

气流与化学激光的增益饱和

高 智

(中国科学院力学研究所, 北京)

摘 要

本文提出气流与化学激光的增益饱和理论, 理论对特征时间比 τ/τ_c 的所有可能的数值范围均适用, 这里 τ 指流动特征时间(即气流通过激光作用区所需要之时间), τ_c 指碰撞弛豫特征时间. 阐明并分析了对流和反转数密度“源流”的饱和效应, 得到了增益系数之普遍关系式以及一些新的增益饱和规律. 本理论在 $\tau/\tau_c \ll 1$ 条件下的结果与近来超声速扩散 HF 化学激光增益饱和的试验结果^[1] 相符合. 气体介质无宏观运动时的熟知增益饱和理论^[2] 是本理论在 $\tau/\tau_c \rightarrow \infty$ 条件下的特例; 气流激光的已有增益饱和理论^[3-6] 则是本理论在 $\tau/\tau_c \gg 1$ 条件下的特例.

一、引 言

对于气体增益介质与激光辐射相互作用现象的研究, 谱线加宽和增益饱和是极其重要的问题. 气体介质无宏观运动时, 有关上述问题的理论和试验研究的结果早已是教科书的内容(参见文献[2]); 气体介质具有宏观运动时的情况比较复杂, 正如文献[3—6]指出的, 气体无宏观运动的研究结果难以直接推广到气体具有宏观运动的情形. 文献[3—6]的研究结果表明: 气流激光的谱线加宽以及增益饱和与气体介质无宏观运动时的情况一致, 即在低气压时为非均匀谱线、存在“烧孔”现象、增益系数以 $(1 + I)^{-1/2}$ 的方式饱和(这里 I 为无量纲辐射强度); 高气压时为均匀谱线, 增益系数以 $(1 + I)^{-1}$ 的方式饱和. 应该指出, 文献[3-5]的理论实际上只考虑了流动特征时间 τ (即气流通过激光作用区所需要之时间) 很大于碰撞弛豫特征时间 τ_c , 即 $\tau/\tau_c \gg 1$ 的情况, 理论结果当然与气体无宏观运动时的理论结果大体一致. 然而, 气流激光的 τ 值实际上往往可以与 τ_c 值相比较, 特别是对许多具有重要应用价值的情况, 如超声速化学激光^[7], 一束直径(或宽度)很小的光束通过气流增益介质的情况, τ 能够很小于 τ_c , 因此特征时间比 τ/τ_c 可在零到无限大的范围内变化^[7,8], 但尚未看到对所有可能的 τ/τ_c 值均适用的理论分析.

近来文献[1]对超声速扩散 HF 化学激光, 在 Doppler 加宽为主的试验条件下测定了 $P_2(8)$ 光支(单模)的增益饱和过程, 令人惊奇的结果是谱线近似为均匀线形, 无明显的“烧孔”出现, 增益系数并不以 $(1 + I)^{-1/2}$ 的方式饱和. 已有的增益饱和理论^[2-6] 无法解释上述“反常”的饱和现象. 另一个熟知的试验结果是: 气流 CO_2 激光的饱和强度随流速的增大或光束直径的减小而增大^[8], 已有的增益饱和理论同样无法解释这一测量结果.

本文 1983 年 7 月 8 日收到, 1984 年 6 月 18 日收到修改稿.

本文讨论气流与化学激光的谱线加宽和增益饱和问题,阐明对流和反转数密度“源流”之加宽效应及对增益饱和的影响,阐明上述“反常”现象的物理机制,探讨对 τ/τ_c 的所有可能值均适用的增益饱和理论。

二、分 析

假定气体增益介质为二能级分子体系,气体以均匀速度 u 沿 x 方向流动,假定激光辐射垂直于流动方向传播(参见图 1),描述增益介质与激光相互作用的基本方程式为

$$\frac{\partial n_2(v')}{\partial t} + u \frac{\partial n_2(v')}{\partial x} = s_2(x)g(v', \nu_0) - \frac{n_2(v')}{\tau_c} - \frac{\sigma(\nu, \nu')}{1 + g_2g_1^{-1}} [n_2(v') - g_2g_1^{-1}n_1(v')] \varphi(\nu), \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_1(v')}{\partial t} + u \frac{\partial n_1(v')}{\partial x} = s_1(x)g(v', \nu_0) + \frac{n_2(v')}{\tau_c} + \frac{\sigma(\nu, \nu')}{1 + g_2g_1^{-1}} [n_2(v') - g_2g_1^{-1}n_1(v')] \varphi(\nu), \quad (2)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi(\nu)}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(\nu)}{\partial y} = \varphi(\nu) \int_0^\infty \sigma(\nu, \nu') [n_2(v') - g_2g_1^{-1}n_1(v')] d\nu', \quad (3)$$

其中 t 为时间, $n_i(v')$ ($i = 2, 1$) 是单位体积、单位频率间隔内的能级粒子数密度, $g(v', \nu_0)$

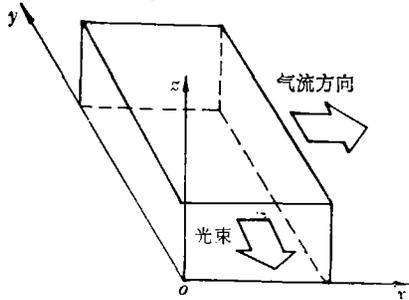


图 1 气流激光示意图和坐标系

是以 ν_0 为中心的能级粒子频率分布函数, ν_0 为线形中心频率, ν' 是热运动粒子的 Doppler 表观频率; $\sigma(\nu, \nu')$ 是 Doppler 表观频率为 ν' 粒子关于频率为 ν 受激发射之截面积, ν 为激光频率; $s_i(x)$ ($i = 1, 2$) 为泵浦生成项, 假定泵浦生成粒子的频率分布函数为 $g(v', \nu_0)$; c 为光速, g_i ($i = 2, 1$) 分别是激光上和下能级的简并度; $\varphi(\nu)$ 是单位时间通过单位面积之频率为 ν 的光子的数目; τ_c 是激光上能级的碰撞去激励时间即碰撞弛豫特征时间, 假定 τ_c 不随 Doppler 表观频率 ν' 的变化而变化。在方程组 (1)–(3) 中我们已假定了

$n_i(v')$ ($i = 1, 2$) 沿 y 方向的变化可以忽略。此外, 由于粒子在 x 方向上的 Doppler 运动对激光辐射没有贡献, 故方程组 (1)–(3) 中不包含粒子热速度的 x 分量。顺便指出, 这里采用的模型和方程组 (1)–(3) 与文献 [6] 所采用的模型和基本方程组是类似的。对于稳态发射, 基本方程组 (1)–(3) 可被转换为:

$$u \frac{\partial n(v')}{\partial x} = \frac{n_p}{\tau_p} g(v', \nu_0) - \frac{n(v')}{\tau_c} - \sigma(\nu, \nu') n(v') \varphi(\nu), \quad (4)$$

$$u \frac{\partial N(v')}{\partial x} = (s_2 + s_1) g(v', \nu_0), \quad N(v') = n_2(v') + n_1(v'), \quad (5)$$

$$\frac{1}{\varphi(\nu)} \frac{\partial \varphi(\nu)}{\partial y} = \int_0^\infty \sigma(\nu, \nu') n(v') d\nu', \quad (6)$$

其中

$$n(\nu') = n_2(\nu') - g_2 g_1^{-1} n_1(\nu'), \quad n = \int_0^\infty n(\nu') d\nu', \quad (7)$$

$$\frac{n_p}{\tau_p} = s_2 - g_2 g_1^{-1} s_1 - g_2 g_1^{-1} \frac{N}{\tau_c}, \quad N = \int_0^\infty N(\nu') d\nu', \quad (8)$$

$n(\nu')$ 指单位体积、单位频率间隔内之反转粒子数密度。由方程(5)可知,若 $N(\nu')$ 的初始(即在 $x=0$) 频率分布为 $g(\nu', \nu_0)$, 则对所有的 x , $N(\nu')$ 的频率分布仍为 $g(\nu', \nu_0)$, 因此方程(4)和(8)式成立。把方程(4)的解代入方程(6), 求得增益系数的普遍关系式为:

$$G = \frac{1}{\varphi(\nu)} \frac{\partial \varphi(\nu)}{\partial y} = \int_0^{x'} \sigma(\nu, \nu') \left\{ n^0(\nu') \exp \left(- \int_0^{x'} \left[\frac{1}{\tau_c} + \sigma(\nu, \nu') \varphi(\nu) \right] ds \right) + \int_0^{x'} \frac{n_p}{\tau_p} g(\nu', \nu_0) \exp \left(\int_{\tau_c'}^s \left[\frac{1}{\tau_c} + \sigma(\nu, \nu') \varphi(\nu) \right] ds' \right) ds \right\} d\nu', \quad (9)$$

其中 G 为增益系数, $\tau = L/u$ 是气流通过距离 L 所需要之时间, 称为流动特征时间, L 为激光作用区在 x 方向上的长度, $x' = x/L$, $0 \leq x' \leq 1$; 右上角标 0 表示 $x' = 0$ 位置的条件, $x' = 0$ 处激光辐射强度开始不为零。由式(9)可知, 影响增益饱和的因素计有受激辐射频率线形、能级粒子的频率分布线形、泵浦生成率 n_p/τ_p , 特征时间比 τ/τ_c 以及来自激光作用区上游的反转数密度“源流”即包含 $n^0(\nu')$ 的项。增益系数 G 显然是 x 的函数。把(9)式与气体介质无宏观运动条件下的增益系数^[2] 以及与气流激光已有增益饱和理论之增益系数^[3-6] 作比较, 最重要的改进是引进了特征时间比 τ/τ_c 和反转数密度“源流”这两个十分重要的影响参数。我们假定能级粒子的平衡分布函数为 Maxwell 分布函数, 即粒子频率分布线形 $g(\nu', \nu_0)$ 为 Gauss 线形; 假定受激辐射频率线形 $\sigma(\nu, \nu')$ 为 Lorentz 线形, 即

$$g(\nu', \nu_0) = \frac{1}{\Delta\nu_D} \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \exp \left[-4(\ln 2) \left(\frac{\nu' - \nu_0}{\Delta\nu_D} \right)^2 \right], \quad (10)$$

$$\sigma(\nu, \nu') = \sigma_i \left\{ 1 + \left[\frac{2(\nu' - \nu)}{\Delta\nu_N} \right]^2 \right\}^{-1}. \quad (11)$$

这里 $\Delta\nu_D$, $\Delta\nu_N$ 分别是 Gauss 线形和 Lorentz 线形半峰值处的全宽度。从(9)–(11)式出发, 我们分析诸参数对谱线加宽和增益饱和过程的影响。为了解析地讨论上述问题, 我们假定 n_p/τ_p , τ_c , φ , 光频 ν 和线中心频率 ν_0 诸量均为 x 的缓变函数, 假定初始反转粒子数 $n^0(\nu')$ 的频率分布为 Gauss 线形。对于超声速化学激光^[7]、放电对流 CO_2 激光^[8] 等气流激光的实际操作条件, 上述假定均可很好地或近似地得到满足。利用上述假定, 对(9)式作分部积分和 $\nu' \rightarrow t$ 的积分变换, 得到如下的结果

$$G \approx n^0 \sigma_i \exp \left(- \frac{\tau}{\tau_c} x' \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 e^{-t^2}}{\sqrt{\pi} [\eta^2 + (\xi - t)^2]} \exp \left[- \frac{\eta^2 I_1}{\eta^2 + (\xi - t)^2} \right] dt - \frac{n_p \sigma_i \tau_c}{\tau_p} \exp \left(- \frac{\tau}{\tau_c} x' \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 e^{-t^2}}{\sqrt{\pi} [\eta^2 (1 + I_2) + (\xi - t)^2]} \times \exp \left[- \frac{\eta^2 I_1}{\eta^2 + (\xi - t)^2} \right] dt + \frac{n_p \sigma_i \tau_c}{\tau_p} \frac{\eta^2}{\sqrt{\pi}} \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{\eta^2 (1 + I_2) + (\xi - t)^2} dt, \quad (12)$$

其中

$$I_1 = \sigma_i \int_0^{\tau x'} \varphi ds \approx \sigma_i \varphi \tau x' = J/J_1, \quad J = \varphi h\nu, \quad J_{1s} = h\nu/\sigma_i \tau x', \quad (13)$$

$$I_2 = \sigma_i \tau_c \varphi = J/J_2, \quad J_2 = h\nu/\sigma_i \tau_c, \quad (14)$$

$$\xi = \frac{2(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu_D} \sqrt{\ln 2}, \quad \eta = \frac{\Delta\nu_N}{\Delta\nu_D} \sqrt{\ln 2}, \quad (15)$$

$$t = \sqrt{4 \ln 2} \left(\frac{\nu' - \nu_0}{\Delta\nu_D} \right). \quad (16)$$

这里 I_1 和 I_2 是无量纲辐射强度, J 是辐射强度, $h\nu$ 光子能量, J_{1s} 是碰撞加宽饱和强度, J_{1s} 可被称作“对流”加宽饱和强度, 注意 J_{1s} 与 x/u (即气流通过距离 x 所需要之时间) 成反比; ξ 是频移参数, η 加宽参数. 由(12)式可知, 在 τ 与 τ_c 可比较的情况下, 对谱线加宽和增益系数的饱和来说, 反转数密度“源流”、碰撞弛豫以及对流过程三者的贡献同等重要. (12)式右端的第一项可称之为反转“源流”加宽饱和项, 第二项可称之为对流-碰撞耦合加宽饱和项, 第三项可称为碰撞加宽饱和项. 在对(12)式作进一步的数学化简之前, 最好先讨论如下的特殊情况.

i) $\tau/\tau_c \ll 1$ 的特殊情况: 当气体介质的流动速度大、气压低、激光束在 x 方向上的宽度窄时出现这种情形. 设来流中已有相当的反转粒子数储藏, n^0 可与 $n_p \tau_c/\tau_p$ 相比较, 由于 τ_c 与 τ_p 同数量级, 故 $n_p \tau/\tau_p$ 与 n^0 相比为小量, 在(9)式中或在(12)式中略去 $n_p \tau/\tau_p$ 量级的小项, 得到 $\tau/\tau_c \ll 1$ 条件下的增益系数为:

$$G \approx n^0 \sigma_i \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta^2 e^{-t^2}}{\sqrt{\pi} [\eta^2 + (\xi - t)^2]} \exp\left[-\frac{\eta^2 I_1}{\eta^2 + (\xi - t)^2}\right] dt, \quad (17)$$

(17)式的右端项正是(12)式中之反转“源流”加宽饱和项, 这表明 $\tau/\tau_c \ll 1$ 时, 辐射的谱线加宽和增益系数的饱和主要为反转“源流”和对流过程所支配. 影响增益系数的主要参数是: 反转“源流”量 n^0 , 加宽参数 η 、频移参数 ξ 和对流加宽饱和强度 J_{1s} , J_{1s} 与 x 有关, 故(17)式中之积分是 x 的函数. 对我们感兴趣的低气压 $\eta \ll 1$ 的情况, (17)式的幂级数展开式为(参见附录):

$$G = n^0 \sigma_i \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) \left\{ \eta \sqrt{\pi} e^{-\xi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-1)!!}{k! (2k)!!} I_1^k \right. \\ \left. - 2\eta^2 \left[\frac{\xi}{\sqrt{\pi}} e^{-\xi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k I_1^k}{k! k} + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2^k}{(2k-1)!!} \xi^{2k} \right] \right. \\ \left. + \eta^3 \sqrt{\pi} (1 - 2\xi^2) e^{-\xi^2} \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-3)!!}{k! (2k-2)!!} \frac{I_1^k}{k} \right] \right\} + O(\eta^4). \quad (18)$$

对于高压 $\eta \gg 1$ 的情况, (17)式的幂级数展开式为(参见附录):

$$G = n^0 \sigma_i \exp\left(-I_1 - \frac{\tau}{\tau_c} x'\right) \left[1 + \frac{1}{\eta^2} (I_1 - 1) \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi + \xi^2 \right) \right] + O(\eta^{-4}). \quad (19)$$

因此低气压 $\eta \ll 1$ 和高压 $\eta \gg 1$ 条件下, 增益系数分别近似为:

$$\frac{G}{G_0} \approx E(I_1), \quad E(I_1) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-1)!!}{k! (2k)!!} I_1^k \quad (20)$$

和

$$G/G_0 \approx e^{-I_1}, \quad (21)$$

其中 G_0 指未饱和增益系数, 在 (17), (18) 和 (19) 式中令 $I_1 = 0$ 得到 $\tau/\tau_c \ll 1$ 条件下的 G_0 的一般表达式, 以及在 $\eta \ll 1$ 和 $\eta \gg 1$ 时的幂级数展开式.

ii) $\tau/\tau_c \gg 1$ 的特殊情况: 当气体介质的流速小, 气压高, 激光束在 x 方向上的宽度宽时出现这种情况, 气体无宏观流动时 $\tau/\tau_c \rightarrow \infty$. 利用 $\frac{\tau}{\tau_c} x' \gg 1$ 的条件, 在 (12) 式中略去包含 $\exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right)$ 的诸项, 得到 $\tau/\tau_c \gg 1$ 条件下的增益系数为

$$G = \frac{\sigma_i n_p \tau_c}{\tau_p} \frac{\eta^2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{\eta^2(1+I_2) + (\xi - t)^2} dt, \quad (22)$$

(22) 式的右端项正是 (12) 式中的碰撞加宽饱和项, 这表明 $\frac{\tau}{\tau_c} x' \gg 1$ 时, 谱线加宽和增益饱和主要为气体分子之间的碰撞过程所支配. 反转数密度“源流”及对流效应的影响可以忽略, 因而增益系数 G 与距离 x 近似无关. 影响增益饱和的主要参数是: 碰撞加宽饱和强度 I_2 、加宽参数 η , 频移参数 ξ 和反转泵浦率 n_p/τ_p . (22) 式与气体无宏观运动时的增益系数之标准表达式^[2] 完全一致; (22) 式右端的积分构成等离子体色散函数的虚部^[9], 已有详尽的数值资料和图表^[9]. 但为与本文其它特殊情况作比较起见, 下面仍然给出 (22) 式在 $\eta \ll 1$ 和 $\eta \gg 1$ 时的幂级数展开式. 在低气压 $\eta \ll 1$ 的条件下, (22) 式的幂级数展开式为:

$$G = \frac{\sigma_i n_p \tau_c}{\tau_p} \left\{ \frac{\eta \sqrt{\pi}}{\sqrt{1+I_2}} e^{-\xi^2} - 2\eta^2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2^k}{(2k-1)!!} \xi^{2k} + \eta^3 \sqrt{\pi(1+I_2)} e^{-\xi^2} (1 - 2\xi^2) \right\} + O(\eta^4(1+I_2)^2). \quad (23)$$

在高气压 $\eta \gg 1$ 的条件下, (22) 式的幂级数展开式为:

$$G = \frac{\sigma_i n_p \tau_c}{\tau_p} \frac{1}{1+I_2} \left[1 - \frac{1}{\eta^2(1+I_2)} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi + \xi^2 \right) \right] + O(\eta^{-4}(1+I_2)^{-2}). \quad (24)$$

因此在低气压 $\eta \ll 1$ 和高气压 $\eta \gg 1$ 的条件下, 增益系数分别近似为:

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{\sqrt{1+I_2}} \quad (25)$$

和

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1+I_2}. \quad (26)$$

iii) τ 与 τ_c 可相比较的情况: 在这种情形下 (12) 式右端三项中的任何一项都不能够被忽略. 反转“源流”加宽饱和项以及碰撞加宽饱和项在 $\eta \ll 1$ 和 $\eta \gg 1$ 时的渐近展开式已在附录和正文中给出; 对流-碰撞耦合加宽饱和项在 $\eta \ll 1$ 和 $\eta \gg 1$ 时的渐近展开式可采用类似于附录中的方法求得. 在 $\eta \ll 1$ 的条件下, 对流-碰撞耦合加宽饱和项的幂级数展开式为:

$$\frac{n_p \sigma_i \tau_c}{\tau_p} \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) \left\{ \eta \sqrt{\pi} e^{-\xi^2} \left[(1+I_2)^{-1/2} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^{(k+l)}}{k!} \frac{(2k+2l-1)!!}{(2k+2l)!!} I_1^k I_2^l \right] - 2\eta^2 \left[\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2^k}{(2k-1)!!} \xi^{2k} + \frac{\xi}{\sqrt{\pi}} e^{-\xi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^{(k+l)}}{k!(k+l)} I_1^k I_2^l \right] \right\}$$

$$+ \eta^3 \sqrt{\pi} e^{-\xi^2} (1 - 2\xi^2) \left[(1 + I_2)^{1/2} - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^{(k+l)} (2k+2l-3)!!}{k! (2k+2l)!!} I_1^k I_2^l \right] + O(\eta^4). \quad (27)$$

对流-碰撞耦合加宽饱和项在高气压 $\eta \gg 1$ 的条件下的幂级数展开式为

$$\frac{n_f \sigma_i \tau_c}{\tau_p} \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) \left\{ \frac{e^{-I_1}}{1 + I_2} \left[1 + \frac{1}{\eta^2} \left(I_1 - \frac{1}{1 + I_2} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi + \xi^2 \right) \right] \right\} + O(\eta^{-4}). \quad (28)$$

因此在 τ 与 τ_c 可相比较和低气压 $\eta \ll 1$ 的条件下, 增益系数近似为:

$$\begin{aligned} \frac{G}{G_0} \approx & \frac{n^0}{g_0} E(I_1) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) + \frac{n_p \tau_c}{\tau_p g_0} (1 + I_2)^{-1/2} \\ & - \frac{n_p \tau_c}{\tau_p g_0} \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) \left[(1 + I_2)^{-1/2} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^{(k+l)} (2k+2l-1)!!}{k! (2k+2l)!!} I_1^k I_2^l \right], \end{aligned} \quad (29)$$

其中

$$G_0 = \sigma_i \eta \sqrt{\pi} e^{-\xi^2} g_0, \quad (30)$$

$$g_0 = n^0 \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) + \frac{n_p \tau_c}{\tau_p} \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) \right]. \quad (31)$$

在 τ 与 τ_c 可相比较和高气压 $\eta \gg 1$ 的条件下, 增益系数近似为:

$$\frac{G}{G_0} \approx \frac{n^0 \sigma_i}{G_0} \exp\left(-I_1 - \frac{\tau}{\tau_c} x'\right) + \frac{\sigma_i n_p \tau_c}{\tau_p G_0} \frac{1}{1 + I_2} \left[1 - \exp\left(-I_1 - \frac{\tau}{\tau_c} x'\right) \right] \quad (32)$$

三、 讨 论

i) $\tau/\tau_c \gg 1$ 的情况, 由(22)–(26)式可知, 气体流速不为零 $u \neq 0$. $\tau/\tau_c \gg 1$ 时的增益饱和特性与气体无宏观运动, 即 $\tau/\tau_c \rightarrow \infty$ 时的增益饱和特性^[2]完全一致, 即在低气压 $\eta \ll 1$ 时为非均匀加宽谱线, 增益系数以 $(1 + I_2)^{-1/2}$ 的方式饱和; 高气压 $\eta \gg 1$ 时为均匀加宽谱线, 增益系数以 $(1 + I_2)^{-1}$ 的方式饱和. 这些理论结果的正确性, 当气体介质无宏观运动时已为试验所证实^[2]; 气体介质具有宏观运动时, (22)–(26)式与文献[3–6]的气流与化学激光的增益理论关系相一致. 因此本理论证实了文献[3–6]理论的正确性及其适用范围.

ii) $\tau/\tau_c \ll 1$ 的情况, 由(17)–(21)式可知, 对流以及反转数密度“源流”对谱线加宽和增益饱和具有重要的影响. 十分有趣的是在低气压 $\eta \ll 1$, 即在 Doppler 加宽为主的条件下, 增益并不以非均匀谱线 $(1 + I_1)^{-1/2}$ 的方式而近似以 $E(I_1)$ 的方式饱和; 在高气压 $\eta \gg 1$, 即在碰撞加宽为主的条件下, 增益并不以均匀谱线 $(1 + I_1)^{-1}$ 的方式而近似以 e^{-I_1} 的方式饱和.

图 2 给出增益系数的四条饱和关系曲线, 两条新的关系曲线 $E(I)$ 和 e^{-I} , 两条熟知的饱和关系曲线 $(1 + I)^{-1/2}$ 和 $(1 + I)^{-1}$. 对于低气压 $\eta \ll 1$ 的情况, 弱饱和级 $I \ll 1$ 时, $E(I) \approx (1 + I)^{-1/2}$ 即类似于非均匀谱线的饱和; 随 I 的增大 $E(I)$ 的下降率加快且逐渐趋向 $(1 + I)^{-1}$ 即类似于均匀谱线的饱和. 对于高气压 $\eta \gg 1$ 的情况, 弱饱和级 $I \ll 1$ 时, $e^{-I} \approx (1 + I)^{-1}$, 即类似于均匀谱线的饱和; 随 I 的增大 $e^{-I} < (1 + I)^{-1}$, 故 e^{-I} 曲线的饱和比均匀谱线的饱和还要快. 上述现象的解释是: 当 $\tau/\tau_c \ll 1$ 时, 激励分子因对流而注入光束内的

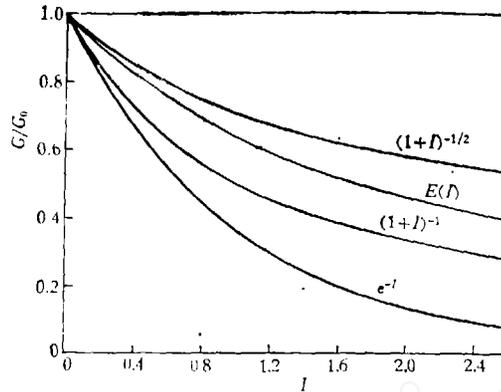


图 2 增益饱和关系曲线

(当 $\tau/\tau_c \ll 1$ 时, 低气压饱和曲线为 $E(I)$, 高压为 e^{-I} ; 当 $\tau/\tau_c \gg 1$ 时, 低气压饱和曲线为 $(1+I)^{-1/2}$, 高压为 $(1+I)^{-1}$)

速率超过碰撞弛豫速率, 反转“源流”分子像“瀑布”一样倾注入光束内并与激光辐射场“等同”地相互作用, 谱线加宽以反转“源流”加宽为主; 对流效应和反转“源流”效应对所有的分子都应是“等同”的, 谱线因而为某种“均匀”谱线形, 增益系数的饱和在低压下要比纯 Doppler 加宽饱和为快, 在高压下要比纯碰撞加宽饱和为快。

iii) τ 与 τ_c 可相比较的情况: 由 (12) 式可知, τ 与 τ_c 可相比较时, 增益饱和过程是反转“源流”加宽饱和、碰撞加宽饱和以及对流-碰撞耦合加宽饱和等三个饱和过程的叠加。一般来说, τ/τ_c 值小, 反转“源流”量 $n^0 \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right)$ 比碰撞泵浦量 $n_p \tau_c / \tau_p$ 大, 则以反转“源流”加宽饱和为主; 反之, τ/τ_c 值大, 反转“源流”量比碰撞泵浦量小, 则以碰撞加宽饱和为主。反转“源流”和碰撞加宽饱和项的分析前面已给出。下面我们讨论对流-碰撞耦合加宽饱和项的特性, 为此需要对 (29) 和 (31) 式作出分析。首先应注意到当 τ 与 τ_c 可相比较时, 饱和级有“两个级”即 I_1 和 I_2 , 且当 $x' = 1$ 时 $I_1/I_2 = \tau/\tau_c$; 饱和强度亦有“两个”即对流加宽饱和强度 $J_{1s} = h\nu/\sigma_r \tau x'$ 和碰撞加宽饱和强度 $J_{2s} = h\nu/\sigma_i \tau_c$ 。对于低气压 $\eta \ll 1$ 的情况, $\tau/\tau_c \ll 1$ 时, (29) 式中的对流-碰撞耦合加宽饱和项可以简化为:

$$-\frac{n_p \tau_c}{\tau_p g_0} (1+I_2)^{-1/2} + O\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right), \quad I_2 = O(1),$$

即当反转“源流”加宽饱和为主时, 对流-碰撞耦合加宽饱和好像是碰撞加宽饱和的“逆过程”。当 $\tau/\tau_c \gg 1$ 时 (29) 式中的对流-碰撞耦合加宽饱和项简化为:

$$-\frac{n_p \tau_c}{\tau_p g_0} \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c} x'\right) E(I_1) + O\left(\frac{\tau_c}{\tau}\right), \quad I_1 = O(1),$$

即当碰撞加宽饱和为主时, 对流-碰撞耦合加宽饱和好像是反转“源流”加宽饱和的逆过程。

对于高气压 $\eta \gg 1$ 的情形, 在 $\tau/\tau_c \ll 1$ 和 $\tau/\tau_c \gg 1$ 的条件下, (32) 式中的对流-碰撞耦合加宽饱和项可以分别简化为

$$-\frac{\sigma_i n_p \tau_c}{\tau_p G_0} \frac{1}{1+I_2} + O\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right), \quad I_2 = O(1)$$

和

$$-\frac{\sigma_i n_p \tau_i}{\tau_p G_0} \exp\left(-I_1 - \frac{\tau}{\tau_c} x'\right) + O\left(\frac{\tau_c}{\tau}\right), \quad I_1 = O(1).$$

因此高压 $\eta \gg 1$ 时的结论与低气压情况类似,即对流-碰撞耦合加宽饱和分别好像是碰撞加宽饱和及反转“源流”加宽饱和的“逆过程”。

对于中等压力的情形,对流-碰撞耦合加宽饱和项同时具有碰撞加宽饱和以及反转“源流”加宽饱和的双重饱和特性,此时耦合加宽饱和过程的饱和级自然也是双重的,即 I_1 和 I_2 , 相应的两个饱和强度为 J_{1s} 和 J_{2s} 。

四、非饱和增益系数

非饱和增益系数或称小信号增益系数 G_0 是指辐射强度近似为零,介质增益特性基本不受辐射场扰动条件下的增益系数,在(9)式中令 $\varphi \rightarrow 0$, 求得非饱和增益系数为:

$$G_0 = \int_0^{\infty} \sigma(\nu, \nu') \left\{ n^0 g(\nu', \nu_0) \exp\left(-\int_0^{\tau x'} \frac{ds}{\tau_c}\right) + \int_0^{\tau x'} \frac{n_p}{\tau_p} g(\nu', \nu_0) \exp\left(\int_{\tau x'}^s \frac{ds'}{\tau_c}\right) ds \right\} d\nu', \quad (33)$$

在 τ_c , τ_p 和 n_p 与 Doppler 表观频率 ν' 无关,泵浦生成粒子以及反转“源流”粒子的频率分布线形为 Gauss 线形的假设下,(33)式可被转换成

$$G_0 = \sigma_i \left[n^0 \exp\left(-\int_0^{\tau x'} \frac{ds}{\tau_c}\right) + \int_0^{\tau x'} \frac{n_p}{\tau_p} \exp\left(\int_{\tau x'}^s \frac{ds'}{\tau_c}\right) ds \right] \times \int_0^{\infty} \frac{\sigma(\nu, \nu')}{\sigma_i} g(\nu', \nu_0) d\nu'. \quad (34)$$

上式右端的频率积分写出为

$$\int_0^{\infty} \frac{\sigma(\nu, \nu')}{\sigma_i} g(\nu', \nu_0) d\nu' = \frac{\eta^2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{-\eta^2 + (\xi - t)^2} dt. \quad (35)$$

由(34)和(35)式可知,受激辐射线形 $\sigma(\nu, \nu')$ 和粒子频率分布线形对非饱和增益系数 G_0 的影响以独立因子的形式出现,因此 G_0 对这两个线形的依赖关系在 τ/τ_c 改变时保持不变, G_0 对频移参数 ξ 和加宽参数 η 的依赖关系在 τ/τ_c 改变时亦保持不变. 这意味着在弱饱和级 $I \ll 1$ 的条件下,增益饱和方式应不随 τ/τ_c 的变化而改变,这可看作是增益饱和关系正确性的一个必要条件. 由上文的分析可知,本文给出的增益系数满足这一必要条件.

五、理论与试验结果^[1,8] 的比较

近来文献[1]对超声速扩散化学激光试验测定了 HF 振动受激跃迁 $P_2(8)$ 光支的频率分布线形,稳频的单频光束在喷管出口下游 0.4 cm 处通过超声速流场增益区,气体静压为 6 Tor,加宽参数 $\eta = 0.02$. 按照增益饱和的熟知理论^[2],同样地按照气流激光增益饱和的已有理论^[3-6],在这样的试验条件下,谱线应是以 Doppler 加宽为主的非均匀线形,应出现“烧孔”,增益系数应以 $(1 + I)^{-1/2}$ 的方式饱和. 但是试验文献[1]表明:谱线近似为均匀线形,无明显的“烧孔”出现,增益测量也不符合 $(1 + I)^{-1/2}$ 的饱和规律. 这一“反常”的加宽饱和现象显然与本文理论在 $\tau/\tau_c \ll 1$ 条件下的结果相符合. 对文献[1]的试验条件, τ 约为 10^{-6} 秒量级, τ_c 约为 10^{-9} 秒量级. 文献[1]的增益测量结果在图 3 引用,测量增益与理论增益关系(见

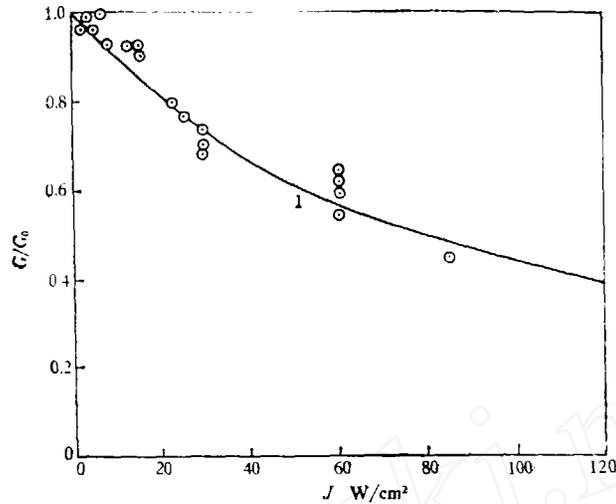


图 3 增益理论与试验结果之比较

(文献[1])试验: 超声速扩散 HF 化学激光距喷管出口截面 0.4 cm 处, $P_2(8)$ 光支单模饱和, 气压 6 Torr, 加宽参数 $\eta = 0.02$. ——为本文理论, \circ 为文献 [1] 试验, 曲线 1 为 $F(J/J_s)$, $J_s = 45 \text{ W/cm}^2$

(20)式)相符合, 理论增益曲线相应的线形中心的饱和强度 $J_s \approx 45 \text{ W/cm}^2$. 分析文献[1]的增益测量结果(参看图 3)可以看出, 弱饱和级 $I \ll 1$ 时, 饱和较慢(显然比均匀线形的饱和慢), 随 I 的增大饱和加快, 利用均匀或非均匀线形的单一饱和方式来描述它们均不很恰当, 而关系 $E(I)$ (见(20)式)随 I 变化的规律与增益测量值随 I 变化的规律^[1]比较一致.

关于对流效应对饱和强度的影响, CO_2 气流激光的饱和强度测量^[8]表明: 随气流速度以及探测光束直径的变化, CO_2 气流激光饱和强度的测量值约在 22—100 W/cm^2 的范围内变化^[8]. 气流速度越大, 探测光束直径越小, 饱和强度的测量值越大. 气体激光增益饱和的熟知理论^[2]以及气流激光增益饱和的已有理论^[3-6]均不能解释这一试验结果. 本文理论与饱和强度变化的试验结果也是相符的. 由(12)式可知, 当 τ 从很大于 τ_c 减小到很小于 τ_c 值时, 饱和强度由 $h\nu/\sigma_i\tau_c$ 增大为 $h\nu/\sigma_i\tau$, 这里取 $x' = 1$; 这一现象仍可用对流加宽的概念来解释, 即当激励分子因对流而离开探测光束的速率可与碰撞弛豫速率相比较时, 激励分子“去激励”的有效速率增大, 因而饱和强度增大. 该理论结果也与气体激光对流效应的有关理论结果^[8,10]相一致.

总之, 当 τ 与 τ_c 可相比较时, 不仅饱和强度的值将因对流效应而增大, 而且谱线形、谱线加宽以及增益系数的饱和方式也将因反转“源流”以及对流效应而发生显著的变化.

美航宇公司高级科学家 R. W. F. Gross 博士将他们正待发表的论文送给作者, 我们就此题目作了很有益的学术交谈, 对此深表感谢.

附 录

积分 $F(\xi, \eta, I)$ 的幂级数展开式

文中(17)式右端的积分 $F(\xi, \eta, I)$ 为

$$F(\xi, \eta, l) = \frac{\eta^2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\eta^2 + (\xi - t)^2} \exp \left[-t^2 - \frac{\eta^2 l}{\eta^2 + (\xi - t)^2} \right] dt, \quad (A-1)$$

对低气压 $\eta \ll 1$ 的情况, 做如下变换

$$t = \eta u + \xi, \quad (A-2)$$

则有

$$\begin{aligned} F(\xi, \eta, l) &= \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + u^2} \exp \left[-(\eta u + \xi)^2 - \frac{l}{1 + u^2} \right] du \\ &= \eta \operatorname{Im} Z(\xi + i\eta) + \frac{2\eta e^{-\xi^2}}{\sqrt{\pi}} \lim_{X \rightarrow \infty} \int_0^X \exp(-\eta^2 u^2 - 2\xi\eta u) \\ &\quad \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{l^k}{(1 + u^2)^{k+1}} du \\ &= \eta \operatorname{Im} Z(\xi + i\eta) + \eta \sqrt{\pi} e^{-\xi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-1)!!}{k! (2k)!!} l^k \\ &\quad - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi \eta^2 e^{-\xi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{l^k}{k} \\ &\quad - \eta^3 \sqrt{\pi} (1 - 2\xi^2) e^{-\xi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k-3)!!}{k! (2k)!!} \frac{l^k}{k} + O(\eta^4), \end{aligned} \quad (A-3)$$

其中 $\operatorname{Im} Z(\xi + i\eta)$ 指等离子体色散函数 $Z(\xi + i\eta)$ 的虚部^[1]

$$\begin{aligned} Z(\xi + i\eta) &= \frac{2(\xi + i\eta)}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{t^2 - (\xi + i\eta)^2} dt = i \sqrt{\pi} \exp[-(\xi + i\eta)^2] \\ &\quad + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{2^{(k+1)}}{(2k+1)!!} (\xi + i\eta)^{(2k+1)}. \end{aligned} \quad (A-4)$$

对高气压 $\eta \gg 1$ 的情况

$$\begin{aligned} F(\xi, \eta, l) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \left[1 + \left(\frac{t - \xi}{\eta} \right)^2 \right]^{-1} \exp \left\{ -t^2 - l \left[1 + \left(\frac{t - \xi}{\eta} \right)^2 \right]^{-1} \right\} dt \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \lim_{X \rightarrow \infty} \int_0^X \left[\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{t - \xi}{\eta} \right)^{2k} \right] \exp \left[-t^2 - l \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left(\frac{t - \xi}{\eta} \right)^{2m} \right] dt \\ &= \exp(-l) \left[1 + \frac{(l-1)}{\eta^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi + \xi^2 \right) \right] + O(\eta^{-4}), \end{aligned} \quad (A-5)$$

参 考 文 献

- [1] Gross, R. W. F. and Coffey, J. F., In *The Proceedings of Fourth International Symposium on Gas Flow and Chemical Lasers*. Italy, Sept., 1982.
- [2] Maitland, A. and Dunn, M. II., *Laser Physics*, Amsterdam North-Holland Pub. Co., 1969.
- [3] Gao Zhi, in *The Proceedings of The First Asian Congress of Fluid Mechanics*, Dec., 1980, India.
- [4] Gao Zhi, in *The Proceedings of the International Conference on lasers' 81*, Dec., 1981, New Orleans, U. S. A.
- [5] 高智, 鄂学全, 中国科学A辑 1982, 1:46.
- [6] Mirels, H., *AIAA J.*, **17** (1979), 478.
- [7] Gross, R. W. F. and Bott, J. F. (Eds.), *Handbook of Chemical Lasers*, John Wiley, New York, 1976.
- [8] Demaria, A. J., *Proc IEEE.*, **61** (1973), 731.
- [9] Fried, B. D. and Conte, S. D., *The Plasma Dispersion Function*, Academia Press, Inc., New York, 1961.
- [10] 高智, 力学学报, **5**(1981), 300.