

汤姆森-泰特稳定准则错了吗

徐硕昌 (中国科学院力学研究所)

汤姆森(W. Thomson)和泰特(P. G. Tait)是十九世纪英国的著名物理学家。汤姆森由于装设大西洋海底电缆和在科学上的功绩,两次获得英国政府的嘉奖,先后被授予爵士和勋爵,被赐名开尔文(Kelvin)勋爵。他在电磁学和热力学方面的杰出贡献是科学界所公认的,但他和泰特长期合作对天体演化学和陀螺仪理论的贡献却被重视不够,近三十年来甚至受到否定。

天体演化学的研究要追溯到牛顿关于地球形状的研究和拉普拉斯星云假说的提出。从1687年牛顿发表地球形状的理论开始,发生了一场持续半个世纪的争论。这场关于地球到底是长球还是扁球的争论引出了哥伦布问题和天体形状理论的研究^[1]。1826年拉普拉斯提出的星云假说只是物理上的大概设想。拉普拉斯的科学结论从来都是建立在严格数学理论基础上的,唯独这个假说是例外。由此可见,要建立这个假说的数学理论是很困难的。将拉普拉斯星云假说具体化,建立天体起源分裂说的理论体系,成了以后几代科学家共同奋斗的目标。理论上,星云或星体被认为由旋转的自吸引不可压液体组成,星云按准稳态过程由旋转导致分裂而形成天体。研究旋转液体星的平衡形状和稳定性就成了天体演化学的中心课题。这方面的论文数以千计,专著著作有数十种之多^[2]。

早在一百年前,汤姆森和泰特就指出旋转的力学系统(包括旋转液体星)存在动力稳定性和长期稳定性^[3]。旋转液体星准稳态演化过程到底应按哪一种稳定性判断,是一个争论了近百年的问题。老一辈科学家包括汤姆森、泰特、彭加勒(Poincaré)、李亚普诺夫(Liapunoff)、达尔文和琼斯(Jeans)等,主张“长期稳定性是实用的稳定”,“是天体演化学唯一感兴趣的稳定”。基于这个观点建立的琼斯-达尔文双星分裂理论为天文界所普遍接受,但近三十年来被否定了^[2]。难道作为这个理论基础的汤姆森-泰特稳定准则真的错了?目前,对这场争论能提出什么看法?

汤姆森-泰特稳定准则

1883年汤姆森和泰特在《自然哲学论》第二版中是这样论述他们在天体演化学中的研究的:“在本书

第一版出版后的整个十五年期,我们从没有放弃过对旋转的有限不可压流体团平衡问题的研究。年复一年,各式各样的可能平衡图形的问题几乎一个接一个呈现在我们面前,但只有到现在,当我们放弃出第二卷的打算和迫于完成一卷二分册的第二版时,我们成功地发现充分了解这个课题的路径。”(见[3]§778”)

从这段话中可以清楚看到他们在这个领域中所作的巨大努力。1896年,在纪念汤姆森在格拉斯哥大学任教五十年的会上,汤姆森曾说:“我在过去五十年里所致力追求的科学发展,可以用‘失败’这个词来标志。我现在不比五十年前,当我开始担任教授时,知道更多关于电和磁的力,或者关于以太、电与重物之间的关系,或者关于化学亲合的性质。在失败中必有一些悲伤,但是科学的追求本身包含的必要努力带来很多愉快的斗争,这就使科学家避免了苦闷,而或许还会使他在日常工作中相当快乐。”

汤姆森如此总结自己的科学生涯,自然是过谦之词,他如此感慨,也许是就1868~1883年的十五年间艰难探索天体演化学的过程而言的,是否确是如此,留待科学史家去作结论。事实也确要引起汤姆森的伤感,编著《自然哲学论》第二卷总结自己晚期研究成果的打算被迫放弃了。1883年只是在第一卷第二版中增添一些关于陀螺系统和天体形状理论研究的新内容。

汤姆森真的“失败”了吗?没有!他在物理学各个不同领域的开创性贡献,使他能居于最著名科学家之列。经过他和泰特十五年长期探索后,终于为后人找到了一条通往解决这个问题的成功之路,这就是汤姆森-泰特稳定准则。

在《自然哲学论》第二版中他们是这样叙述自己的结论的:“如果液体存在任意微弱粘性,任意小的不完全弹性体或是浮在液体上或是浸在液体中,在任何其他能量是极小或极大的情形下,平衡都不能是长期稳定状态,唯一的长期稳定性情形是在给定角动量下能量是极小的情形。目前尚不知道,对于一个连续的粘性流体团,在给定角动量情形下,是否存在不止一个长期稳定平衡位形,但我们认为只存在唯一的一种长期稳定平衡位形。”([3]§778”)

我们将他们这个未经证明的结论称为汤姆森-泰特稳定准则。我们认为，他们在天体演化学研究中的作用和玻尔在原子理论、普朗克在量子理论中的作用相当。

何谓动力稳定性和长期稳定性

汤姆森和泰特对耗散如何影响旋转系统的稳定是这样论述的：“当存在任意耗散时，在零位置的平衡是否稳定取决于具有相同势力而没有运动力的相同系统是否稳定。正如下面所要讲到的回旋器那样，当没有耗散时，我们着手研究的陀螺力能将不稳定状态变为稳定状态，但是当存在任意的耗散时，陀螺力能立刻使不稳定位形消失而且似乎转变为螺旋运动。不过当存在任意耗散时，陀螺力就不能变不稳定情形为稳定情形。”([3]Part 1, 391页)

拉姆(Lamb)列举了一些简单机械运动的例子来解释汤姆森-泰特的上述思想([4]§185)。其中一个最简单而又说明问题的例子是：在一个绕竖直方向以恒定角速度旋转的球形碗中，放置一个小球。如果碗是完全光滑的，小球在最低平衡位置(零位置)是动力稳定平衡状态；但在碗和小球间只要存在任意微弱摩擦(事实上总是存在的)，当角速度超过某确定值，小球将沿螺旋线向外直至达到长期稳定的平衡位置，在此处是总势能(包括重力势和离心力势)成为极小的平衡位置。这是一个真实的平衡位置。

对于旋转系统，动力稳定性和长期稳定性的区别就在于回旋力或科里奥利力。众所周知，对于静平衡情形勒琼-狄利克雷(Lejeune-Dirichlet)定理表明系统稳定的充要条件是势能取极小值，这时两种稳定条件完全相同。

通常把没有考虑粘性而按摄动法导得的稳定条件称为动力稳定条件或寻常稳定性条件，此时科里奥利力具有稳定作用；把考虑粘性影响直接按势能取极小得到的稳定条件称为长期稳定性条件。

老一辈科学家明确地认定：“长期稳定性是实用的稳定”，“是天体演化学唯一关心的稳定”。([4]§182)但是，由于他们导出长期稳定条件只是直接按势能取极小得到，而没有按摄动法去处理，因而在阐述两种稳定性关系时是不确切的。琼斯是这样叙述的：“……随着一个系统物理条件逐渐变化，长期不稳定必须在动力稳定之前建立。因此，在宇宙演化问题中，仅对长期不稳定有兴趣。因为长期不稳定总是先介入，一个系统永远不能达到动力不稳定发生作用的位型。”([4] 199页)

1953年利特尔顿(Lyttleton)提出和琼斯完全相反的看法，认为琼斯关于长期稳定性和动力稳定性关

系的论述存在原则错误[5]。

1969年，昌德拉塞卡(Chandrasekhar)甚至认为从1885年彭加勒论文发表到1960年的七十五年间，老一辈科学家对于旋转液体星平衡图形和稳定性的研究完全走了弯路。还说关于这个课题的研究从1924年就开始“静静地陷入昏迷”([6]§7)。可见两种观点是截然相反的。

1978年，研究双星的权威、《国际天体物理学和空间科学》(Astrophysics & Space Science)主编科帕尔(Kopal)在他的最新著作《邻近双星的动力学》[7]中认为长期稳定性是重要的，但又同意利特尔顿的观点。特别有趣的是，他对昌德拉塞卡的论著[6]只字未提。

1982年，本文作者在全国非线性力学会议上作了题为《论长期稳定性和动力稳定性》的综述报告[8]。报告从理论和实验两方面论证了汤姆森-泰特稳定准则的普适性。这个准则的正确不仅为实验所证实，也为陀螺仪和飞行器姿态控制等方面的工程实践所肯定。下面介绍这篇报告的基本观点。

引起这场争论的原因

(1)老一辈科学家只是由简单机械运动的例子说明粘性的作用会使系统达到长期稳定状态。对于有限自由度的情形，存在耗散时，系统平衡状态稳定与否应按长期稳定性判断，但对无穷自由度情形是否还是如此？他们只是类比外推，没有严格证明。过去的理论只能处理两个自由度的稳定问题，用拉格朗日方程处理两个自由度问题存在耗散时要解一元四次代数方程；处理三个自由度解六次代数方程就无能为力了。作为长期稳定性理论基础的汤姆森-泰特稳定准则没有证明，使得整个理论缺乏严格的数学基础。

(2)在处理动力稳定性时，人为地忽略粘性得出不真实的稳定条件。在流体运动稳定理论中已有先例表明，不考虑粘性会出现虚假的理论结果。两平行板间流动，在忽略粘性时总是稳定的，永远也不会出现层流的不稳定，只有考虑粘性后才得出临界雷诺数。还有关于阻力的“达朗伯疑难”之争也是如此，按忽略粘性的理想流体模型计算的物体阻力总是零。这个疑难正是考虑粘性后才得到解决的。

(3)处理长期稳定性时未按通常小扰动方法处理，直接从总势能取极小只能得出稳定条件，不能给出不稳定发展率，致使旋转液体星准稳演化过程被苛求处处稳定。

汤姆森-泰特稳定准则的普适性

汤姆森-泰特稳定准则不仅在天体演化学中是研究旋转液体星准稳演化过程的基础，对于工程技术应

用也是一个普遍适用的准则。按照这一准则,无论是对于具有任意微弱粘性的流体,还是任意不完全弹性体或是两者共同构成的系统,这些系统旋转运动的稳定条件都是按固定角动量使总势能取极小,即稳定的旋转运动状态是处于长期稳定的。

文献[8]中综述了这个准则已被证明的各种情形,主要包括如下几个方面:

(1)线性、耗散回旋系统的开尔文-泰特-契塔耶夫(Chetaev)定理及其推广:回旋系统就是带有回转项或科里奥利力项的机械系统。如果不计耗散影响,唯有受位势力作用的孤立平衡位置具有偶数个不稳定自由度时,回旋力才具有稳定作用,当不稳定自由度为奇数时,回旋力没有稳定作用。当存在完全耗散时,有位势力作用的不稳定平衡不能通过添加回转项方式变成稳定。这些结果首先由开尔文和泰特用一次近似方法证明,以后契塔耶夫用李亚普诺夫直接方法证明,故称KTC定理。KTC定理即是汤姆森-泰特稳定准则对线性耗散回旋系统的具体应用。

(2)我们用一次近似变分直接方法^[2]和李亚普诺夫直接方法证明了旋转液体星稳定的最小势能定理:“当旋转液体星作为整体旋转的自吸引、不可压缩粘滞液体处理时,如果其平衡位形总势能二次变分不为零,则其平衡稳定的充要条件是保持角动量不变情形下,使总势能取极小值。”最小势能定理是汤姆森-泰特稳定准则对旋转液体星稳定问题的具体应用。这个定理为以往大量长期稳定性研究建立了按李亚普诺夫稳定的数学提法的理论基础。

(3)我们在弱非线性假设下证明了牛顿的地球模型的自转运动是长期稳定的^[1]。这是哥伦布问题的一项具体应用。解决哥伦布问题的过程正是这两种稳定性概念争论的反映。按忽略粘性的动力稳定性处理哥伦布问题,理论结果和开尔文实验结果总不一致,只有考虑粘性按长期稳定性处理时才使两者一致。哥伦布问题的解决恰好证明了老一辈科学家关于长期稳定性论断的正确,即汤姆森-泰特稳定准则的正确,同时也为牛顿地球形状理论提供了理论和实验依据。

(4)我们在弱非线性假设下证明了液体系统的回转稳定准则:液体系统只有绕最大惯量主轴(短轴)旋转才能稳定^[1]。这一准则如用于指导流体转子陀螺仪设计,要求转子设计为扁形。流体转子陀螺仪是一种新型陀螺仪。这种陀螺仪关于空间位置信号的载体不是刚体,而是旋转的流体。当前,在工程界处理流体转子陀螺仪运动时一般是采取这样的做法:或者用具有和液体同样形状和密度的刚体转子代替液体转子,并将粘性力矩看成外力矩;或者将液体看成处于刚性绝热腔内的理想流体。按照茹可夫斯基(Жуковский)

证明的一个定理,腔内液体运动可以用一个等效刚体代替。我们已经证明了,上述这两种做法都和开尔文实验结果不一致。只有建立按粘性流体处理的流体转子理论才完全解释了实验事实。

(5)按照具有能量耗散情形的刚体回转稳定准则,陀螺仪转子必须设计成扁形。这是汤姆森-泰特稳定准则在陀螺仪理论中的一项具体应用。

根据刚体动力学经典理论,刚体绕最大惯量主轴和最小惯量主轴旋转都是稳定的,只有绕中间轴旋转是不稳定的。考虑能量耗散后发现十分有趣的结果,耗散使绕最小惯量主轴(长轴)的旋转变成不稳定,而使绕最大惯量主轴(短轴)旋转变成渐近稳定,这个事实已为陀螺仪的研制者所肯定。

(6)汤姆森-泰特稳定准则在飞行器姿态控制问题中的应用:具有能量耗散的刚体的回转稳定准则为用自旋稳定实现飞行器姿态控制问题提供理论依据。

美国1958年发射的第一颗卫星“探险者1号”的设计用绕长轴自旋控制姿态,但进入飞行后仅几小时就发生翻滚,设计者直观认识到这是由于能量耗散作用使卫星由绕长轴自旋变为绕短轴自旋。后来在发射第一颗通讯卫星“辛康号”时设计为绕最大惯量主轴(短轴)自旋,取得了姿态控制的成功。另外,处理自旋飞行器稳定问题的能沉法就是汤姆森-泰特稳定准则的另一种表述形式。这些事实表明,汤姆森-泰特稳定准则在美国空间探索计划实施中得到了肯定,即长期稳定性的真实性得到了这些飞行结果的证实。

总之,我们对动力稳定性和长期稳定性这场争论的看法是:老一辈科学家按准稳过程所发展的琼斯-达尔文双星分裂理论必须重新肯定,近三十年对这一理论的否定是错误的。

汤姆森-泰特稳定准则是一个具有普遍性的原则,许多方面的理论和实验已证实了这个准则的正确性和重要性。对于无限缓慢变化的准稳过程,或者要求系统定常运动状态长时间维持的情形,例如通讯卫星在轨道中的姿态控制和作为自动控制部件的陀螺仪等,都必须按长期稳定性判断。

- [1] 徐硕昌,《自然杂志》,5(1982)22;《中国科学》,9(1979)857;7(1982)625
- [2] 徐硕昌,《中国科学》,7(1981)665
- [3] Thomson W., Tait P. G., *Treatise on Natural Philosophy*, 2nd ed., Cambridge Univ. Press (1883)
- [4] Jeans J. H., *Astronomy and Cosmogony*, Cambridge Univ. Press (1929)
- [5] Lyttleton R. A., *The Stability of Rotating Liquid Masses*, Cambridge Univ. Press (1953)
- [6] Chandrasekhar S., *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*, Yale Univ. Press (1969)
- [7] Kopal Z., *Dynamics of Close Binary Systems*, D. Reidel Publishing Company (1978)
- [8] 徐硕昌,《力学进展》,13,3(1983)320