

双组元气体的磁流体流动及其应用

荣 陆

(中国科学院力学研究所)

由于同位素分离日益增长的需要,提高单极分离系数和产量成为十分重要的问题.机械离心机可以使两种不同气体或液体高速旋转,达到使其分离的目的.但因结构强度限制和存在机械振动,继续提高分离系数有一定困难.能否使用电磁场力来推动两种同位素气体产生更高的转速,达到分离的目的呢?六十年代开始探索其可能性. Gross 等人利用电磁力推动电离气体,在实验室内得到 10^8 厘米/秒的转速.实现电磁离心式分离同位素,技术上难点在于电离气体技术.低温电离和激光电离是比较有前途的方法.本文从理论上分析了径向电场和轴向磁场作用下双组元气体流动,给出了旋转速度、温度和浓度比的分布,从原理上说明了用电磁离心方法分离同位素,可以产生较高的转速,较大的分离系数和产量.并指出流速的限制.

图1为双组元气体流动示意图.内、外电极由同心圆柱面组成,电极面上有许多小孔,气体从外电极切向射入,经过电磁场加速后由电极流出.

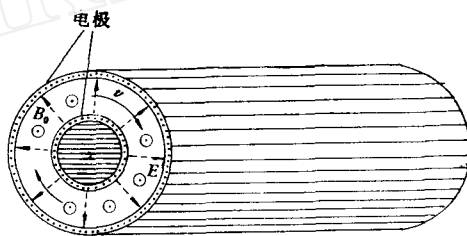


图1 流动示意图

1. 基本假定

- (1) 流动是定常和轴对称的,流场各物理量只是径向坐标 r^* 的函数.
- (2) 小磁雷诺数,电磁场为 $\vec{E} = (E_0 r^*/r_0^*, 0, 0)$, $\vec{B} = (0, 0, B_0)$,采用圆柱坐标 r^*, θ^*, z^* . E_0, B_0 均为常数, r_1^*, r_0^* 为内、外电极径向位置.
- (3) 忽略气体的粘性,热传导作用及化学反应.
- (4) 气体定容比热和定压比热均为常数.
- (5) 气体由两种轻、重不同的组元组成.

定义混合气体的密度、浓度、压力、速度矢量、焓、定压比热、定容比热、径向流量和温度分别为

$$\begin{aligned} \rho^* &= \rho_1^* + \rho_2^*, \quad n = n_1 + n_2, \quad p^* = p_1^* + p_2^* \\ \vec{v}^* &= \frac{\rho_1^* \vec{v}_1^* + \rho_2^* \vec{v}_2^*}{\rho^*}, \quad h^* = \frac{h_1^* \rho_1^* + h_2^* \rho_2^*}{\rho^*}, \\ c_p &= \frac{c_{p1} G_1 + c_{p2} G_2}{G}, \quad c_v = \frac{c_{v1} G_1 + c_{v2} G_2}{G}, \end{aligned}$$

本文于1982年2月19日收到.

$$G = \rho^* u^* r^*, \quad T^* = \frac{h^*}{c_p}$$

下标 1, 2 分别表示轻重两种组元相应的各物理量. 每种组元的扩散速度为 $\bar{w}^* = \bar{v}_i^* - \bar{v}^*$, ($i = 1, 2$) 其径向分量为 u_i^* . 重组元与轻组元的浓度比为 $y = n_2/n_1$. 考虑二维问题, $\bar{v}^* = (u^*, v^*, 0)$.

2. 基本方程, 定解条件及解

引入下列无量纲变量及参量

$$\begin{aligned} \rho &= \rho^*/\rho_0^*, & p &= p^*/\rho_0^* v_0^{*2}, & v &= v^*/v_0^*, & u &= u^*/u_0^* \\ T &= T^*/T_0^*, & r &= r^*/r_0^*, & \varepsilon &= u_0^*/v_0^*, & v_c &= E_0/B_0 v_0^* \\ \delta &= \frac{\sigma r_0^{*2} B_0^2}{\rho_0^* u_0^*}, & M_0^2 &= \frac{v_0^{*2}}{\Gamma p_0^*/\rho_0^*}, & D &= \frac{3m_1}{8\sigma_{12}^2 G_2} \sqrt{\frac{KT_0^*(m_1 + m_2)}{2\pi m_1 m_2}} \end{aligned}$$

其中带有下标 0 的量为 $r = r_0^*$ (外壁) 处之值, $\Gamma = c_p/c_v$ 为气体比热比. δ, M_0, D 分别表示为磁作用参数, 马赫数和无量纲的扩散系数. 我们采用以下各无量纲方程

连续方程

$$\rho u r = 1 \quad (2.1)$$

$$\rho_2(u + u_2) = G_2/G = \text{常数} \quad (2.2)$$

$$\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2 = 0 \quad (2.3)$$

动量方程

$$\varepsilon^2 \rho u \frac{du}{dr} + \frac{dp}{dr} = \frac{\rho v^2}{r} - \varepsilon^2 u \delta \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{dv}{dr} + \frac{v}{r} \right) = -\delta \left[\frac{v_c}{r} + v \right] \quad (2.5)$$

能量方程

$$\frac{\rho u}{(\Gamma - 1)M_0^2} \frac{dT}{dr} = u \frac{dp}{dr} + \delta \left[\left(\frac{v_c}{r} + v \right)^2 + \varepsilon^2 u^2 \right] \quad (2.6)$$

状态方程

$$p = \frac{\rho T \left(1 - \frac{m_2 - m_1}{m_2} \frac{\rho_2}{\rho} \right)}{\Gamma M_0^2 \left(1 - \frac{m_2 - m_1}{m_2} \rho_{20} \right)} \quad (2.7)$$

扩散关系

$$\frac{d \ln y}{dr} = \frac{-\frac{m_2}{m_1} (1+y)(1/y - 1/y_0)}{Dr \sqrt{T}} + \frac{\left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right) (1+y)}{1 + \frac{m_2}{m_1} y} \frac{d \ln p}{dr} \quad (2.8)$$

推导 (2.6) 式时使用了欧姆定律 $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{v}^* \times \vec{B})$, (2.8) 式由扩散速度关系^[3] $u_1^* - u_2^* = -D_{12} \frac{n^2}{n_1 n_2} \frac{dn_1/n}{dr^*} + \frac{n(m_2 - m_1)}{m_1 n_1 + m_2 n_2} \frac{d \ln p^*}{dr^*}$ 无量纲化后得到. 从 (2.8) 式可以看到, 压力梯度和浓度梯度会引起轻、重组元相对扩散, 浓度梯度引起的扩散使浓度分布趋向均匀,

压力梯度引起的扩散使两种组元分离,二者扩散方向相反.因此,必须产生高速旋转,建立强大的径向压力梯度,才能加强两种组元相对分离.这正是我们利用电磁加速电离气体,达到不同质量组元分离的想法的依据.

入口条件: $r = 1, \rho = \rho_0 = 1, u = u_0 = 1, T = T_0 = 1, v = v_0 = 1, p = p_0 = (\Gamma M_0^2)^{-1}, u_i = 0, \rho_i = \rho_{i0}^*/\rho_0^* = \text{常数} (i = 1, 2)$.

若气体从外壁沿切向射入,则径向速度与切向速度比值 $\varepsilon \ll 1$, 方程 (2.4) 和 (2.6) 中含 ε^2 项可略去,故得到

$$\frac{dp}{dr} = \rho v^2 / r \quad (2.4.1)$$

$$\frac{\rho u}{(\Gamma - 1)M_0^2} \frac{dT}{dr} = u \frac{dp}{dr} + \delta \left(\frac{v_\varepsilon}{r} + v \right) \quad (2.6.1)$$

从上述方程组 (2.1)–(2.7) 及入口条件,我们得到旋转速度和温度分布

$$v = \frac{(1 + v_\varepsilon) e^{\frac{\delta}{2}(1-r^2)} - v_\varepsilon}{r} \quad (2.9)$$

$$T = 1 + \frac{(\Gamma - 1)}{2} \mu_0^2 (1 - v^2) + \frac{(\Gamma - 1) M_0^2 \delta v_\varepsilon (1 + v_\varepsilon)}{2} e^{\frac{\delta}{2}} (i e^{-\frac{\delta}{2}} - l i e^{-\frac{\delta}{2}}) \quad (2.10)$$

其中

$$l i x = \int_0^x \frac{dx}{\ln x}$$

利用 (2.7) 式, (2.4) 式, 经过简单运算后, (2.8) 式变成

$$\frac{d \ln y}{dr} = - \frac{\frac{m_1}{m_2} (1 + y)(1/y - 1/y_0)}{r D \sqrt{T}} + \frac{\left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right) (1 + y_0) \Gamma M_0^2 v^2}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1} y_0 \right) r T} \quad (2.11)$$

采用逐次逼近法解方程 (2.11), 选取平衡态分布 ($D \rightarrow \infty$) 作为零级近似

$$y^{(0)} = K(r) = y_0 \exp \left[- \int_r^1 \frac{\left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right) (1 + y_0) \Gamma M_0^2 v^2}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1} y_0 \right) r T} dr \right] \quad (2.12)$$

第 N 级近似为

$$y^{(N)} = K(r) \exp \int_r^1 \frac{\frac{m_1}{m_2} (1 + y^{(N-1)})(1/y^{(N-1)} - 1/y_0)}{D r \sqrt{T}} dr \quad (2.13)$$

磁作用参数 δ 表示电磁场作用的强度, 电磁场作用越强, $|\delta|$ 值越大. 从 (2.9) 式看到, 当 $\delta \rightarrow -\infty$ 时, v 达到一个极限值 $-v_\varepsilon/r$, 我们称它为极限速度. 为什么旋转速度会受限制呢? 一方面在电磁力推动下气体被加速, 另一方面电离气体运动切割磁力线, 产生反电动势 $v^* B_0$, 它会阻止气体运动, 其方向与外加电场相反, 大小与速度成正比. 当速度 v 达到一定数值时, 反电动势抵消了外加电场, 电流变成零, 电磁力消失, 气体不能继续加速, 达到了极限速度. 适当地选择电磁场大小, 极限速度可以是较大数值. 例如 $r_0^* = 50$ 厘米, $r_1^* = 10$ 厘米, $B_0 = 1000$ 高斯, $v_0^* = 0.4$ 米/秒, $E_0 = 50$ 伏/米, 那么极限速度 $v_{\max} =$

2500 米/秒利用电磁力高速旋转气体,原理上是可行的.

3. 应用于分离同位素的计算

上述双组元气体磁流体流动解可以用于计算电磁离心式分离器的分离系数. 定义单极分离系数 $\alpha = \frac{n_1/n_2}{(n_1/n_2)_0} = y_0/y$, 由 (1.12) 和 (1.13) 式, 得到 α 的零级近似及第 N 级近似分别为

$$\alpha^{(0)} = \exp \int_r^1 \frac{\frac{m_2 - m_1}{m_1} (1 + y_0) \Gamma M_0^2 v^2}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1} y_0\right) r T} dr \quad (3.1)$$

$$\alpha^{(N)} = \alpha^{(0)} \exp \int_r^1 \frac{-\frac{m_1}{m_2} (1 + y^{(N-1)}) (1/y^{(N-1)} - 1/y_0)}{D r \sqrt{T}} dr = \alpha^{(0)} \eta_N \quad (3.2)$$

其中 $D < 0$, $\eta_N < 1$. 一般情况, $|D|$ 较大, η_N 近于 1. 通常状态下, 稳定的氖的同位素 Ne^{20} 和 Ne^{22} 各占 90.65% 和 9.35%, 则 $y_0 = 0.1031$, $m_2/m_1 = 1.1$, $\Gamma = 5/3$. 选取 $\delta = -\frac{1}{2}, -1, -\frac{3}{2}$, $M_0 = 0.3, 1.2$, $v_e = -10, -\infty$, 计算结果绘于图 2—4 上 ($N = 2$), 举一实例: $r_2^* = 50$ 厘米, $\sigma = 10$ /欧姆·厘米, $r_1^* = 15$ 厘米, $\rho_0^* = 10^{-3}$ 克/厘米³, $B_0 = 1000$ 高斯, $u_0^* = 5$ 厘米/秒, $\delta = -1$, 由图 3 看到 $r = 0.34$ 处, 可得到分离系数 $\alpha = 1.35$, 流量为 4 克/秒的浓缩的 Ne^{20} . 这说明电磁离心式分离器有较高的分离系数和产量大的优点.

从 (3.2) 式可知, 在同样转速条件下, 温度越低分离系数越大. 采用低温电离和激光

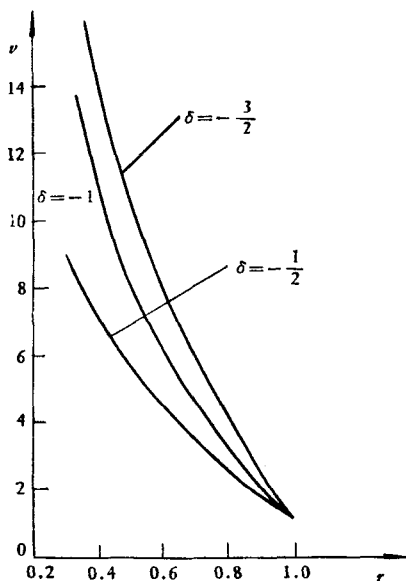


图 2 速度分布

$D = -10, M_0 = 0.3, v_e = -10$

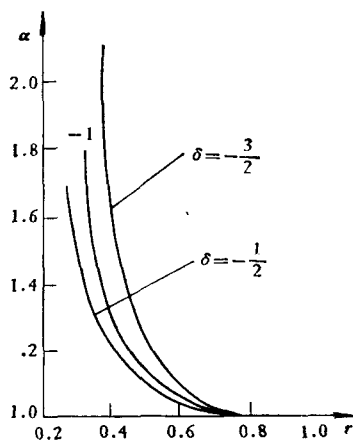


图 3 分离系数分布

$D = -10, M_0 = 0.3, v_e = -10$

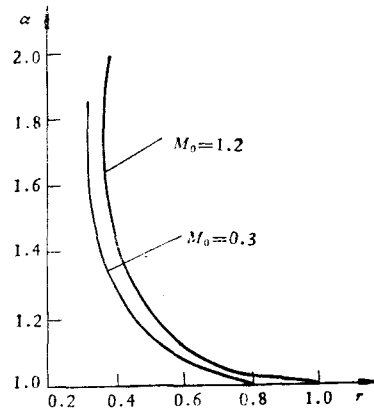


图 4 分离系数分布
 $D = -10, v_e = -10, \delta = -1$

电离气体技术,可以更好地发挥电磁离心式分离器的优点。

由图 2 可知, $|\delta|$ 较小时, 随着 $|\delta|$ 增大 v 增长较快, 当 $|\delta| > 10$ 时, v 随 $|\delta|$ 增大较慢。极限速度的存在, 无限制地加大电磁场, 对提高分离系数没有很大好处。又 $|\delta|$ 与产量 $\rho_0^* u^*$ 成反比, 适当选择 δ 值可以获得较高的分离系数和较大产量。

本文曾得到胡文瑞同志的热情指导和帮助, 在此致谢。

参 考 文 献

- [1] Kerbrock, J. L. and Meghreblian, R. V., *J. Aero/space Sci.*, 25, 9(1961), 710.
- [2] Gross, R. A. and Kessey, K. O., *AIAAJ.* 2, 2(1964), 295.
- [3] 胡文瑞, 研究与学习, 6(1964).

ON ANALYSIS OF MHD FLOW OF TWO-COMPONENT GAS AND IT'S APPLICATION

Rong Sheng

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

Abstract

Under the action of an axial magnetic and radial electric field, the MHD flow of a two-component gas is studied in this paper. The distributions of rotational velocity, temperature and concentration and separation coefficient of isotopes Ne^{20} and Ne^{22} in a electromagnetic separator are given.