

# 气体放电中电子能量分布的一种测定方法 ——二阶微分网络法\*

A Method for Measuring Electron Energy Distribution in Gaseous Discharge  
—Second-Order Differential Network Method

周光地 杨明江 胡昌信

(中国科学院力学研究所)\*\*

【提要】 本文在 Smithers 的一阶导数作图法的基础上，提出了用电探针的二阶微分线路同时记录探针电流对电压的关系曲线以及它的一阶、二阶导数曲线的方法。它可用于测定低气压电激励激光器和其它弱电离等离子体中的电子能量分布。由于它结构简单，性能可靠，适于在一般实验条件下采用。

Abstract: Based on Smithers' graphical method for derivatives, a second-order differential circuit has been introduced for the electric probe to record at the same time the curve of current versus voltage, and its first and second derivative curves. this method can be used to measure the electron energy distribution in low pressure gas lasers and other weakly ionized plasmas. With simple construction and reliable performance, it is suitable for general experimental conditions.

## 一、引 言

电子能量分布函数是研究电激励气体激光器微观过程的很重要的微观参数。目前实验测定放电气体中的电子能量分布函数  $f(E)$ ，主要采用电探针的 Druyvesteyn 方法<sup>(2)</sup>：

$$n_e f(eV_p) = \frac{2}{e^2 A_p} \left(\frac{2m}{e}\right)^{1/2} V_p^{1/2} \frac{d^2 i}{dV_p^2} \quad (V_p < 0) \quad (1)$$

式中， $n_e$ 、 $m$ 、 $e$ 分别为电子的密度、质量和电荷， $A_p$ 为球形探针的表面积， $V_p$ 为探针对周围等离子体的电位差； $d^2 i/dV_p^2$ 是探针电流对电压的二阶导数值。由于式(1)是由 Langmuir 理论导出的，要求电子平均自由程  $l_e$  要远大于探针半径  $r_p$  和 Debye 长度  $\lambda_D$ 。当气压大于 1 托时，这些条件已不满足，就需要对算出的  $f(E)$  值作气压修正。Swift 提出的气压修正方法是<sup>(3)</sup>

$$[f_0(E)]_{E=V_p} = [f(E)]_{E=V_p} / (1 - \psi\theta) \quad (2)$$

式中， $E$  为电子能量； $f_0(E)$  为经气压修正后的真实分布函数；参量  $\psi$  和  $\theta$  分别为：

$$\psi = \frac{3}{2} \frac{(r_p/l_e)^2}{1 + (r_p/l_e)^2}, \quad \theta = \int_{V_p}^{\infty} \frac{E^{-3/2} f_0(E) dE}{\left[1 + \frac{\psi}{2} \left(1 - \frac{V_p}{E}\right)\right]^3}$$

式(1)表明，要测定  $f(E)$  必须首先测得  $d^2 i/dV_p^2$ 。目前直接测定  $d^2 i/dV_p^2$  曲线方法是 Boyd 的二次谐振法<sup>(4)</sup>，但由于装置复杂，多数实验室难于采用。另一种间接求  $d^2 i/dV_p^2$  的方法是 Smithers 的一阶导数

\* 1981年12月收到，1982年3月修改定稿。

\*\* Zhou Quang-di (Chow Quantie), Yang Ming-jiang, Hu Chang-xin  
(Institute of Mechanics, Academia Sinica).

作图法<sup>(1)</sup>，其装置虽然简单，但误差较大。Smither<sup>(1)</sup>和Swift<sup>(5)</sup>等人曾试图直接用微分线路测得  $d^2i/dV_p^2$  曲线，但由于放电等离子体的扰动和微分网络对高频信号的“放大”作用而未能实现。

本文就克服放电等离子体扰动和探针信号失真作了一些尝试，成功地用微分线路实现了对  $d^2i/dV_p^2$  值的连续测量。

### 二、二阶微分网络法的原理

电探针二阶微分网络法的原理如图1所示。

$V_1$  为探针的线性偏压源，其扫描速度  $K (=dV_1/dt)$  为常量， $V_0$  是探针处等离子体空间电位， $V_p$  为探针对周围等离子体的电位差， $u_4$  是微分电路的输出电压。利用复合函数微分法可得到

$$\begin{aligned} \frac{d^2i}{dV_1^2} &= \frac{d}{dV_1} \left( \frac{di}{dV_1} \cdot \frac{dV_1}{dt} \right) \\ &= K \frac{d^2i}{dt dV_1} = K^2 \frac{d^2i}{dV_1^2} \end{aligned} \quad (3)$$

如果  $X_{C_2} \gg 8R_2, X_{C_1} \gg 8R_1, R_2 > R_1 \gg B$ ，则可导出： $u_4 = \tau_2 (du_{C_2}/dt) \approx \tau_2 (du_3/dt), \tau_2 = R_2 C_2; i_C = i_{R_1} + i_{C_2} \approx i_{R_1}; u_3 \approx \tau_1 (di_B/dt), \tau_1 = R_1 C_1; i \approx i_B$ 。将这些等式代入式(3)则有

$$d^2i/dV_1^2 = u_4 / \tau_1 \tau_2 B K^2 \quad (4)$$

根据 Kirchhoff 定理，探针回路上有

$$V_1 = V_p + V_0 - u_2 \quad (5)$$

在测量中， $V_0$  看成不变。由于式(1)适用于  $V_p < 0$  的区域， $V_p$  对电子有阻滞作用，因此，探针电流  $i$  很小，且  $i$  随  $V_p$  变化缓慢，可满足  $V_1 \gg u_2, dV_1 \gg du_2$ 。由式(5)可得

$$\frac{dV_p}{dV_1} = 1 + \frac{du_2}{dV_1} \approx 1 \quad (6)$$

利用复合函数微分和近似式(6)有

$$\begin{aligned} \frac{d^2i}{dV_1^2} &\approx \left( \frac{dV_p}{dV_1} \right)^2 \cdot \frac{d^2i}{dV_p^2} + \frac{di}{dV_p} \\ &\cdot \frac{d}{dV_1} \left( \frac{dV_p}{dV_1} \right) \approx \frac{d^2i}{dV_p^2} \end{aligned} \quad (7)$$

将式(7)代入式(4)可得

$$\frac{d^2i}{dV_p^2} = \frac{u_4}{\tau_1 \tau_2 B K^2} \quad (8)$$

式中， $\tau_1, \tau_2, B, K$  已由线路决定，二阶导数  $d^2i/dV_p^2$  与  $u_4$  成正比。当  $V_p$  随  $V_1$  变化时，X-Y 记录仪  $u_4$ ，就可得到二阶导数  $d^2i/dV_p^2$  的连续曲线。

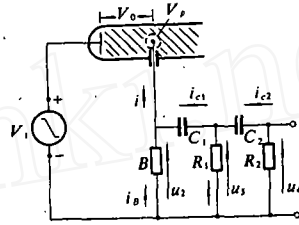


图1 电探针二阶微分网络法原理图

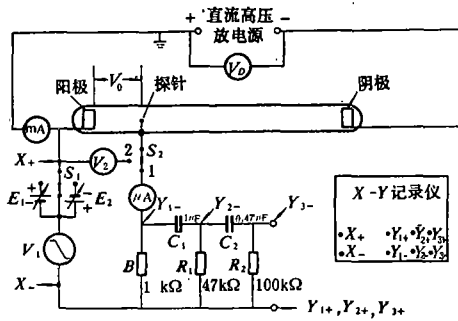


图2 二阶微分网络法的探针装置

### 三、实验装置和方法

图2示出了二阶微分网络法的探针回路。直流高压电源正极接地，以保证探针回路操作安全。 $V_1$  和电源  $E_1, E_2$  配合提供探针偏压，以便对不同的  $V_0$  进行扫描。 $V_0$  可接通开关  $S_2$  从电压表  $V_2$  上读得。电探针由铂铱合金制成，其球半径  $r_p = 0.31\text{mm}$ 。探针最好位于阳极附近的正柱区，以减小所需偏压。 $X_{\pm}$  和  $Y_{\pm}$  各点分别接三笔 X-Y 记录仪，从  $Y_1-, Y_2-, Y_3-$  端，可分别对探针电流—电压的关系曲线 ( $i-V_p$ )，一阶导数曲线 ( $i_p/dV_p-V_p$ )，二阶导数曲线 ( $d^2i/dV_p^2-V_p$ )，实现同时记录，以获得有关探针电流特性的完整资料，

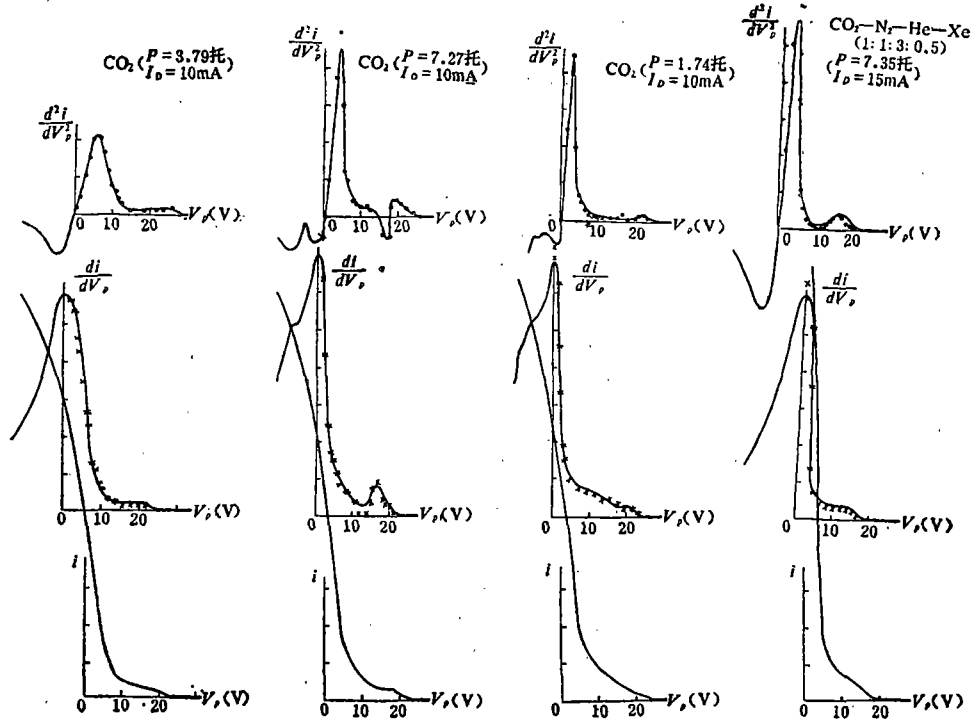
这是目前其它方法所不具备的。使用  $i-V_p$  曲线, 可根据 Langmuir 探针理论算出电子平均温度  $T_e$  和平均电子密度  $n_e$ ; 用  $di/dV_p-V_p$  曲线, 可按 Smithers 的一阶导数作图法求电子能量分布; 用  $d^2i/dV_p^2-V_p$  曲线, 可直接根据公式(1)计算电子能量分布。

本文实验中探针的线性偏压电源  $V_1$  是根据 Miller 电路原理设计的单次扫描的负向锯齿波发生器。其输出幅度为 170V, 扫描时间为 7.6s,  $K=22V/s$ , 实测线性误差小于 1%, 非线性系数为 5%。当开关  $S_2$  与点 1 接通时, 线路输出一个负向锯齿波, 推动 X-Y 仪记录曲线。

#### 四、正确测量二阶导数的措施

直接用微分线路测定  $d^2i/dV_p^2$  曲线, 必须先解决放电等离子体扰动造成的困难。等离子体扰动的主要原因是: 放电电压的波动和提取探针电流造成的电子密度的局部变化。我们采取的措施是: (1)在直流高压放电回路上加滤波器, 使放电电压波动降到 0.5% 以下; (2)缩小探针以减少探针电流, 使其最大值仅为放电电流的 1%; (3)降低线性电压源的扫描速度  $K$ , 以减小探针周围电子密度的变化。 $K$  应满足:  $K \ll V_p/t$  (其中  $t$  为电子穿过探针周围鞘层所需时间)。对于能量为几个电子伏的电子, 当  $V_p=10V$  时,  $V_p/t$  约为  $10^{11}V/s$ 。

为了减小信号失真, 在线路设计和安排上我们采取下面一些措施: (1)信号周期  $T$  和微分线路的时间常数  $\tau$  应满足  $T > 10\tau$ 。本实验中,  $T=2.5s$ ,  $\tau_1, \tau_2=0.047s$ ; (2)设计低  $K$  值的  $V_1$ , 使探针信号频率  $f_s$  远低于 50 Hz。实验中  $f_s$  和 50Hz 之比约为 1:100; (3)在第二级微分线路之后不宜另加电子线路, 对克服波形畸变有重要意义。采取这些措施, 我们同时记录了  $i-V_p$  曲线及它的一阶导数、二阶导数曲线。



横坐标:  $V_p(V)$ , 纵坐标: 任意单位 ( $P$ 为放电电压,  $I_D$ 为放电电流)

图 3 二阶微分网络法与作图法结果比较

### 五、二阶导数曲线的验证

为了验证实验所得的  $d^2i/dV^2$  曲线是否正确, 我们把四种不同气体、不同气压、不同电流以及不同记录量程情况下记录到的曲线 ( $i-V_p$ ,  $di/dV_p-V_p$ ,  $d^2i/dV_p^2-V_p$ ), 与作图法计算的相应结果进行了比较 (见图3)。图中实线为二阶微分网络所记录的原始曲线。按作图法从一阶导数曲线算得的二阶导数值和从探针电流曲线算得的一阶导数值分别用“·”和“+”表示。这两种方法所得的结果符合较好, 微分网络法比用差分法求导的作图法更为准确, 个别点的最大相差约为 10~12%。图3还表明, 微分网络法的二阶导数曲线上高能电子峰的变化明显, 这是精度更高的二次谐波法<sup>[4]</sup>才能做到的。

用二阶微分网络法测得的 CO<sub>2</sub> 激光器的电子能量分布规律和国外研究者取得的结果一致<sup>[6]</sup>。这说明二阶微分网络法测定探针电流对电压的二阶导数是可靠的, 用它来计算电子能量分布是合适的。

### 六、电子能量分布 $f_0(E)$ 的计算和误差分析

在测得了  $(d^2i/dV_p^2)-V_p$  曲线后, 根据式(1)、(2)可求得未经气压修正的电子能量分布  $f(E)$  和真实的电子能量分布  $f_0(E)$ 。图4示出了 CO<sub>2</sub>-N<sub>2</sub>-He-Xe-H<sub>2</sub> 混合气体放电的  $d^2i/dV_p^2$ 、 $f(E)$  和  $f_0(E)$  曲线的比较图。三条曲线的基本特征十分相似, 因此在定性讨论气体电离、激发性质时, 可以直接用二阶导数曲线来代替  $f_0(E)$ 。由式(1)、(2)和(8)可以从  $f_0(E)$  曲线计算出能量电子密度  $n_e$ 。

本装置可分辨的  $d^2i/dV_p^2$  信号电流为  $10^{-9}$ (A)。探针回路在等离子体电压波动为 1V 时能正常工作, 其分辨率和抗干扰能力都和 Boyd 的二次谐波法接近。

根据函数误差理论, 式(1)的相对误差为

$$\frac{\Delta f(E)}{f(E)} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V_p}{2V_p}\right)^2 + \left[\frac{\Delta(d^2i/dV_p^2)}{(d^2i/dV_p^2)}\right]^2} \quad (9)$$

引起  $V_p$  误差的主要因素是: 等离子体空间电位  $V_0$  的波动、线性电压源  $V_L$  的线性误差和读数误差, 它们的相对误差分别为 0.5%、1% 和 4%。测量  $d^2i/dV_p^2$  的误差主要是由微分公式的电压和电流近似取值引起的, 其相对误差分别为 2% 和 5%。因此从式(9)算得  $\Delta f_0(E)/f_0(E) = 7.5\%$ 。

在图4的条件下, 计算出的电子密度  $n_e = (4.4 \pm 0.4) \times 10^9 \text{cm}^{-3}$ 。

作者对中国科学院力学研究所刘厚宽、李春金、王春奎、孙淑兰、潘琦等同志给予的帮助表示感谢!

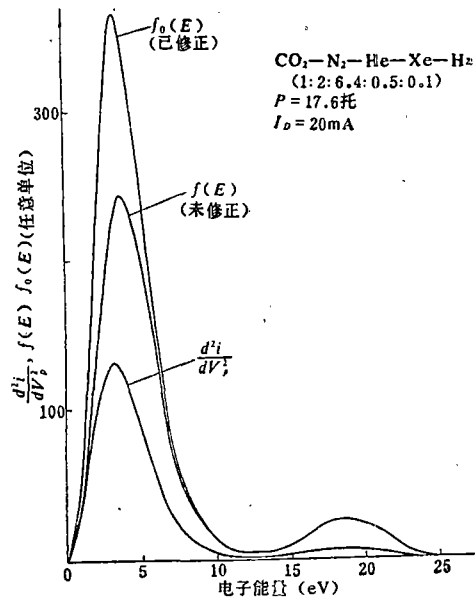


图4  $d^2i/dV_p^2$ ,  $f(E)$ ,  $f_0(E)$  曲线的比较  
 $f(E)$ ,  $f_0(E)$  的单位还应乘以常数  $g$ ,  
 $g = (2/A_p e^2) (2m/e)^{1/2}$

### 参 考 文 献

- [1] B. W. Smithers, J. Sci. Instrum., Vol. 39, pp. 21-22, 1962.
- [2] M. J. Druyvesteyn, Zeits. f. Physik., Vol. 64, p. 790, 1930.
- [3] J. D. Swift, Proc. Phys. Soc., Vol. 79, pp. 697-701, 1962.
- [4] R. L. F. Boyd, N. D. Twiddy, Proc. Roy. Soc., A250, p.53, 1959.
- [5] J. D. Swift, M. J. R. Schwar, Electrical Probe for Plasma Diagnostics, chapter. 12, Iliffe Books Ltd, London, 1970.
- [6] M. Z. Novgorodov, A. G. Sviridov, N. N. Sobolev, IEEE. J., Vol. QE-7, p. 508, 1971.