

可瘪管定常流动突变

陶 祖 莱

(中国科学院力学研究所, 北京)

丁 启 明 席 葆 树

(清华大学工程力学系, 北京)

摘 要

本文从较一般情况出发, 提出了可瘪管定常流动突变的力学模型, 导出了突变临界条件, 分析了流体粘性、重力和外压轴向梯度的影响, 讨论了几种简单情况。进而就其中的两种做了模型实验。结果表明, 所得突变条件是合理的。

一、引 言

对于可瘪管流动来说, 生理学和医学上感兴趣的是在管道被压瘪或开启的过程中流动性状的异常变化, 包括异常的压差—流量关系, 流动不稳定性和自激振荡现象。实验表明^[1,2], 存在两类变化: 渐变(连续变化)和突变(间断)。以往的研究集中于渐变, 很少涉及突变^[3]。在进一步研究突变规律之前, 需要澄清两个问题: 1) 可瘪管流动突变现象在体内有无可能发生? 2) 这种突变的物理本质是什么? 这都和突变发生的条件有关。

Pedley^[3] 从 Conrad 等人^[4] 的实验出发, 提出了一个关于可瘪管定常流动的集中参数模型, 并由此导出突变条件为:

$$\mathcal{R}_2 < p_e \left(1.5 \frac{K_p}{\rho} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

这里, \mathcal{R}_2 是可瘪管下游管道的集中流阻, p_e 是外压, K_p 是可瘪管的截面刚度。

显然, 把流动发生突变的条件归结为下游流阻、外压和截面刚度模糊了突变的物理本质。实验证明^[2], 无论管路中有无集中流阻, 都有可能观察到突变现象。此外, 导出上述结果的集中参数模型中, 动量关系的简化不大合理。

鉴于此, 有必要在比较一般的情况下, 研究可瘪管流动突变的条件。本文从理论和模型实验两方面对此作了探讨。

二、理论分析

可瘪管流动突变的条件涉及两方面, 一是弹性薄壁圆管受压失稳, 这是流动发生突变的前提, Flaherty 等^[5] 对此作过详尽的分析; 二是管壁失稳时, 流动发生突变的条件。本文将讨论

本文 1983 年 2 月 5 日收到, 1984 年 3 月 9 日收到修改稿。

后者。

无论生理流动还是模型实验, 局部压瘪的管道在最小截面下游总是扩张的。故可取控制体, 如图 1 所示。假设:

1. 流体不可压缩, 流动是一维的;
2. 薄壁弹性圆管, 纵向刚度可以忽略不计, 故其力学性质可用管律描述。

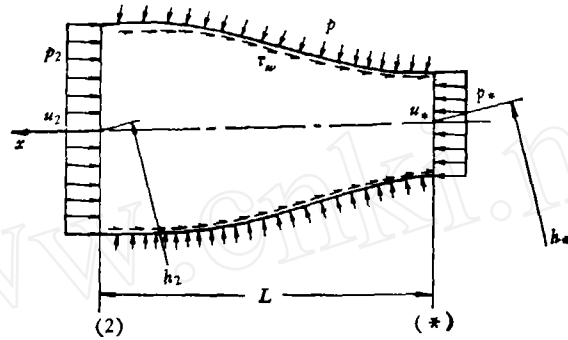


图 1 可瘪管定常流动突变模型示意

这样, 控制流动的基本方程为:

质量守恒:

$$A_* u_* = A_2 u_2 \quad (1)$$

动量定理:

$$\begin{aligned} & \rho A_2 u_2^2 + \rho g h_2 - \rho A_* u_*^2 - \rho g h_* \\ & = p_* A_* + \int_{A_*}^{A_2} p(A) dA - p_2 A_2 - \int_{x_*}^L \tau_w(x) dA_w \end{aligned} \quad (2)$$

管律:

$$\begin{aligned} \frac{p - p_c}{K_p} &= f(\alpha), \quad \alpha = \frac{A}{A_0}, \\ K_p &= \frac{E}{12(1 - \sigma^2)} \left(\frac{\delta}{R_0} \right)^3. \end{aligned} \quad (3)$$

边界条件:

$$\left. \begin{aligned} x = x_*: \quad & u_* A_* = Q = u_0 A_0 = \text{const}, \\ x = L: \quad & p_2 = p_0 + \frac{1}{2} (\lambda - 1) \rho u_0^2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

这里, ρ ——流体密度, A ——管截面积, u ——流速, g ——重力加速度, h ——相对于某一参加水平面的高度, p ——流体压力, τ_w ——壁面切应力, dA_w ——微管段侧面积, x_* ——最小截面(喉部)位置, L ——管长, E ——杨氏模量, σ ——泊松比, δ ——管壁厚度, A_0 —— $p = p_c$ 时的截面积, $A_0 = \pi R_0^2$; Q ——流量, $u_0 = \frac{Q}{A_0}$; p_b ——下游端负载, λ ——可瘪管下游管道摩擦阻力系数。足标 * 和 2 分别表示喉部和下游出口端。

由 (3) 式可得弹性波波速 (c) 公式:

$$c^2 = \frac{Ad(p - p_c)}{\rho dA} = \frac{K_p}{\rho} \alpha \frac{df}{d\alpha}, \tag{5}$$

以 $L, c, \rho u_0^2$ 和 H (特征高度) 为参考, 令

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}, \quad \bar{p} = \frac{p}{\rho u_0^2}, \quad \Lambda = \frac{u_0}{c}, \quad \bar{h} = \frac{h_2 - h_*}{H}, \quad \bar{p}_c = \frac{p_c}{\rho u_0^2} \\ c_f &= \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u_0^2}, \quad D = \frac{4Adx}{LdA_w}, \quad F_r = \frac{\sqrt{gH}}{u_0} \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

则由方程 (1)–(3) 可得:

$$\begin{aligned} \alpha_2 \bar{p}_{c_2} + \int_{\alpha_2}^{\alpha_*} \alpha \frac{d\bar{p}_c}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{d\alpha} \cdot d\alpha + \frac{\alpha_2 f(\alpha_2)}{\Lambda_2^2 f'(\alpha_2)} + \int_{\alpha_2}^{\alpha_*} \Lambda^{-2}(\alpha) d\alpha \\ = \alpha_2 \bar{p}_2 + \frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_*} + F_r^2 \bar{h} + 2 \int_{\xi_*}^1 \frac{c_f(\alpha)}{\alpha} \frac{d\xi}{D} \end{aligned} \tag{7}$$

若在管道被压瘪(或开启)过程中, 方程(7)始终只有一个实根, 则过程是渐变(连续)的; 若方程(7)具有一个以上的实根, 则压瘪(或开启)时, 流动性状可能发生突变。

今以 $G(\alpha_*)$ 表示方程(7)左端, $F(\alpha_*)$ 表示其右端。方程(7)的实根就是曲线 $G(\alpha_*)$ 与 $F(\alpha_*)$ 的交点。 $F(\alpha_*)$ 表征流动规律, 而 $G(\alpha_*)$ 的特性决定于管律。

图 2 是薄壁乳胶管的管律^[6]。可见 $f(\alpha)$ 具有以下特性:

- (1) $\alpha \rightarrow \infty, f(\alpha) \rightarrow +\infty, \alpha \rightarrow 0, f(\alpha) \rightarrow -\infty$;

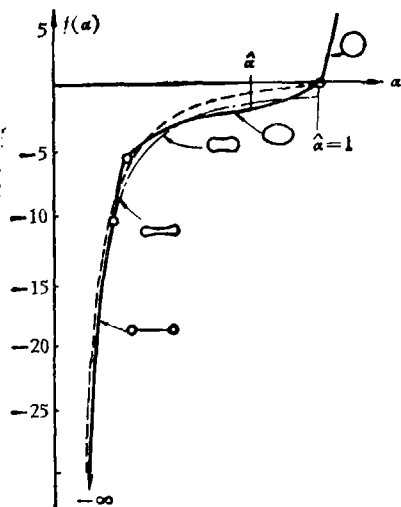


图 2 薄壁乳胶管管律^[6]

- 为实验结果,
- · - 为 $f(\alpha) = -\alpha^{-3/2}$,
- 为 $f(\alpha) = 1 - \alpha^{-3/2}$

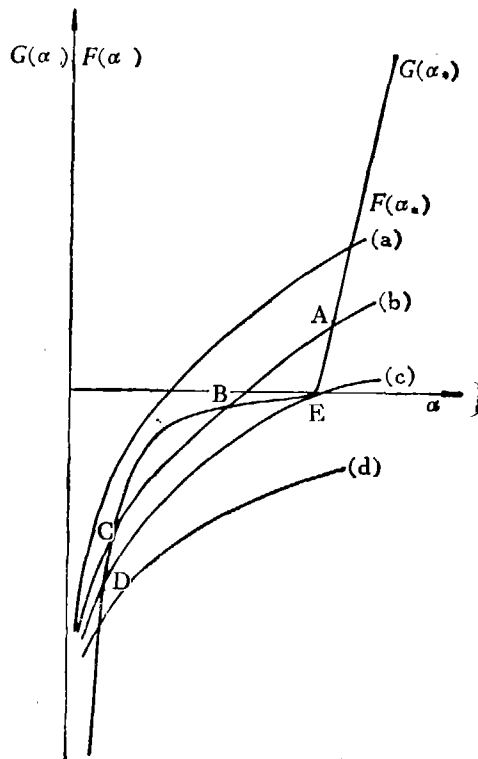


图 3 $F(\alpha_*)$ 与 $G(\alpha_*)$ 相交的三种情形

$$(2) 0 < \alpha < \infty, \frac{\partial f}{\partial \alpha} > 0;$$

$$(3) \alpha = \hat{\alpha}, \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} = 0, \hat{\alpha} \lesssim 1, 0 < \alpha < \hat{\alpha}, \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} < 0, \hat{\alpha} < \alpha < \infty, \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} > 0.$$

据此, 由方程 (7) 可知 $\alpha_* \rightarrow \infty$ 时, $G(\alpha_*) \rightarrow \infty$, 而 $F(\alpha_*) \rightarrow$ 常数, 故 α_* 较大时 $G(\alpha_*) > F(\alpha_*)$. 当 $\alpha_* \rightarrow 0$, 即管道几乎被完全压瘪时, 实验证明流动总是稳定的, 故在 $\alpha_* = 0$ 附近 $G(\alpha_*)$ 与 $F(\alpha_*)$ 至少有一个交点, 即 α_* 很小时 $G(\alpha_*) < F(\alpha_*)$. 由于 $f(\alpha)$ 呈 S 形, $G(\alpha_*)$ 和 $F(\alpha_*)$ 也可能有两个或三个交点, 如图 3 中曲线 (b), (c) 所示. 当管被压瘪时, 流动状态可从 A (亚临界圆管流动) 跃迁到 B (椭圆或双凹管, 超临界流动) 或 C (双隧道管, 亚临界流动). 流动发生突变, 出现分叉现象. 图 3 中曲线 (c) 相当于突变临界情况. G 与 F 两次相遇, 一为交点 D, 一为切点 E. 显然, E 点应为 $f(\alpha)$ 的拐点. 这样突变条件为:

$$\left[\frac{\partial G}{\partial \alpha_*} \right]_{\alpha_*=\hat{\alpha}} = \left[\frac{\partial F}{\partial \alpha_*} \right]_{\alpha_*=\hat{\alpha}}, \quad (8)$$

与方程 (7) 相结合, 得突变临界条件:

$$\Lambda_{cr} = \left[\frac{u_0}{c(\hat{\alpha})} \right]_{cr} = \hat{\alpha} (1 - B_1 \hat{\alpha} + B_2 \hat{\alpha}^2 - B_3 \hat{\alpha}^3)^{-\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

这里,

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= 2c_f(\hat{\alpha}) \left[D \cdot \frac{d\alpha_*}{d\xi} \right]_{\xi_*}^{-1}, \\ B_2 &= F_r^2 \left[\frac{\partial \bar{h}}{\partial \alpha_*} \right]_{\alpha_*=\hat{\alpha}}, \\ B_3 &= \left[\frac{dp_c}{d\xi} \cdot \left(\frac{d\alpha_*}{d\xi} \right)^{-1} \right]_{\xi_*}, \\ c(\hat{\alpha}) &= \frac{K_p}{\rho} \hat{\alpha} \left[\frac{df}{d\alpha} \right]_{\alpha=\hat{\alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

可见, 当管律一定时, 突变临界条件受流体粘性、重力、外压轴向梯度等因素影响.

1. 重力影响

当管道在自然状态 (即在远离下游刚性接头处) 被压瘪时, $|\Delta h| = |h_2 - h_*|$ 总是随 α_* 减小而增大的. 故若重力使流动加速 (即 $\Delta h < 0$), 则 $\frac{\partial \bar{h}}{\partial \alpha_*} > 0$, $B_2 > 0$, 临界速度比 Λ_{cr} 降低; 若重力使流动减速 (即 $\Delta h > 0$), 则 $B_2 < 0$, Λ_{cr} 增大.

当管道在下游刚性接头附近被压瘪时 (如模型实验 I), Δh 随 α_* 的变化可以不计, $B_2 \approx 0$, 方程 (9) 变为:

$$\Lambda_{cr} = \hat{\alpha} (1 - B_1 \hat{\alpha} - B_3 \hat{\alpha}^3)^{-\frac{1}{2}}, \quad (11a)$$

突变临界条件与重力无关.

2. 外压梯度影响

生理流动情况下, 管道往往因局部外压过高而被压瘪, 此时 $p_c(x) \approx$ 常数. 但在压瘪部位下游, $p_c(x)$ 迅速减小并趋于正常, 管道重新扩张. 量血压时肱动脉的情况就是这样. 此时 $\frac{dp_c}{dx} < 0$, 而 $\frac{d\alpha}{dx} > 0$, 故 $B_3 < 0$, Λ_{cr} 降低. 换言之, 外压的沿流动方向减小, 将使突变 '提

前'。反则相反。这一点对生理可瘪管流动是有意义的。

若 $p_c = \text{常数}$, 则 $B_3 = 0$, (9) 式简化为

$$\Lambda_{cr} = \hat{\alpha}(1 - B_1\hat{\alpha} + B_2\hat{\alpha}^2)^{-\frac{1}{2}}. \quad (11 b)$$

3. 粘性效应

局部压瘪管道下游一般是扩张的, 即 $\frac{d\alpha}{d\xi} > 0$. 而 c_f 恒为正, 故 $B_1 > 0$, 即粘性效应总是使 Λ_{cr} 提高, 突变推迟。

若管道在最小截面下游迅速扩张, $\frac{d\alpha}{d\xi} \gg 1$, c_f 本身又很小, 故此时 $B_1 \ll 1$, (9) 式可简化为:

$$\Lambda_{cr} = \hat{\alpha}(1 + B_2\hat{\alpha}^2 - B_3\hat{\alpha}^3)^{-\frac{1}{2}}. \quad (11 c)$$

若管道接近于水平位, $p_c = \text{常数}$, 则 (11 c) 可进一步简化为:

$$\Lambda_{cr} = \hat{\alpha}. \quad (11 d)$$

因 $\hat{\alpha} < 1$, $c(\hat{\alpha}) = c_{\min} \ll c(1_+)$, 故突变临界条件在生理范围内是可能达到的。例如, 存在流量极限的生理流动(如呼气、排尿等)就可能发生流动突变。

对于薄壁乳胶管, 实验表明 $\hat{\alpha} \simeq 1_-$, 则 (9) 式可简化为:

$$\Lambda_{cr} = (1 - B_1 + B_2 - B_3)^{-\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

最简单情形下, (12) 式可变为:

$$\Lambda_{cr} = 1, \text{ 或 } u_{0,cr} = \hat{\epsilon}_0. \quad (13)$$

这里

$$\hat{\epsilon}_0 = c(1_-) = \lim_{\alpha \rightarrow 1_-} \left[\frac{K_p}{\rho} \cdot \alpha \frac{df}{d\alpha} \right]. \quad c(1_-) \ll c(1_+).$$

由此可见, 可瘪管流动突变的物理本质在于流动惯性(流体动能)和失稳管壁弹性(变形位能)相耦合而引起的不稳定性。

三、几种简单流动

下面讨论几种简单的情形, 设 $\hat{\alpha} = 1_-$, $\alpha_2 = 1$.

1. 水平流动, $p_c = \text{常数}$. 由方程(9)可得:

$$\Lambda_{cr} = (1 - B_1)^{-\frac{1}{2}} \quad (14 a)$$

模型实验时可瘪管下游接刚性管, 管道总是在下游端附近首先被压瘪, 此时 $\frac{d\alpha}{d\xi} \gg 1$, 突变条件可简化为方程(13).

突变时流动服从以下关系

$$\bar{p}_2 - \bar{p}_c = \frac{1}{\alpha_*} - 1 + \int_1^{\alpha_*} \Lambda^{-2}(\alpha) d\alpha - 2 \int_{\xi_*}^1 \frac{c_f}{\alpha} \frac{d\xi}{D} \quad (15 a)$$

若设

$$f(\alpha) = 1 - \alpha^{-\frac{n}{2}} \quad (16)$$

则 (15 a) 式变为

$$(\bar{p}_2 + \bar{\Lambda}^2 + n)\alpha_* - n\sqrt{\alpha_*} - \bar{\Lambda}^2 = 0. \quad (17 a)$$

这里 $\tilde{p}_2 = (p_2 - p_c)/\kappa_c$, $\tilde{\Lambda}^2 = \left(\frac{u_0}{\tilde{c}_0}\right)^2$, $\tilde{\kappa}_c^2 = \frac{K_p}{\rho}$. 据此, 由测得的 p_2, p_c 可算出 p_* .

2. 垂直管流动, $p_c =$ 常数. 腔静脉、气管和输尿管里的流动与此相近. 其临界条件为

$$\Lambda_{cr} = (1 - B_1 + B_2)^{-\frac{1}{2}} \quad (14 b)$$

(1) $p_2 \neq p_c$, 约束突变(如模型实验 I 和 III) 属此. 此时:

$$\bar{p}_2 - \bar{p}_c = \frac{1}{\alpha_*} - 1 - F^2 \bar{h} + \int_1^{\alpha_*} \Lambda^{-2}(\alpha) d\alpha - 2 \int_{\xi_*}^1 \frac{c_l}{\alpha} \frac{d\xi}{D}; \quad (15 b)$$

(2) 在 $x = x_2$ (x_2 是可变的) 处, $p_2 = p_c$. 自然突变属此. 这时

$$\frac{1}{\alpha_*} - 1 - F^2 \bar{h} + \int_1^{\alpha_*} \Lambda^{-2}(\alpha) d\alpha - 2 \int_{\xi_*}^1 \frac{c_l}{\alpha} \frac{d\xi}{D} = 0, \quad (15 c)$$

此时 α_* (因而 p_*) 与下游压力 (p_2) 无关.

3. $p_c(x) \neq$ 常数, $p_{c2} = p_2$. 这种情况在生理和医学上是比较常见的. 通常 $\frac{dp_c}{dl} < 0$, 且 $\left|\frac{dp_c}{dx}\right| \gg 1$, 因而 $\frac{d\alpha}{dx} \gg 1$. 故与 B_3 相比, B_1, B_2 往往可不计. 这样突变条件简化为

$$\Lambda_{cr} = (1 - B_3)^{-\frac{1}{2}} \quad (14 c)$$

可见, 即使管壁弹性波速比较高, 只要 $\left|\frac{dp_c}{dx}\right|$ 足够大, 在生理范围内也可能发生流动突变. 这一点很有实际意义.

此时, $p_c(x_*) = p_{c,max}$.

$$\bar{p}_2 - \bar{p}_{c,max} = \frac{1}{\alpha_*} - F^2 \bar{h} + \int_1^{\alpha_*} \Lambda^{-2}(\alpha) d\alpha - 2 \int_{\xi_1}^1 \frac{c_l(\alpha)}{\alpha} \frac{d\xi}{D}. \quad (15 d)$$

四、实验研究

1. 实验方法

相应于上述三种流动之 1, 2, 做了三种模型实验. 图 4 为模型实验的梗概.

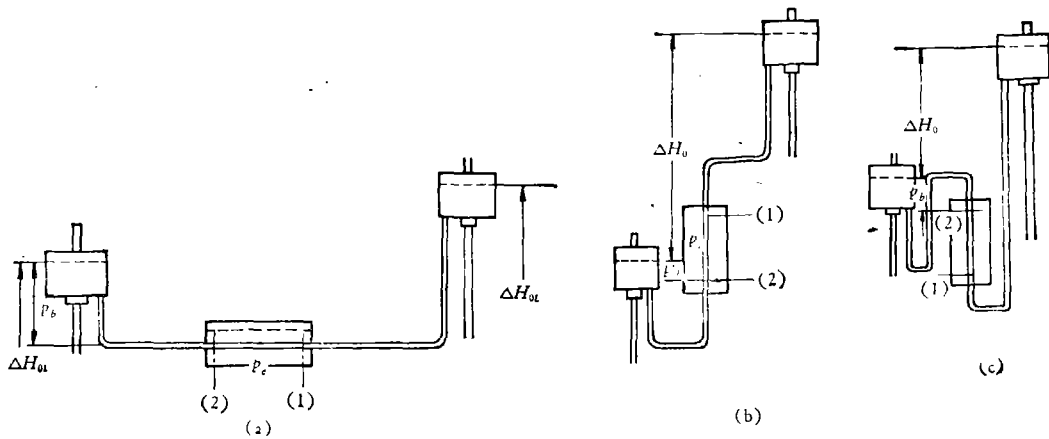


图 4 三种实验梗概

(a) 实验模型 (I) (b) 实验模型 (II) (c) 实验模型 (III)

实验段是薄壁乳胶管,安装在直径为 1.5 cm 的钛合金管上。探头间距 49.0—55.5 cm。实验段用有机玻璃箱密封,其容积约 6917 cm³。二者容积比约 0.015。实验 (I) 密封箱内充水;实验 (II), (III) 箱内充空气,以保证 $p_c = \text{常数}$ 。

实验段材料的力学性质^D 见文献 [1]。实验段参数列于表 1。

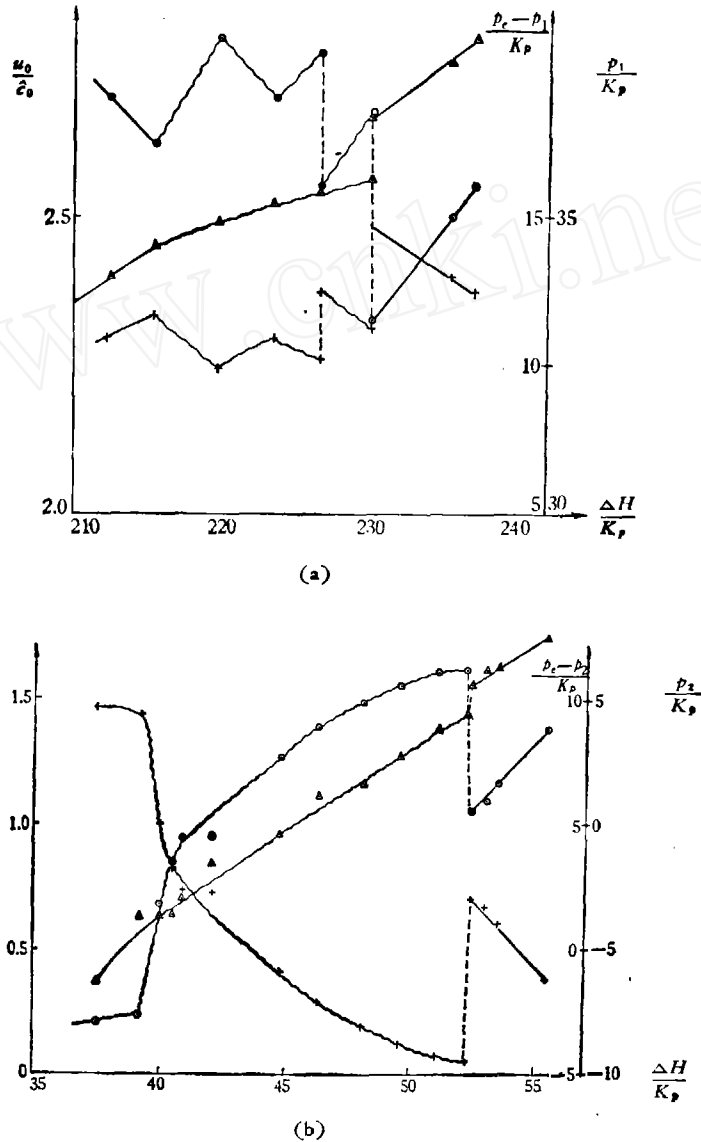


图 5 $p_c = \text{常数}$ 时, $\frac{p_1}{K_p}$, $\frac{u_0}{\epsilon_0}$, $\frac{p_c - p_1}{K_p}$ 随 $\frac{\Delta H_c}{K_p}$ 的变化, 实验 (II)

⊙ 为 p_1/K_p , Δ 为 u_0/ϵ_0 , + 为 $(p_c - p_1)/K_p$, --- 为突变, ~ 为振荡, — 为定常流。

(a) 自然突变 ($\frac{p_1}{K_p}$), $\frac{p_c}{K_p} = 47.94$, $\frac{p_1}{K_p} = 48.95$, (b) 约束突变 ($\frac{p_1}{K_p}$)

1) 夏靖友、余建伟、席葆树、陶祖荣, 清华大学, 毕业论文, 1982。

测量方法及实验过程见文献[1,2].

表 1 实验段参数

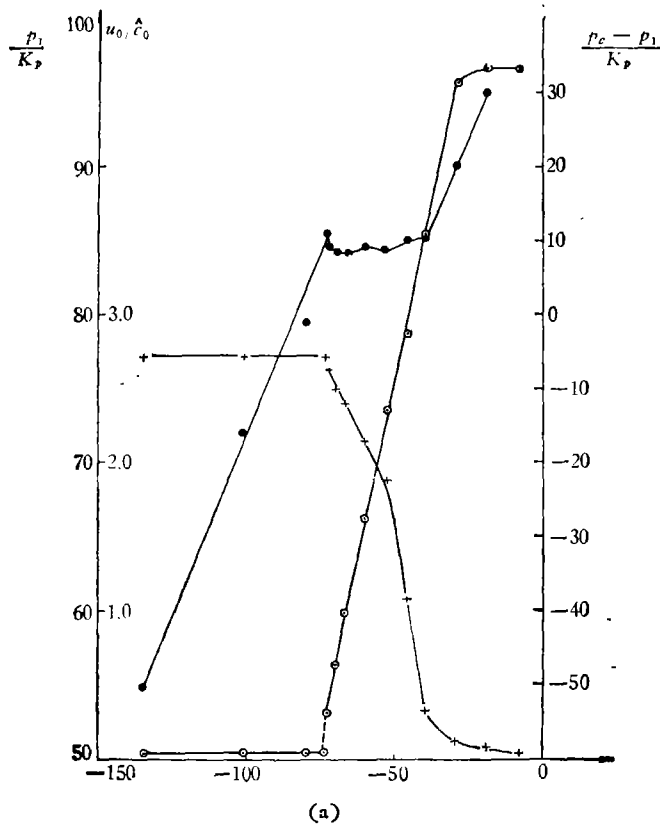
| 管 道 | h/R_0 | $K_p(\text{dyn/cm}^2)$ | $\bar{c}_0(\text{cm/s})$ | $\hat{c}_0(\text{cm/s})$ |
|-----|---------|------------------------|--------------------------|--------------------------|
| A | 0.063 | 397.20 | 19.93 | 33.68* (59.08)* |
| B | 0.065 | 421.00 | 20.52 | 34.68 (60.83) |
| C | 0.100 | 1533.00 | 39.15 | 66.16 |
| D | 0.104 | 1838.88 | 42.88 | 72.47 |

注. () 中数字为具有中等初始拉伸时的结果, 带*号为取自夏靖友、余建伟、席葆树、陶祖莱清华大学毕业论文, 1982.

2. 结果与讨论

(1) 流动突变的性状

确如文献[2]所述, 存在两种突变, 即发生于下游端附近的约束突变和远离下游刚性接头的自然突变. 图 5 是 $p_c = \text{常数}$ 时, ΔH_0 小扰动引起的流动参数的变化. 其中 (a) 相应于自然突变, (b) 相应于约束突变. 图 6 是 $\Delta H_0 = \text{常数}$ 时流动参数随 p_c 的变化. (a) 相应于无约束突变但有自然突变的情形; (b) 为渐变. 从图来看二者差别不十分显著. 为区别二者, 图 7 给出了 $\frac{\partial p_1}{\partial p_c}$ 随 p_c/K_p 的变化, 显然二者的差别主要在于 $\left(\frac{dp}{dp_c}\right)_{\text{突变}} \gg \left(\frac{\partial p}{\partial p_c}\right)_{\text{渐变}}$.



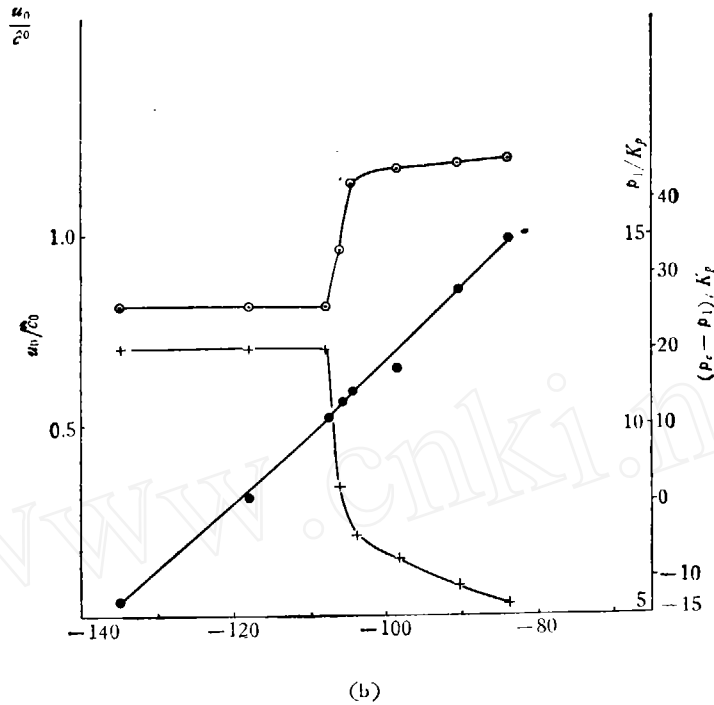


图 6 $\Delta H_0 =$ 常数时, $\frac{p_1}{K_p}$, $\frac{u_0}{c_0}$, $\frac{p_e - p_1}{K_p}$ 随 $\frac{p_e - p_b}{K_p}$ 的变化. 实验 (II)

○ 为 p_1/K_p , ● 为 $(p_e - p_1)/K_p$, + 为 u_0/c_0 .

(a) 自然突变, $\frac{\Delta H_0}{K_p} = 90.89$, $\frac{p_b}{K_p} = 125.63$,

(b) 渐变, $\frac{\Delta H_0}{K_p} = 9.82$, $\frac{p_b}{K_p} = 125.63$.

(2) 突变条件

如前所述,可瘪管流动发生突变的条件有二,其最简形式为:

$$\left[\frac{u_0}{c_0} \right] = 1$$

$$\left[\frac{p_e - p_b}{K_p} \right] \geq p_{cr} = \begin{cases} 3.0 & \text{圆柱形管} \\ 1.5 & \text{椭圆截面管} \end{cases}$$

这两个条件在图 8 中以一和一·一表示. 该图同时给出了突变即将发生时测得的 $\frac{u_0}{c_0}$, $\frac{p_e - p_1}{K_p}$ (对自然突变, N. C.) 和 $\frac{p_e - p_2}{K_p}$ (对约束突变, C. C.) 图中 G. C. 表示渐变, N. C. non 和 C. C. non 分别表示没有自然突变和没有约束突变,但流动不稳定(有振荡).

由图 8 可见,不论那一种模型,也不论是自然突变还是约束突变,突变均发生于 $\frac{p_e - p_b}{K_p} > p_{cr}$ 且 $\frac{u_0}{c_0} > 1$ 的区域. 凡不能同时满足以上两个条件的,流动不会发生突变. 看不出重力对临界条件有什么影响. 故实验结果与理论条件定性一致.

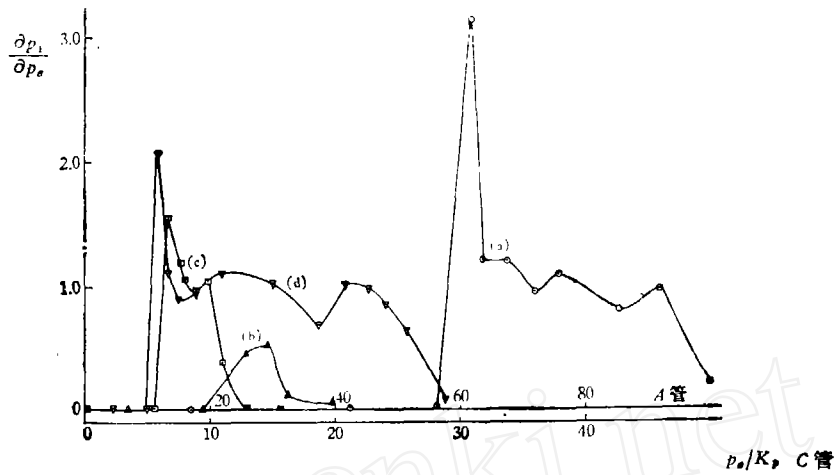


图 7 $\frac{\partial p_1}{\partial p_e}$ 随 $\frac{p_e}{K_p}$ 的变化, $\Delta H_0 = \text{常数}$, 实验 (II)

- (a) \circ 为 $\frac{\Delta H_0}{K_p} = 90.89, \frac{p_0}{K_p} = 125.63$ 自然突变, } A管
- (b) \triangle 为 $\frac{\Delta H_0}{K_p} = 9.82, \frac{p_0}{K_p} = 125.63$ 渐变, }
- (c) \square 为 $\frac{\Delta H_0}{K_p} = 77.79, \frac{p_0}{K_p} = 125.63$ 自然突变, }
- (d) ∇ 为 $\frac{\Delta H_0}{K_p} = 50.10, \frac{p_0}{K_p} = 3.33$ 自然突变 C管.

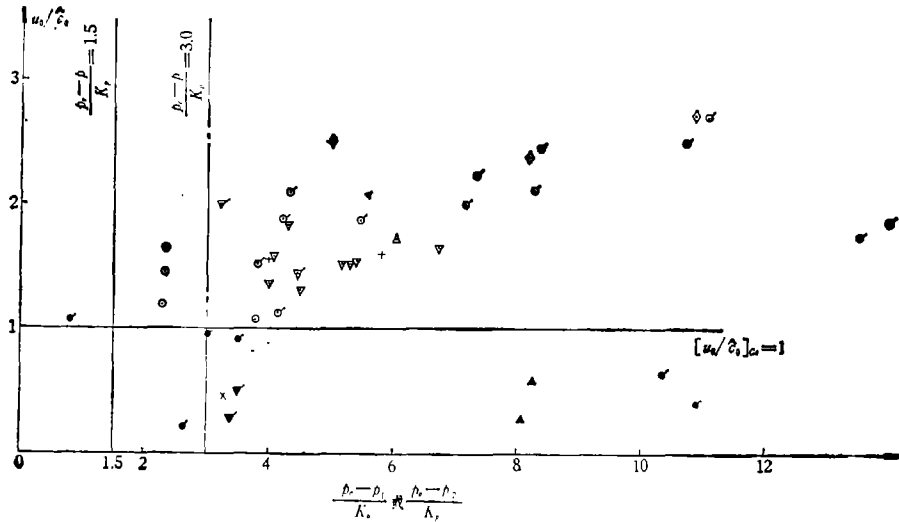


图 8 突变即将发生时流动参数测量结果和理论条件的比较

- ∇ } C.C. \blacktriangledown } G.C. 实验 (I) \triangle } C.C. \blacktriangle } G.C. 实验 (III)
- \diamond } N.C. \bullet } N.C. non $+$ } C.C. \times } G.C. 实验 (II)
- \circ } C.C. non \ominus } C.C.

五、结 语

基于一个简单的力学模型,本文建立了可瘪管定常流动突变的临界条件,讨论了它的物理

本质,并和模型实验的结果作了比较,二者定性一致.结果表明,这种流动突变在生理条件下是可能发生的,应予重视.

本文未计及轴向弯曲刚度、轴向初始应力及流动三维性的影响,应予进一步研究.另外,相应于简单流动 3 的模型实验也有待进行.

谨向冯元桢教授、谈镐生教授、郑哲敏教授致谢.

参 考 文 献

- [1] Tao, Z. L. and Xi, B. S., *Proceedings of the 2th Asian Conference on Fluid Mechanics*, 1983.
- [2] Tao, Z. L. et al., *Proceedings of the 1th Chinese-American-Japanese Conference on Biomechanics*, 1983.
- [3] Pedley J., *Fluid Mechanics in Large Vessels*, 1980.
- [4] Conrad, W. A., *IEEE Trans. Bio-Med. Eng.*, 16(1969), 284.
- [5] Flaherty, J. E. et al., *S. I. A. M. Journal of Applied Mathematics*, 23(1972), 446.
- [6] Shapiro, A. H., *Proceedings of the 6th Canadian Congress of Applied Mchanics*, 1977.