

# 平面强爆震波对静止二维薄翼的绕射

庄峰青

(中国科学院力学研究所)

**提要** 本文研究平面强爆震波对静止的零攻角二维对称薄翼的绕射问题,并求得解析解。这个解是以前激波绕射问题 Ting 和 Ludloff 解在强爆震波情况的推广。作为例子,文中计算了强爆震波绕薄楔时的等压线。

## 一、引言

1952年 Ting 和 Ludloff<sup>[1]</sup> 首先求得激波对静止零攻角二维对称薄翼绕射问题的解析解。1970年 Ting 和 Gunzburger<sup>[2]</sup> 用这个方法处理了激波对三维运动薄翼的绕射问题,机翼厚度分布是任意的,而且机翼相对激波前或激波后的未扰气流的速度可以是超音速或亚音速。1973年 Gunzburger 和 Yang<sup>[3]</sup> 又用同样方法解决了激波绕射理论中的反对称问题。

本文运用 Ting 和 Ludloff 方法求得可燃气体中强爆震波对静止二维薄翼绕射问题的解析解。

众所周知,对激波而言,在固结于激波的参考系中波前气流的马赫数  $M_0$  大于1,波后气流的马赫数  $M$  小于1。与此类似,对强爆震波而言,在固结于强爆震波的参考系中,波前气流的马赫数也大于1,波后气流的马赫数也小于1。通常认为燃烧化学反应是在强爆震波掠过可燃气体时的一瞬间完成的,也就是说,波前为未燃气体,波后为已燃气体,而燃烧反应在强爆震波中完成。即使利用上述简单模型,强爆震波绕射问题也比激波绕射问题复杂:首先必须考虑化学反应中产生的热量;另外波前未燃气体和波后已燃气体在化学性质上是不同的。

本文研究静止二维零攻角对称薄翼的绕射问题。所用的方法与文献[1]完全相同。所不同的是本文讨论强爆震波绕射问题,因此必须考虑反应热,而且波前的比热比一般不同于波后的。研究表明,求解激波绕射问题时所用的 Ting 和 Ludloff 方法完全可以用来解强爆震波绕射问题,而且激波绕射问题的解只要稍加修改就可直接用于强爆震波绕射问题。最后以薄楔为例,计算了绕射区的压力分布,给出了等压线图。

在二维绕射问题的基础上,现正进行强爆震波对三维运动机翼的绕射及其他绕射问题的研究。

本文于1982年1月22日收到。

## 二、绕射问题的数学描述

假设波前未燃气体和波后已燃气体均为完全气体，即它们的状态方程均为  $p/\rho = \mathcal{R}T$ ，比热为常数，且波前气体比热比  $\gamma_0$  同波后气体比热比  $\gamma$  是不同的。

我们研究零攻角二维对称薄翼的绕射问题，因此如果以机翼对称轴为  $x$  轴（见图 1），则只需研究  $y \geq 0$  的情况。在地面参考系中，机翼是静止的；强爆震波以速度  $U_0$  向右运动；波的前方（即右方）为静止气体，压力为  $P_0$ ，密度为  $\rho_0$ ；波的后方（即左方）的未扰气流以速度  $U_0 - U$  向右运动，压力为  $P$ ，密度为  $R$ 。在固结于强爆震波的参考系中，机翼和波前未扰气流都以速度  $U_0$  向左运动，声速  $c_0$  为  $(\gamma_0 P_0 / \rho_0)^{1/2}$ ；波后未扰气流以速度  $U$  向左运动，声速  $c$  为  $(\gamma P / R)^{1/2}$ 。 $U_0$  和  $U$  决定未扰强爆震波的强度。相对于强爆震波，波前马赫数为  $M_0 = U_0 / c_0$ ，波后马赫数为  $M = U / c$ 。机翼形状为  $y = \varepsilon f(x')$ ，其中  $x'$  为固结于机翼上且与对称轴重合的轴，原点在前缘，指向右方； $\varepsilon$  为小厚度参数，表示机翼的薄度。

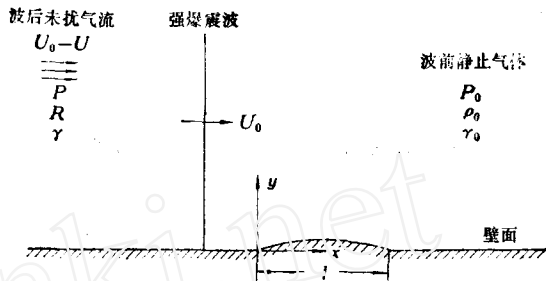


图 1 绕射问题示意图

由于  $M_0 > 1$ ，波前气流中不存在扰动，因此只需研究波后的扰动。现在把坐标系固定在波后未扰气流上， $x$  轴与壁面（即机翼的对称轴）重合且指向右方， $y$  轴与未扰强爆震波平行且指向上方，同时选择强爆震波碰到机翼前缘这一时刻（令为  $t = 0$ ）的前缘位置作为坐标原点。

假设粘性和热传导可忽略，则描述波后二维非定常有旋流的方程为

$$\left. \begin{aligned} \rho_t + (\rho u)_x + (\rho v)_y &= 0 \\ Du/Dt = -p_x/\rho, \quad Dv/Dt &= -p_y/\rho \\ D(p/\rho^\gamma)/Dt &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中  $u$  为  $x$  方向速度， $v$  为  $y$  方向速度， $D/Dt$  为物质导数。

把  $p$ 、 $\rho$ 、 $u$  和  $v$  展为  $\varepsilon$  的幂级数

$$\begin{aligned} p &= P + \varepsilon p^{(1)} + \dots, \quad \rho = R + \varepsilon \rho^{(1)} + \dots \\ u &= \varepsilon u^{(1)} + \dots, \quad v = \varepsilon v^{(1)} + \dots \end{aligned}$$

代入 (2.1) 可得一级近似方程即线化控制方程为

$$\left. \begin{aligned} \rho_t^{(1)} + R u_x^{(1)} + R v_y^{(1)} &= 0 \\ R u_x^{(1)} = -p_x^{(1)}, \quad R v_y^{(1)} &= -p_y^{(1)}, \quad p_t^{(1)} = c^2 \rho_t^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

消去  $\rho^{(1)}$ 、 $u^{(1)}$  和  $v^{(1)}$  可得扰动压力  $p^{(1)}$  所满足的波动方程：

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) p^{(1)} = 0 \quad (2.3)$$

要唯一地确定  $p^{(1)}$  还需给出初始条件和边界条件。

### 强爆震波上的边界条件

未扰强爆震波面为与  $x$  轴垂直的平面。相对波后未扰气流，波前气体及机翼以定常速度  $-(U_0 - U)$  运动，即向左运动；而未扰强爆震波以速度  $U$  运动，即向右运动。受扰强爆震波可以表达为

$$x = Ut + \varepsilon\phi^{(1)}(y, t) + O(\varepsilon^2) \quad (2.4)$$

在线化理论中，波面单位法向量  $\mathbf{n}$  和强爆震波速度  $U_d\mathbf{n}$  这两个量同  $\phi^{(1)}(y, t)$  的关系分别为

$$\mathbf{n} = \mathbf{i} - \varepsilon\phi_y^{(1)}\mathbf{j} \quad (2.5)$$

$$U_d\mathbf{n} = (U + \varepsilon\phi_t^{(1)})\mathbf{i} - \varepsilon U\phi_y^{(1)}\mathbf{j} \quad (2.6)$$

在受扰强爆震波上有如下的守恒条件：

$$\left. \begin{aligned} \rho q_n &= \rho q_{n0} \\ p + \rho q_n^2 &= P_0 + \rho_0 q_{n0}^2 \\ q_r &= q_{r0} \\ \frac{1}{2} q_n^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} &= \frac{1}{2} q_{n0}^2 + \frac{\gamma_0}{\gamma_0-1} \frac{P_0}{\rho_0} + Q \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

其中  $q_n$  和  $q_r$  分别为强爆震波后气流相对强爆震波的法向速度分量和切向速度分量，而  $q_{n0}$  和  $q_{r0}$  分别为强爆震波前气流相对强爆震波的法向速度分量和切向速度分量。如果设想反应是在绝对零度时进行的，则  $Q$  就是单位质量未燃气体发生反应时所放出的热<sup>[4]</sup>。 $Q$  可用未燃气体及已燃气体中各组元的生成焓或生成能来表示。 $Q$  仅取决于化学反应，与  $\varepsilon$  无关。因此如文献 [1] 那样作摄动分析，可得零级近似方程和一级近似方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^0: \quad &RU = \rho_0 U_0 \\ &P + RU^2 = P_0 + \rho_0 U_0^2 \\ &\frac{1}{2} U^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{R} = \frac{1}{2} U_0^2 + \frac{\gamma_0}{\gamma_0-1} \frac{P_0}{\rho_0} + Q \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^1: \quad &\rho^{(1)}U + \phi_t^{(1)}R - u^{(1)}R = \phi_r^{(1)}P_0 \\ &p^{(1)} + \rho^{(1)}U^2 - 2RU(-\phi_t^{(1)} + u^{(1)}) = 2\rho_0 U_0 \phi_r^{(1)} \\ &-U(-\phi_t^{(1)} + u^{(1)}) + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{R} \left( p^{(1)} - \frac{P}{R} \rho^{(1)} \right) = U_0 \phi_r^{(1)} \\ &v^{(1)} = -(U_0 - U)\phi_y^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

由零级近似方程 (2.8) 及状态方程可得未扰强爆震波前后各参数的关系为

$$\left( \frac{1 + \gamma_0 M_0^2}{1 + \gamma M^2} \right)^2 = \beta \frac{M_0^2}{M^2} \frac{2(1 + \alpha) + (\gamma_0 - 1)M_0^2}{2 + (\gamma - 1)M^2} \quad (2.10)$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{1 + \gamma_0 M_0^2}{1 + \gamma M^2} \quad (2.11)$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{c_{p0}}{c_p} \frac{2(1 + \alpha) + (\gamma_0 - 1)M_0^2}{2 + (\gamma - 1)M^2} \quad (2.12)$$

$$\frac{R}{\rho_0} = \frac{U_0}{U} = \frac{\gamma_0 M_0^2 (1 + \gamma M^2)}{\gamma M^2 (1 + \gamma_0 M_0^2)} \quad (2.13)$$

其中  $c_{p0}$  和  $c_p$  分别为波前未燃气体和波后已燃气体的定压比热； $T_0$  和  $T$  分别为波前和波

后气体的绝对温度;  $\alpha = Q/(c_{p0}T)$  是表示反应热相对大小的无量纲参数;  $\beta = (\gamma_0/\gamma)^2 \cdot (\gamma - 1)/(\gamma_0 - 1)$  也是无量纲参数.

上面的 (2.10) 式确定了强爆震波前后气流马赫数之间的关系. 应该指出, 对应于已给的  $M < 1$ , 一般可得两个解: 大于 1 的  $M_0$  对应强爆震波, 小于 1 的  $M_0$  对应弱爆燃波. 我们研究强爆震波, 应取大于 1 的解. 知道  $M$  和  $M_0$ , 可由 (2.11)~(2.13) 求得未扰强爆震波前后的压力比、温度比和密度比.

由一级近似方程 (2.9) 可求得强爆震波上各一级扰动量应满足的条件为

$$c^2 p^{(1)}(x = Ut, y \geq 0, t) = (1 + Q_0) p^{(1)}(x = Ut, y \geq 0, t) \quad (2.14)$$

$$Rcu^{(1)}(x = Ut, y \geq 0, t) = Q_1 p^{(1)}(x = Ut, y \geq 0, t) \quad (2.15)$$

$$-R(U_0 - U)\phi_t^{(1)}(y, t) = Q_2 p^{(1)}(x = Ut, y \geq 0, t) \quad (2.16)$$

$$-(U_0 - U)\phi_y^{(1)}(y, t) = v^{(1)}(x = Ut, y \geq 0, t) \quad (2.17)$$

其中

$$Q_0 = (1 - M^2)(1 - U/U_0)/\beta \quad (2.18)$$

$$Q_1 = M \left( 1 - \frac{1}{\gamma - 1} \frac{1 + \gamma M^2 U}{M^2 U_0} \right) / Q \quad (2.19)$$

$$Q_2 = (1 - M^2)/[(\gamma - 1)Q] \quad (2.20)$$

$$Q = M^2(1 - U/U_0) - [2/(\gamma - 1)]U/U_0 \quad (2.21)$$

利用 (2.2) 消去 (2.15)~(2.17) 中的  $u^{(1)}$ 、 $v^{(1)}$ 、 $\rho^{(1)}$  和  $\phi^{(1)}$ , 得到在强爆震波上  $p^{(1)}$  应满足的边界条件为

$$D_{xt} p^{(1)}(x = Ut, y > 0, t) = 0 \quad (2.22)$$

其中  $D_{xt}$  为线性微分算子, 其定义为

$$D_{xt} = (Q_1 + M + Q_2 M) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + (1 + M^2 + 2MQ_1)c \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + (Q_1 M^2 + M - MQ_2)c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (2.23)$$

其他边界条件<sup>[1]</sup>

$$p_y^{(1)}(x < Ut, y = 0, t) = -R(U_0 - U)^2 f''[x + (U_0 - U)t] \quad (2.24)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} p_y^{(1)}(x = Ut, y > 0, t) = [RU_0(U_0 - U)/Q_2] f''(U_0 t) \quad (2.25)$$

$$\lim_{x \rightarrow Ut} p_y^{(1)}(x < Ut, y = 0, t) = -R(U_0 - U)^2 f''(U_0 t) \quad (2.26)$$

$$p^{(1)} \rightarrow 0, \text{ 当 } \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty \quad (2.27)$$

初始条件<sup>[1]</sup>

$$p^{(1)}(x \leq Ut, y \geq 0, t \leq 0) = 0, \quad p_t^{(1)}(x \leq Ut, y \geq 0, t \leq 0) = 0 \quad (2.28)$$

方程 (2.3)、(2.22) 及 (2.24)~(2.28) 唯一地确定了扰动压力  $p^{(1)}$ . 已知  $p^{(1)}$  后就能求出其他扰动量  $\rho^{(1)}$ 、 $u^{(1)}$ 、 $v^{(1)}$  和  $\phi^{(1)}$ .

### 三、 $P^{(1)}$ 的解析解

为了使强爆震波这个动边界变为定边界, 作洛伦兹变换:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= (x - Ut)/\sqrt{1 - M^2}, \quad \bar{y} = y \\ \bar{t} &= (ct - Mx)/\sqrt{1 - M^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

经变换, 动边界  $x = Ut$  变为定边界  $\bar{x} = 0$ ;  $p^{(1)}$  所满足的波动方程变为

$$p_{\bar{x}\bar{x}}^{(1)} + p_{\bar{y}\bar{y}}^{(1)} - p_{\bar{t}\bar{t}}^{(1)} = 0 \quad (3.2)$$

边界条件为

$$p_{\bar{y}}^{(1)}(\bar{x} < 0, \bar{y} = 0, \bar{t}) = Rc^2 A_0 f''[\bar{a}(\bar{\lambda}_0 \bar{x} + \bar{t})] \quad (3.3)$$

$$\bar{D}_{\bar{x}\bar{t}} p^{(1)}(\bar{x} = 0, \bar{y} > 0, \bar{t}) = 0 \quad (3.4)$$

$$\lim_{\bar{y} \rightarrow 0^+} p_{\bar{y}}^{(1)}(0, \bar{y}, \bar{t}) = Rc^2 \mu f''(\bar{a}\bar{t}) \quad (3.5)$$

$$\lim_{\bar{x} \rightarrow 0^-} p_{\bar{x}}^{(1)}(\bar{x}, 0, \bar{t}) = Rc^2 A_0 f''(\bar{a}\bar{t}) \quad (3.6)$$

$$p^{(1)} \rightarrow 0, \text{ 当 } \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} \rightarrow \infty \quad (3.7)$$

初始条件为

$$p^{(1)}(\bar{x} \leq 0, \bar{y} \geq 0, \bar{t} \leq 0) = p_{\bar{t}}^{(1)}(\bar{x} \leq 0, \bar{y} \geq 0, \bar{t} \leq 0) = 0 \quad (3.8)$$

上面式子中

$$\bar{a} = \bar{M}_0 / \sqrt{1 - M^2}, \quad \bar{\lambda}_0 = M + (1 - M^2) / \bar{M}_0 \quad (3.9)$$

$$A_0 = -(\bar{M}_0 - M)^2, \quad \mu = \bar{M}_0(\bar{M}_0 - M) / Q_2, \quad \bar{M}_0 = U_0 / c \quad (3.10)$$

$$\bar{D}_{\bar{x}\bar{t}} = [Q_1(1 - M^2) + Q_2 M] \frac{\partial^2}{\partial \bar{t}^2} + (1 - M^2) \frac{\partial^2}{\partial \bar{x} \partial \bar{t}} - Q_2 M \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} \quad (3.11)$$

上述数学问题的一般解为<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} p^{(1)}(\bar{x} \leq 0, \bar{y}, \bar{t}) &= -\frac{Rc^2 A_0}{\pi} \int_0^{\bar{t}-\bar{y}} d\tau \int_{\bar{x}-\sqrt{(\bar{t}-\tau)^2-\bar{y}^2}}^0 d\xi \frac{f''[\bar{a}(\tau + \bar{\lambda}_0 \xi)]}{\sqrt{(\bar{t}-\tau)^2 - (\bar{x}-\xi)^2 - \bar{y}^2}} \\ &\quad - \frac{1}{\pi} \int_0^{\bar{t}-\sqrt{\bar{x}^2+\bar{y}^2}} d\tau \int_0^{\bar{x}+\sqrt{(\bar{t}-\tau)^2-\bar{y}^2}} d\xi \frac{p_{\bar{y}}^{(1)}(\xi > 0, 0, \tau)}{\sqrt{(\bar{t}-\tau)^2 - (\bar{x}-\xi)^2 - \bar{y}^2}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

其中未知函数  $p_{\bar{y}}^{(1)}(\bar{x} > 0, 0, \bar{t})$  可以通过边界条件 (3.4)–(3.6) 来确定。经运算可知  $p_{\bar{y}}^{(1)}(\bar{x} > 0, 0, \bar{t})$  满足

$$\bar{D}_{\bar{x}\bar{t}} p_{\bar{y}}^{(1)}(\bar{x} > 0, 0, \bar{t}) = -Rc^2 A_0 \bar{a}^2 H(-\bar{\lambda}_0) f^{(IV)}[\bar{a}(\bar{t} - \bar{\lambda}_0 \bar{x})] \quad (3.13)$$

$$p_{\bar{y}}^{(1)}(\bar{x} = 0^+, 0, \bar{t}) = Rc^2 (2\mu - A_0) f''(\bar{a}\bar{t}) \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} p_{\bar{y}\bar{x}}^{(1)}(\bar{x} = 0^+, 0, \bar{t}) &= \bar{a} Rc^2 [2(\mu - A_0)(1 - M^2) / (Q_2 M) \\ &\quad + A_0 \bar{\lambda}_0] f'''(\bar{a}\bar{t}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

其中  $f^{(IV)}$  表示  $f$  的四阶导数,

$$H(\bar{\lambda}) = [Q_1(1 - M^2) + Q_2 M] - (1 - M^2)\bar{\lambda} - Q_2 M \bar{\lambda}^2 \quad (3.16)$$

对  $\gamma_0 = 1.2, 1.4, 1.7, \gamma = 1.2, 1.4, 1.7, 3$ , 及  $\alpha = 0-100$  的不同组合进行数值计算可知, 对  $\gamma \geq \gamma_0$  时的任何  $\alpha$  值以及对  $\gamma < \gamma_0$  时的  $\alpha \geq 2$ , 方程 (3.13) 总是双曲型的。而典型的强爆震波所对应的  $\alpha$  值总是满足  $\alpha \geq 2$ 。因此

$$p_{\bar{y}}^{(1)}(\bar{x} > 0, 0, \bar{t}) = \sum_{i=1}^3 Rc^2 A_i f''[\bar{a}(\bar{t} - \bar{\lambda}_i \bar{x})] \quad (3.17)$$

其中

$$\bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_0, \quad A_1 = -A_0 H(-\bar{\lambda}_0) / H(\bar{\lambda}_0)$$

而  $\lambda_2$  和  $\lambda_3$  是二次方程  $H(\lambda) = 0$  的两个相异正实根;  $A_2$  和  $A_3$  是下列线性代数方程组的解

$$A_2 + A_3 = 2\mu - A_0 - A_1$$

$$\lambda_2 A_2 + \lambda_3 A_3 = -(\mu - A_0)(1 - M^2)/(\Omega_2 M) - \lambda_0 A_0 - \lambda_1 A_1$$

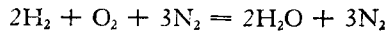
最后我们得到

$$\begin{aligned} p^{(1)}(\bar{x} \leq 0, \bar{y}, \bar{t}) = & -\frac{Rc^2 A_0}{\pi} \int_0^{\bar{t}-\bar{y}} d\tau \int_{\bar{x}-\sqrt{(\bar{t}-\tau)^2-\bar{y}^2}}^0 d\xi \frac{f''[\bar{a}(\tau + \bar{\lambda}_0 \xi)]}{\sqrt{(\bar{t}-\tau)^2 - (\bar{x}-\xi)^2 - \bar{y}^2}} \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{Rc^2 A_i}{\pi} \int_0^{\bar{t}-\sqrt{\bar{x}^2+\bar{y}^2}} d\tau \int_0^{\bar{x}+\sqrt{(\bar{t}-\tau)^2-\bar{y}^2}} d\xi \\ & \times \frac{f''[\bar{a}(\tau - \bar{\lambda}_i \xi)]}{\sqrt{(\bar{t}-\tau)^2 - (\bar{x}-\xi)^2 - \bar{y}^2}} \end{aligned} \quad (3.18)$$

这个解是唯一的, 它满足波动方程及所有初始条件和边界条件. 利用洛伦兹变换可从  $p^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})$  求得  $p^{(1)}(x, y, t)$ , 然后按文献 [2] 中 (5.2)–(5.5) 可求其他扰动量.

#### 四、薄楔绕射问题

作为例子, 我们讨论强爆震波对薄楔的绕射问题. 薄楔形状为  $y = \epsilon x'$ . 波前未燃气体混合物为  $2H_2 + O_2 + 3N_2$ , 温度  $T_0 = 298.15^\circ K$ , 压力  $P_0 = 1$  大气压. 如果不考虑离解, 则化学反应式为<sup>[5]</sup>



利用文献 [6] 中生成焓或生成能的数据可求得每克气体的反应热为  $Q = 3982.3$  焦耳/克. 为简化起见, 假设未燃气体比热比  $\gamma_0 = 1.4$ , 已燃气体比热比  $\gamma = 1.2$ <sup>[7]</sup>, 不难求得未燃气体平均分子量  $\bar{m}_0 = 20.013$ , 定压比热  $c_{p0} = 1.4551$  焦耳/克·度; 已燃气体平均分子量  $\bar{m} = 24.016$ , 定压比热  $c_p = 2.0787$  焦耳/克·度. 于是  $\alpha = 9.1792$ ,  $\beta = 0.68056$ .

经计算可求出  $M = 0.5, 0.8$  这两个典型情况的  $p^{(1)}$  分布.  $M = 0.5$  时  $M_0 = 6.3520$ ,

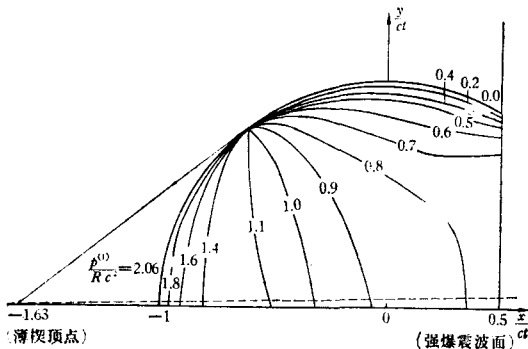


图 2  $M = 0.5$  时的等压线

强爆震波面  $x/ct = 0.5$  薄楔顶点  $x/ct = -1.63$

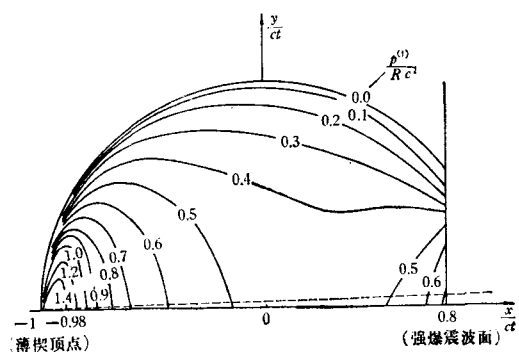


图 3  $M = 0.8$  时的等压线

强爆震波面  $x/ct = 0.8$  薄楔顶点  $x/ct = -0.98$

$P/P_0 = 44.221$ ,  $(U_0 - U)/c = 1.6290$ ,  $p^{(1)}$  分布见图 2, 它与文献 [1] 中图 7 非常相像。  
 $M = 0.8$  时  $M_0 = 4.6566$ ,  $P/P_0 = 17.737$ ,  $(U_0 - U)/c = 0.98293$ ,  $p^{(1)}$  分布见图 3。

## 五、结 束 语

本文研究了强爆震波对零攻角二维静止对称薄翼的绕射问题。结果表明, Ting 和 Ludloff 方法完全可以用来研究强爆震波绕射问题, 但要对某些系数或某些量作相应的不大的变动。预料在处理三维运动薄翼及反对称问题时相应的变动也不会很大。

文献 [1] 关于激波绕射的解是本文解在  $\gamma_0 = \gamma$  (即  $\beta = 1$ ) 和  $\alpha = 0$  时的特例。  
 作者感谢美国纽约大学柯朗数学科学研究所丁汝教授宝贵的建议和讨论。

## 参 考 文 献

- [1] Ting, L. and Ludloff, H.F., Aerodynamics of blast, *JAS*, **19**, 517 (1952).
- [2] Ting, L. and Gunzburger, M., Diffraction of shock waves by a moving thin wing, *JFM*, **42**, 585 (1970).
- [3] Gunzburger, M. and Yang, V.K., Antisymmetric problems in shock diffraction theory, *ZAMP*, **24**, 83 (1973).
- [4] 胡道、栗弗席兹著 连续介质力学, 人民教育出版社, 614 页。
- [5] Zucrow, M.J. and Hoffman, J.D., *Gas Dynamics*, John Wiley & Sons, Inc., 484.
- [6] Owczarek, J.A., *Fundamental of Gas Dynamics*, International Textbook Company, 117.
- [7] Courant, R. and Friedrichs, K.O., *Supersonic Flow and Shockwaves*, Interscience Publishers, Inc., New York (1948), 91.

# DIFFRACTION OF STRONG DETONATION WAVES BY A STATIONARY TWO-DIMENSIONAL THIN AIRFOIL

Zhuang Fengqing

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

## Abstract

An analytical solution is obtained for the diffraction of strong detonation waves by a stationary two-dimensional thin airfoil. It is a generalization of the previous solution of Ting and Ludloff for the shock diffraction. As an example, the isobars are plotted for strong detonation waves passing over a wedge surface.