设力学系统的平衡位置由广义坐标 q_1, q_2, \dots, q_n 所决定，其运动由广义速度 $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ 所决定。设系统势能 $V = V(q_1, q_2, \dots, q_n)$ ，其平衡位置由

$$\frac{\partial V}{\partial q_i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

决定。

当力学系统依赖某物理参量 μ (例如液体星的角速度 Ω_0)缓慢变化，则系统的势能 V 和广义坐标都依赖 μ 。

$$q_i = a_i(\mu). \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

当 μ 发生微小变化 $d\mu$ ，平衡解将成为

$$q_i = a_i(\mu + d\mu) = a_i + \frac{da_i}{d\mu} d\mu,$$

这样，原来的平衡图形随着 μ 变为 $\mu + d\mu$ 而变为邻近的新平衡图形。随着 μ 的缓慢变化，平衡图形 $q_i(\mu)$ 连续变化形成一个平衡图形的系列，彭加勒就称这个平衡图形的集合为“线性系列”。

如果系统由 n 个广义坐标描述，则平衡线性系列由 $n+1$ 维空间 (q_i, μ) 的一条曲线表示。

$$V = V(q_1, q_2, \dots, q_n, \mu) = \text{const.}$$

表示 $(n+1)$ 维空间 (q_i, μ) 的等势面族。

3. 分叉和稳定性的交换

平衡图形由势能取极值决定，下面依据 V 曲面的曲率变化来图示平衡图形代表点沿线性系列的变化。只要 V 曲面在同一方向保持曲率不变，则平衡点线性系列性质也不会变化。沿系列平衡图形代表点，稳定性发生变化处出现在 V 曲面曲率发生变化处，称这个位置为分叉点(C点)。V曲面可能变化有图3所示四种情形。图3是在 $q-\mu$ 平面上的结果，一般情形则表示空间超曲面的投影。

(a)在图3(a)上，沿系列 A_1C ， V 曲面向上凸，C

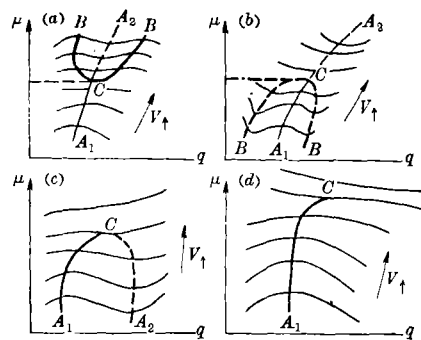


图 3

点发生分叉；沿 CA_2 , V 曲面向上凹；沿 CB , V 曲面仍然上凸，如果系列 A_1C 是稳定的，那么沿 CA_2 变为不稳定；另一方面，新的系列 BCB 和 A_1C 具有相同曲率方向，因此沿这两个系列平衡是稳定的。

(b)在图 3(b)上，假设沿 A_1C 稳定，沿 CA_2 变为不稳定，同样系列 BCB 也成为不稳定。在这种情形，系列沿 A_1C 演化到 C 处将失去稳定。

(c)在图 3(c)上，如果沿系列 A_1C 是稳定的，沿 CA_2 变为不稳定。在分叉点 C 不仅失去稳定，而且对在 C 点以上 μ 值不再存在平衡情形。

(d)在图 3(d)上，系列沿 A_1C 变化至 C 处将中断，变化至分叉点将停止演化。

依照金斯的论述，上述四种情形可以用图 4 中四种理想模式表示，实线表示稳定系列，虚线表示不稳定系列，箭头表示演化方向。图 2 所示实例恰对应图 4(a)所示模式。

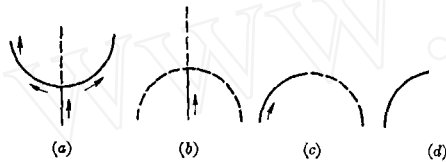


图 4

旋转液体星的平衡图形

1687年，牛顿应用均匀整体旋转不可压液体团模型算得地球扁率为 $1/230$ ，地球扁率精确值为 $1/298.25$ ，故这个理论还是相当成功的。1742年，马克劳林推广了牛顿的理论，在不再假定扁率很小前提下得出液体团(星)平衡图形是马克劳林椭球体。

1. 马克劳林椭球体

马克劳林椭球体是一个扁回转椭球体(赤道面是圆 $a_1 = a_2 > a_3$)。设 ρ_0 为液体团密度， Ω_0 为自转角速度， G 是万有引力常数，当参数

$$\omega = \frac{\Omega_0^2}{2\pi G \rho_0} < 0.22467 \dots = \omega_0$$

时，旋转液体星的平衡图形就是马克劳林椭球体。当 $\omega < \omega_0$ 时，每一个 ω 值就对应一个马克劳林椭球体，且满足 $a_1 = a_2 > a_3$ ，即都是扁形回转椭球。这是天体形状理论中的第一个经典结果。当 $\omega < \omega_1 = 0.18711 \dots$ 时，马克劳林椭球体是长期稳定的，即引力势和离心力势之和取极小；当 $\omega_1 < \omega < \omega_0$ 时，它是长期不稳定的，但却是动力稳定的。

2. 雅可比椭球体

1834年，雅可比证明了：三不等轴的椭球体是均匀整体旋转液体星的平衡图形。1842年迈耶发现雅可比椭球体和马克劳林椭球体在 $\omega = \omega_1 = 0.18711 \dots$ 处

发生分叉。在 $\omega = \omega_1$ 处马克劳林椭球体的扁率为 $e = 0.8127$ 。

设赤道面半径为 a_1, a_2 ，极半径为 a_3 ，满足 $a_1 > a_2, a_2 > a_3$ ，即雅可比椭球体呈扁形。对于比 ω_1 小的每个 ω 值，都相应存在一个三轴椭球体 ($a_1 > a_2 > a_3$) 的平衡形状，称为雅可比椭球体。当 $0.142 \dots < \omega < 0.18711 \dots$ 时，雅可比椭球体是长期稳定的。

3. 彭加勒体 (figure of Poincaré)

当 $\omega < \omega_2 = 0.142 \dots$ 时，旋转液体星平衡图形是梨形体，这是彭加勒体的一种形式。梨形体和雅可比椭球体相比，它一头稍大，一头稍小。彭加勒体还包括带状体，扇状体等一些更复杂的形状。

当 $\omega = \omega_2$ 处是雅可比椭球体和彭加勒梨形体的分叉点。此时既是长期不稳定的，又是动力不稳定的。

4. 达尔文体 (figure of Darwin)

1910年，达尔文给出一种与彭加勒梨形体略有不同的平衡形状，近小头更细一些，称为达尔文体。根据这种平衡形状，达尔文提出地月系统演化的一种假说。

旋转液体星的准稳演化过程

旋转液体星的准稳演化过程最初沿马克劳林椭球系列 AC_1 达到分叉点 $C_1 (e = 0.8127) (\omega_1 = \Omega_0^2 / 2\pi G \rho_0 = 0.18711)$ ，线性系列出现分叉(图 5)。如果认为粘性不起作用，则马克劳林椭球系列将延续下去，直到 A_1 处 ($e = 0.9125, \omega = \omega_0 = 0.22467$) 开始出现动力不稳定，我们称沿系列 AC_1A_1 演化过程为“马克劳林动力稳定过程”(简记为 M-过程)。

另一方面，旋转液体星在分叉点 C_1 如果沿长期稳定过程演化将变为雅可比椭球体。沿雅可比椭球体系列演化到分叉点 $C_2 (\omega = \omega_2 = 0.142)$ ，由此处分叉出梨形系列。旋转液体星沿梨形系列继续演化成达尔文体，在梨形体小端头出现不断加深的沟槽，最后出现两个分离的，互相环绕的由两部分构成的双星系统

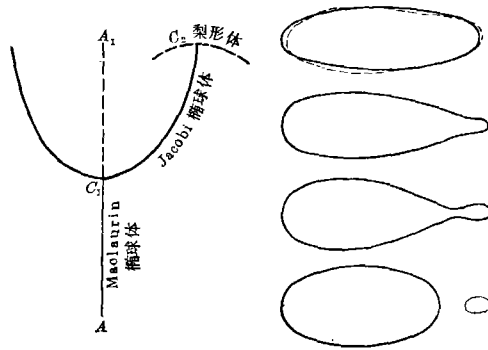


图 5

图 6

(图6),我们称 AC_1C_2 为“M-J-P过程”。这就是金斯和达尔文在前人基础上发展的“双星分裂理论”^[6]。

上述两个过程“M-过程”和“M-J-P过程”哪一个真实的呢?这取决于过程稳定性的判断。因此,在长期稳定性和动力稳定性两者之中,到底应按哪一种稳定性判断的尖锐问题就摆到天体演化学研究者的面前。依据汤姆生-泰特稳定准则,老一辈科学家主张准稳演化过程必须按长期稳定性判定,按“M-J-P过程”描述的“金斯-达尔文双星分裂理论”,在本世纪五十年代以前为天文界所普遍接受。

由于作为这一理论基础的汤姆生-泰特稳定准则没有证明,长期稳定条件只是由势能取极小直接得到,给不出长期不稳定发展率,致使准稳演化过程被苛求成处处稳定才能实现。

1953年,利特尔顿(Lyttleton)认为金斯在论述长期稳定和动力稳定关系存在原则性错误^[8]。他认为在雅可比体系列和梨形体系列分叉点 C_2 (图5)既是长期不稳定又是动力不稳定的,因此准稳演化过程将到此中断。从此以后,“金斯-达尔文理论”处于被否定的地位。以后,相继有人按动力稳定演化过程来寻求双星分裂过程。奥斯屈凯(Ostriker)完全不考虑粘性影响,沿“M-过程”寻求双星分裂过程。勒波维茨(Lebovitz)考虑沿黎曼(Riemann)系列演化(整体旋转上叠加具有均匀涡量的内部流动)的新途径,塔索尔(Tassoul)将以上三种途径分别称为经典理论,奥斯屈凯理论和勒波维茨理论。([9]§11.3)

1969年,昌德拉塞卡(Chandrasekhar)甚至认为从1885年彭加勒的论文发表到1960年他开始研究这个课题的75年期间的研究完全走了弯路、还说1924年卡登(Cartan)证明分叉点 C_2 是动力不稳定的后,经典理论的研究就开始“静静地陷入昏迷”。(文[10]§7)

1978年,科帕尔(Kopal)在他的专著《密近双星的动力学》中一方面认为长期稳定性是重要的,而另一方面又同意利特尔顿的观点,但对昌德拉塞卡的专著[10]一字未提。

在文[6]中,本文作者从理论、实验和工程实践等方面论证了汤姆生-泰特稳定准则是一个普遍适用的准则。明确指出对于准稳演化过程必须按长期稳定性判定,而忽略粘性的动力稳定性是虚假的。下面我们叙述这个稳定准则。

旋转液体星的长期稳定性

1. 汤姆生-泰特稳定准则

1883年,汤姆生和泰特提出一个稳定准则:“如果液体存在任意微弱粘性,任意小的不完全弹性体或

是浮在液体上或是浸在液体中,在任何其他能量是极小或极大的情形下,平衡都不能是长期稳定状态,唯一的长期稳定性情形是在给定角动量下能量是极小的情形。目前尚不知道,对于一个连续的粘性流体团,在给定角动量情形下,是否存在不止一个长期稳定平衡位形,但我们认为只存在唯一的一种长期稳定平衡位形。”(文[12]§778)

我们将他们这个未经证明的结论称为汤姆生-泰特稳定准则。将这个准则应用于旋转液体星的稳定,就是最小势能定理。文[6]论证了汤姆生-泰特稳定准则的普适性。我们用一次近似变分直接方法^[13]和李亚普诺夫直接方法^[6]证明了最小势能定理,并具体描述了长期不稳定性的性质。现叙述如下:

2. 最小势能定理

当旋转液体星作为整体旋转的自吸引,不可压缩粘滞液体处理,如果其平衡图形总势能二次变分不为零,则其平衡稳定的充要条件是保持角动量不变情形下,使总势能(引力势和离心力势之和)取极小值。

这个定理为以往大量长期稳定性研究建立了按李亚普诺夫稳定定义下的理论基础。由于按李亚普诺夫稳定定义的解必定是唯一的解。汤姆生和泰特预期的长期稳定位形的唯一性就不证自明了。

3. 长期不稳定性的性质

以前的研究中,直接按总势能取极小,只能得到稳定条件,得不到不稳定发展率。人们往往认为只是动力不稳定按时间是指数增长的,长期不稳定只是线性增长的^[8]。在文[13]中,我们证明了长期不稳定性在一般情形下是振动式不稳定,在一些特定情形也可以随时间单调指数关系增加,例如,对于轴对称扰动情形,在小粘性近似下,不稳定发展率为

$$\exp[\sigma t] = \exp\{t\sqrt{-\delta^2 U/I}\},$$

其中 $-\delta^2 U > 0$ 是势能二次变分, I 为扰动动能变化,即使粘性变为零,不稳定发展率 σ 也恒大于零。

粘性对旋转液体星的稳定有双重作用:一方面粘性具有通常衰减扰动的作用;另外粘性使柯利奥里(Coriolis)力稳定作用消失,间接起了不稳定作用。我们运用“涡丝稳定概念”解释了粘性和柯利奥里力相互作用的物理本质,同样能解释长期稳定性和动力稳定性争论的实质,处理动力稳定性时由于忽略粘性引进柯利奥里力虚假的稳定作用;考虑粘性后,柯利奥里力稳定作用就消失了,柯利奥里力这种稳定作用相当于涡丝的稳定作用。这解释了为什么考虑粘性才能得到和实验一致的结果,这和关于阻力的“达朗贝尔(Dalénbert)疑难”的解决道理相同。

4. 长期稳定性真实性的证据

(1)开尔文(Kelvin,即汤姆生)流体转子陀螺仪

实验证实了长期稳定性的真实性^[4]。

开尔文流体转子陀螺仪实验是用薄回转椭球壳充满水做转子，当椭球壳是扁形时就是一个成功的陀螺仪；当椭球壳稍微呈长形就非常的不稳定。无论是彭加勒和儒可夫斯基(Жуковский)的经典理论，还是苏联学者和欧美学者的近代理论，他们按忽略粘性的动力稳定性分析这个实验，所得稳定条件都是 $a_3 < a_1$ 和 $a_3 > 3a_1$ (a_3 为极半径， a_1 为赤道半径)，而实验结果是 $a_3 < a_1 = a_2$ ，应用长期稳定性建立的流体系统回转稳定准则处理这个问题，则理论就和实验结果精确一致。老一辈科学家只能用简单机械运动例子(图1)来说明粘性会使平衡达到长期稳定状态，开尔文实验则是无穷自由度系统的最好例证。后面将给出开尔文实验和马克劳林椭球体稳定结果详细比较。(表1)

(2)刚体转子陀螺仪设计为扁形事实证实了长期稳定性的真实性。

不计耗散时，刚体绕最大惯量主轴(短轴)旋转和绕最小惯量主轴(长轴)旋转都是稳定的，只有绕中间轴旋转是不稳定的。考虑能量耗散后，我们证明了一个十分有趣的事实，耗散使绕长轴的旋转变为不稳定，原来长形陀螺只是动力稳定的，而耗散使绕短轴的旋转变成渐近稳定，原来只有扁形陀螺是长期稳定的，我们称这个结论为具有能量耗散时的刚体回转稳定准则，这是陀螺必须设计为扁形的理论依据。反之，工程实践中将陀螺设计成扁形的事实又是长期稳定性的证明。

(3)在美国空间探索计划实施中，1958年发射第一颗卫星探险者1号(Explorer-1)用绕长轴自旋控制姿态失败了。1963年发射辛康号(Syncon)通讯卫星用绕短轴自旋获得姿态控制的成功。另外，他们还实行了另外一些空间实验来验证这个规律。这些事实都是长期稳定真实性的证据。

对“金斯-达尔文理论”的重新评价

文[6]从理论、实验和工程实践等方面论证汤姆生-泰特稳定准则的普适性，明确作出结论：对于无限缓慢变化的准稳演化过程或要求系统定常状态长时间维持情形都必须按长期稳定性判断。最小势能定理建立按李亚普诺夫稳定提法处理旋转液体星稳定的理论基础，而且建立长期不稳定随时间指数增加关系，赋予准稳过程以动力属性，使准稳过程免受处处稳定的苛求。因此分叉点 C_1 ($e=0.8127$) 的中性稳定和分叉点 C_2 ($\omega_2 = Q_0^2/2\pi G\rho_0 = 0.142$) 是不稳定的，并不能使“M-J-P 过程”陷入“昏迷”。只要证明不稳定发展率特征时间大于过程演化特征时间，就能证明过程的真实性。下面我们利用这些结论重新评价“金斯-达尔

文理论”及其他两种分裂理论。

1. 马克劳林动力演化过程是虚假的。

奥斯屈凯主张在粘性可以忽略情形，液体星将通过分叉点 C_1 ($e=0.8127$) 沿马克劳林椭球系列继续演化下去，但并未得到单星分裂成双星的最终结果。事实上，按最小势能定理判定过程 C_1A_1 (图5) 是长期不稳定的。将马克劳林椭球体稳定结果和开尔文实验结果作一比较更清楚的表明过程 C_1A_1 的虚假性^[13]。

表1 马克劳林椭球体和开尔文实验比较

		马克劳林椭球体	开尔文实验	
			理论分析	实验结果
无粘性情形	动力稳定条件	$0 < e < 0.8127$ $0.8127 < e < 0.9125$	$a_1 = a_3$ $> a_3$ $3a_1 < a_3$	—
	动力不稳定条件	$0.9125 < e < 1$	$a_1 < a_3$ $< 3a_1$	—
粘性情形	长期稳定条件	$0 < e < 0.8127$	$a_1 > a_3$	$a_1 > a_3$
	长期不稳定条件	$0.8127 < e < 1$	$a_1 < a_3$	$a_1 < a_3$

表中 $a_1 = a_2$ 为赤道半径， a_3 为极半径， e 为扁率。

2. 准稳演化过程的平衡状态只能作整体旋转运动。

应用热力学第二律，容易证明这一事实^[14]。液体星沿准稳过程线性系列演化所历经的每个态都是热动平衡态。假设将液体星分为很多小单元(流体微团)，设 M_i 、 E_i 和 P_i 为第 i 个单元的质量、能量和动量。每个单元熵 S_i 是内能的函数，故总熵 S 可以写为

$$S = \sum_i S_i(E_i - P_i^2/2M_i). \quad (A)$$

液体星构成一个封闭系统，它除了满足能量守恒外，还要满足总动量和总动量矩守恒：

$$\left. \begin{aligned} \sum_i P_i &= \text{const} \\ \sum_i r_i \times P_i &= \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (B)$$

根据热力学第二定律，在平衡态熵 S 达到极大，应用 Langrange 不定乘法，将和式

$$\sum_i \{S_i + a \cdot P_i + b \cdot [r_i \times P_i]\} \quad (C)$$

(其中 a 、 b 为待定恒矢量)在附加条件(B)下对 P_i 取微商可得到熵极大的必要条件。

把 S_i 对 P_i 取微商，再根据温度定义，得到

$$\frac{\partial}{\partial P_i} S_i \left(E_i - \frac{P_i^2}{2M_i} \right) = -\frac{P_i}{M_i} \frac{1}{T} = -\frac{v_i}{T}, \quad (D)$$

其中 $v_i = \frac{P_i}{M_i}$ 为宏观速度。

由(C)式对 P_i 取微商, 利(D)式就立即证明了

$$v_i = u + \Omega \times r, \quad (E)$$

其中 $u = Ta, \Omega = Tb$.

根据这个事实可以对“勒波维茨理论”提出异议。黎曼椭球体是在整体旋转基础上还叠加有内部流动, 这和以上证明事实不符, 相比之下, “金斯-达尔文理论”是自洽的。

3. “金斯-达尔文理论”受均匀、不可压条件的限制, 长期以来, 这都是有异议的地方。

研究整体旋转、均匀多方气体组成的轴对称星体中心致密的演化系列, 当多方指数 $n > 0.808$ 时永远不会达到动力不稳定出现的分叉点, 这个系列终止点称为“赤道崩裂”(equatoriol breakup). 此时不能出现单星分裂演化为双星的过程; 进一步考虑较差旋转多方体的演化, 在实质方面和经典马克劳林椭球体系列的演化完全类似, 长期不稳定临界点出现在 $e = 0.8127$ 处^[9]. 虽然均匀密度假设和前主序星实际情形差得较大, 但均匀椭球系列和缓慢收缩的中心致密模型定性结果是相同的, 这些研究结果似乎表明在整体旋转假设前提下, 考虑压缩性影响反而反映出演化过程实质, 而经典马克劳林椭球系列却能描述演化过程的本质。

4. “金斯-达尔文理论”尚待进一步研究。

以上分析表明, 在双星分裂说的三种理论中还是“金斯-达尔文理论”更具说服力。不过这一理论尚存在一些需要进一步研究的地方:

(1) 金斯研究单星沿梨形系列变为两个分离体只是在二维情形下进行, 三维梨形体的二体分裂问题尚待解决。

(2) 雅可比椭球体和梨形体分叉点是长期不稳定的, 认为不稳定发展的特征时间 T 比过程演化特征时间大只是猜想, 尚待证实。

(3) 邻近双星一方面要考虑核反应, 另一方面两子星之间要发生质量交换, 这将只有引进星体的“耗散结构”模式(非平衡定态)才可能考虑这些因素, 双星演化理论中的“演化疑难”(evolutionary paradox)至今仍是一个谜^[11]。

尽管“金斯-达尔文理论”存在不少缺陷, 但和其他分裂说相比较, 它更能具体描述双星的分裂过程, 它将为建立更完善分裂说奠定基础。

[1] 康德, 《宇宙发展史概论》, 上海人民出版社(1972)

[2] 拉普拉斯, 《宇宙体系论》, 上海译文出版社(1978)

[3] 戴文赛, 《天体的演化》, 科学出版社(1977)

[4] 徐硕昌, 《自然杂志》, 5(1982)22

[5] Jeans T. H., *Astronomy and Cosmogony*, Cambridge Univ. Press (1929)

[6] 徐硕昌, 《自然杂志》, 6(1983)77

《力学进展》, 13(1983)320

[7] Lamb H., *Hydrodynamics*, 6th ed., Cambridge Univ. Press (1932) Chap. 12

[8] Lyttleton R. A., *The Stability of Rotating Liquid Masses*, Cambridge Univ. Press (1953)

[9] Tassoul J. L., *Theory of Rotating Stars*, Princeton Univ. Press (1978)

[10] Chandrasenkar S., *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*, Yale Univ. Press (1969)

[11] Kopal Z., *Dynamics of Close Binary Systems*. D. Reidel (1978)

[12] Thomson W., Tait P. G., *Treatise on Natural Philosophy*, 2nd ed., Cambridge Univ. Press (1912) § 778

[13] 徐硕昌, 《中国科学》, 7 (1981) 665

[14] 朗道 Л. Д., 栗弗席兹 Е. М. (杨训恺等译), 《统计物理学》, 人民教育出版社 (1964)



(上接 355 页)

论学习时间的倾向, 现在已经改变过来了. 在欧美各国, 实验应力分析方法正广泛应用于结构分析和监控等方面. 发展之所以这样快, 原因有两个: 一是计算机的大量应用, 二是有限元法的发展及其广泛应用. 几年前, 由于上述两种原因, 曾有人怀疑依赖实验应力分析、应变计、光弹性技术来解决的问题会越来越来, 现在看来, 这种估计显然是错了. 实际上, 随着分析工作的进步, 对仪器的设计提出了更高的要求, 从而可进一步改善实验应力分析的结果. 力学测量工作近几年取得很大进展的另一个原因是, 广大消费者和公共团体等方面提出了制造更安全结构的要求, 而生产厂家则出现了拟制造更符合法规产品的倾向, 从而形成了越来越需要力学测量方法的现状. 几年前, 在英、美、法等国家里, 力学测量方法的应用仅限于大学和大公司, 而今, 不仅大多数国家, 而且连小公司也在广泛应用这门学科, 力学测量方法正展现出光辉前景。

力学测量方法是一门综合性学科, 又是一门具有广阔前途的学科. 我们已经看到了它在各个工业部门中的广泛应用和它对力学发展所起的深远影响. 随着尖端科学技术的发展, 力学测量方法的重要性将会越来越突出. 目前这门学科正向着广度和深度发展, 它不仅在机械、能源、水工建筑、铁道桥梁、造船、武器制造和航空航天等工程技术领域内获得广泛的应用, 而且扩展到用于地质力学、复合材料力学、海洋工程力学、生物力学和地震等许多新的研究领域. 从产品设计造型、制造检验规范、分析零部件破坏原因、提出改进措施, 直到验证理论假设、探索力学规律等, 都能借助于力学测量方法这门学科。